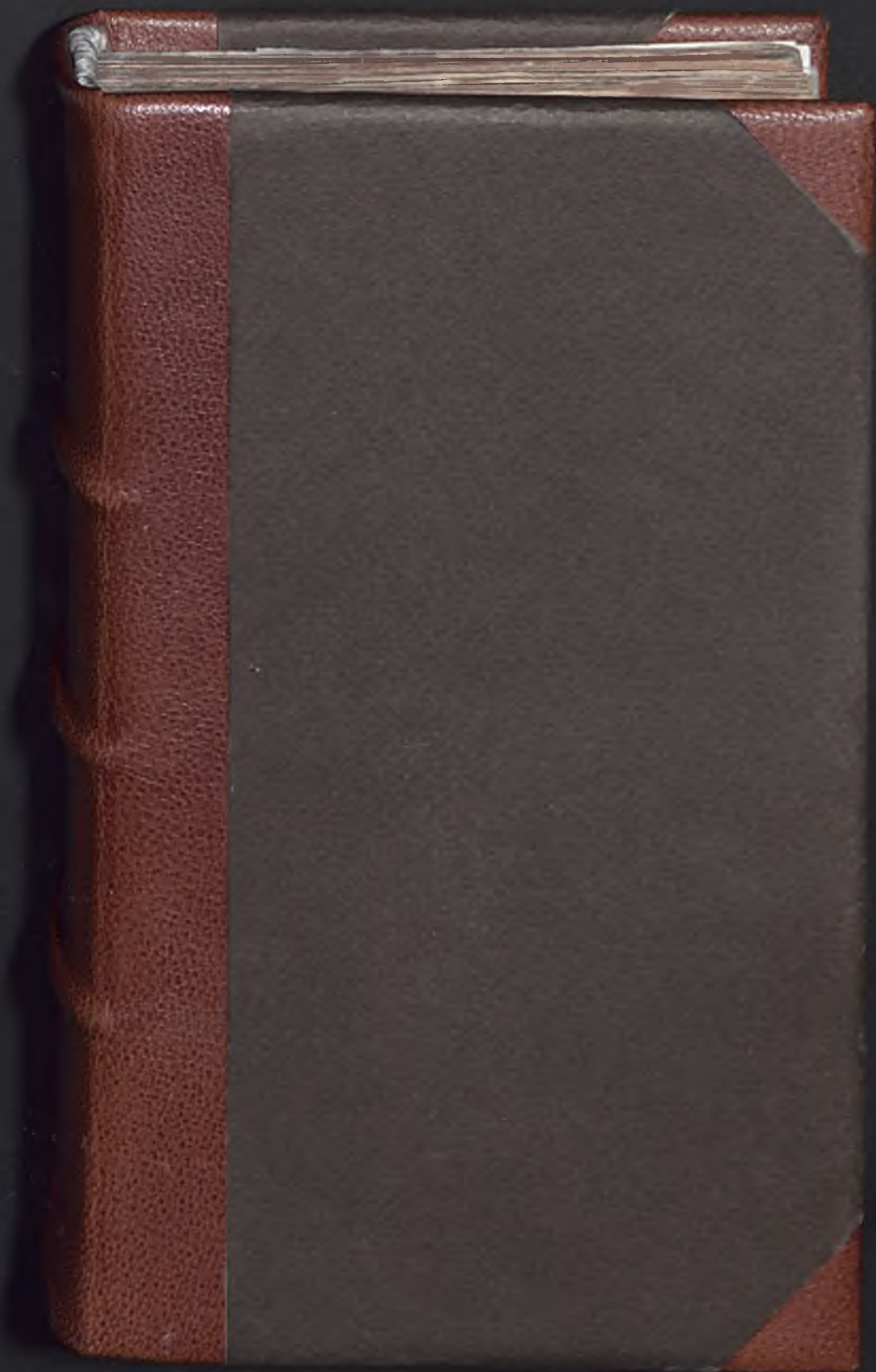




L. M. Tiffon

NAUKA MATEMATYKI.

do użycia
ARTYLERYI FRANCUZKJEY

napisana przez P. Bezout
*Towarzysza Akademij Nauk, i Marynarzkiey
&c. a dla pożytku pospolitego, osobliwiey dla*
KORPUSU ARTYLERYI
NARODOWEY

na Polski ięzyk
PRZEŁOŻONA
z Rozkazu i Nakładem
JEGO KROLEWSKIEY MCI.
PANA NASZEGO MIŁOSCIWEGO
do Druku

PODANA
TOM PIERWSZY
*Zawierający w sobie Fundamenta
Arytmetyki i Geometrii.*



w WARSZAWIE
W DRUKARNI XX. MISSIONARZOW.

R. P. M. DCC.L XXXI.



NAYJASNIEYSZY MIŁOSCIWY PANIE.

P
W
*Rzysiępność TRONU, która zo-
 stanie w potomne czasy, znaczną
 cęchą Nayłaskawszego Panowania W. K.
)3(Mei*

Mci. PANA *Nam Miłościwego*, to sprawie, że nie tylko wszystkich udających się do CIEBIE *Miłościwy* PANIE, chętnie przyjmiesz; ale nawet sam pociągać raczysz do beśpieczniejszego przystępu, i tych, którzy przez głębokie MAJESTATU uszanowanie, nieśmieliby przybliżyć się do NIEGO.

Tak jest, NAYIASNIEYSZY PANIE: podobalo się W. K. MCI. rozkazać mi, ażebym wydał na światło, przełożyć-

łożenie téy xiażki na Oyczysty ięzyk: który-
to Roskáz, złączony oráz z nakładem na
wykonanie onego, obrócił to dla mnie w
powinność, czego z żadnéy miary, ży-
czyć mi nawet sobie niemożna było, bez
zaciągnięcia słusznhey nagany, zuchwale-
go umysłu,

Zapominam więc, na ten moment, o
wszelkihey nieudólności téy lichhey pracy, a
niepomniąc, tylko na mój obowiązek, i na
wrodzoną dobroć W.K.MCi. PANU ME-

MU MIŁOSCIWEMU, *niniejszą Naukę Matematyki, zmięrzającą osobliwie do pożytku tego Korpusu, który zawsze doznawał i doznaje szczególniejszej Opieki W. K. M. Ci, składam pokornie przy nogach PANSKICH*

WASZEY KROLEWSIEY MOSCİ
PANA MEGO MIŁOSCIWEGO

Wierny i nayniższy poddany.

Jozef Jakubowski

Kapit: i Profes: Ar: Kor:

Do
ŁASKAWEGO CZYTELNIKA
a mianowicie

do J. O. Xiążęcia Jęgomości

Adama

CZARTORSKIEGO

Generata Ziem. Podol. &c.



Widząc potrzebę, napisania kilku wierszów do Czytelnika, względem przełożenia téy xiążki na swoyski ięzyk, považam się obrócić mowę moję, z powinienem ufzanowaniem, mianowicie do WXMci, za łaskawem JEGO pozwoleniem; a to z tego powodu, że szczególniejszym sposobem, znam się być obowiązanym, do sprawienia się przed WX Mcią w téy materyi.

Przez iedyną wspaniałość umysłu Twego J. O. Xiąże, raczyłeśłożyć koszt na podróż moję zagraniczną, i dwuroczne ćwiczenie się, osobliwie w tém co do Artyleryi należeć może, niewspominając innych doznanych łask, których wyznaię się szczerze być niegodnym, bo niemiałem żadney sposobności, na nie sobie zasłużyć. Zatem wydając na światło, za dobroczynnym dla mnie Roskazem JK MCI PANA NASZEGO MIŁOSCIWEGO, przeło-

żenie

żenie tęj Nauki, której poznanie winien iestem
szczodroblewości W X Mci, zdało mi się bydz̄ rzecz
słuszną, ażebym osobliwiej przed NIM, uspra-
wiedliwił niektóre okoliczności, tyczące się prze-
tłómaczenia tęj Xiążki. Przy tęj zaś okazji, niech
mi się oraz godzi, za tak wielorakie łaski, oświad-
czyć W X Mci, pokorną wdzięczność, i głębokie
podziękowanie.

Teraz co należy do rzeczy samej; ta Nauka
Matematyki, zawarta będzie w czterech tomach,
tak, iak iest w Autorze Francuzkim. W pierwszym
tomie daią się fundamenta Arytmetyki, i Jeome-
tryi; w drugim Algebra, tudzież przystósowanie
Algebry do Jeometryi, i do linii krzywych, powsta-
jących z różnych przecięciów *stożka* (conus); w
trzecim, Rachunki ilościów nieskończonych (infi-
nitesimalis), służące za wstęp, do nauk *Fizyczno
Matematycznych*, tudzież powszechnie zasady *Me-
chaniki* i *Hidrostatyki*; nakoniec w czwartym to-
mie, daią się przystósowania prawideł ustanowio-
nych w trzecim tomie, do różnych przypadków
ciał, iużto uważonych w ruchu, iuż w równo-
wadze, a zatem do wszelkich *silniów* (machina)
i. t. d.

Lubo ta Xiążka iest napisana umyślnie dla
Artyleryi Francuzkiey, atoli może służyć do po-
wszechnego użycia, iak w rzeczy samej służy i
we Francyi: przemieniwszy tylko niektóre przy-
kłady Artyleryczne, w przykłady zmierzające w
szczegółności, do tego celu, iaki sobie kto zało-
żył. Komukolwiek, iak w innych materyach, tak
i w

i w tęg, niepodobaią się drobne szkolności, daremnie obciążaiące pamięć, i odstręczaiące od siebie, umysły rozsądne, szukaiące rzetelnego pożytku, ten spodziiewam się, znajdzie w tym dziele, zadość uczynienie swemu żądaniu.

Ja w tłómaczeniu, starałem się przywieszować się nietak do słow, iako raczég do wyrażenia myśli Autora, w sposób, ile możności prosty, iasny, i krótki. W przełożeniu wyrazów właściwych tęg Nauce, stósowałem się do słow, upoważnionych wyborem Prześw. Kommissyi Edukacyney: na których mi zaś zbywało, pozwoliłem sobie przełożyć ie podług rozumienia własnego, z tym warunkiem, że ie gotów iestem poprawić, iak wyidą dalsze dzieła tęg Prześw. Kommissyi, podług której ustaw, usiłowałem także, zachować się i w *Pisowni* (orthographia). Jeżeli zaś, (iak mam przychyne obawiać się), uchybiłem w niektórych mięscach, fundamentów niespracowanego Autora Grammatyki dla szkół Narodowych, Łaskawy czytelnik niechay to przebaczyć raczy, częścią memu początkowemu w tęg mierze przedsięwzięciu, częścią Drukarni.



Z B I O R

*Wyrazów Polskich użytych w tym pierwsz-
szym tomie, albo nowych, albo mało zna-
iomych, z wyłożeniem Matematycznych po
Łacinie, a Artylerycznych po Francuzku;
gdzie słowa Francuzkie są gwiazdkami
naznaczone.*

Bok	-	<i>Latus</i>
Brylaſty	-	<i>Solidus.</i>
Bryła	-	<i>Solidum.</i>
Bryłowość	-	<i>Soliditas.</i>
Całkowitka	-	<i>Numerus integer.</i>
Cecha	-	<i>Characteristica.</i>
Celowniki	-	<i>Dioptrae.</i>
Celu liniia	-	<i>La ligne de mire.*</i>
Ciągła (proporcya).	-	<i>Continua proportio.</i>
Cięciwa	-	<i>Chorda.</i>
Cwierciokrag	-	<i>Quart de cercle.*</i>
Czaſzka kuli	-	<i>Superficies segmenti ſphaerae.</i>
Czołgająca (działobitnia)	-	<i>Batterie à ricochet.*</i>
Czoło (w fortyfik).	-	<i>Face.*</i>
Czopy (przy armacie).	-	<i>Tourillons.*</i>
Czworokąt	-	<i>Quadrilaterum.</i>
Dodawanie	-	<i>Additio.</i>
Dopełnienie, (kąta)	-	<i>Complementum.</i>
Doliczna	-	<i>Cofecans.</i>
Dostaſta	-	<i>Cofinus.</i>
Dotyczna	-	<i>Cotangens.</i>
Dowodzenie	-	<i>Demonſtratio.</i>
Działanie	-	<i>Operatio.</i>
Działobitnia	-	<i>Batterie.*</i>
Dzielenie	-	<i>Diviſio.</i>
Dzielnik	-	<i>Diviſor.</i>
Dzielny	-	<i>Dividendus.</i>
Dzieło fortyfikacyi	-	<i>Ouvrage de fortification.*</i>
		Dzie.

NAYJASNIEYSZEMU
I
NATPOTĘŻNIEJSZEMU
PANU
STANISŁAWOWI
AUGUSTOWI
KROLOWI POLSKIEMU.
WIELKIEMU XIAŻĘCIU
LITEWSKIEMU

RUSKIEMU, PRUSKIEMU, MAZOWIECKIEMU,
ZMUDZKIEMU, KIJOWSKIEMU, WOŁYNSKIE-
MU, PODOLSKIEMU, PODLASKIEMU, INFLANT-
SKIEMU, SMOLENSKIEMU, SIEWIERSKIEMU
i CZERNIECHOWSKIEMU &c. &c.

PANU NASZEMU
MIŁOŚCIWEMU.

Bono Reipublicæ,

N A T O.

Dziesiętne	-	<i>Fractiones decimales.</i>
Główna liniia, (w fortyf:)	-	<i>Capitale.</i> *
Głowa (armaty)	-	<i>Bourlet.</i> *
Jłość	-	<i>Quantitas.</i>
Kanał (armaty)	-	<i>L' ame.</i> *
Kąt	-	<i>Angulus.</i>
Katomiar	-	<i>Graphometrum.</i>
Kierónek	-	<i>Directio.</i>
Kilkorażny	-	<i>Aliquotus.</i>
Koło	-	<i>Circulus.</i>
Kómpas magnesowy	-	<i>Acus magnetica.</i>
Krawędź	-	<i>Arête.</i> *
Krzywokryśny	-	<i>Curvilineus.</i>
Kula	-	<i>Sphaera.</i>
Kwadrat ukośny	-	<i>Rhombus</i>
Liczenie	-	<i>Numeratio.</i>
Licznik	-	<i>Numerator.</i>
Łamana (liczba)	-	<i>Numerus fractus.</i>
Łuk	-	<i>Arcus.</i>
Mianówana (liczba)	-	<i>Numerus concretus.</i>
Mianownik	-	<i>Denominator.</i>
Miąższość	-	<i>Massa.</i>
Mnogość	-	<i>Factum.</i>
Mnożnik	-	<i>Multiplicator.</i>
Mnożny	-	<i>Multiplicandus.</i>
Narożnik (w fortyf:)	-	<i>Bastion.</i> *
Narożny (kąt)	-	<i>L' angle flaque</i> *
Narzędzie	-	<i>Instrumentum.</i>
Następnik	-	<i>Consequens.</i>
Niemianówana (liczba)	-	<i>Numerus abstractus.</i>
Nieokręślony	-	<i>Indeterminatus.</i>
Nierównoległobok	-	<i>Trapezium.</i>
Obiętość	-	<i>Capacitas.</i>
Obwód	-	<i>Perimeter.</i>
Odcinek	-	<i>Segmentum.</i>
Odcymówanie	-	<i>Substractio.</i>
Odpowiadający	-	<i>Correspondens.</i>
Odwrotny	-	<i>Inversus.</i>

Oko (bomby)	-	<i>L' oeil</i> *
Okop	-	<i>Retranchement</i> *
Okraiek (kątomiaru)	-	- <i>Limbus.</i>
Okrag	-	<i>Circumferentia.</i>
Określony	-	<i>Determinatus.</i>
Opisać	-	<i>Circumscribere.</i>
Opora (w działobitni)	-	- <i>Heurtoir.</i> *
Oś (armaty)	-	<i>L' axe</i> *
Ostrokątny	-	<i>Acutangulum.</i>
Pełność	-	<i>Soliditas:</i>
Pierwiaszek	-	<i>Radix.</i>
Pion	-	<i>Perpendicularum.</i>
Pionowy	-	<i>Verticalis.</i>
Pochyła (liniia)	-	<i>Linea obliqua.</i>
Podanie	-	<i>Propositio.</i>
Poddział	-	<i>Subdivisio.</i>
Podkopy	-	<i>Les mines.</i> *
Podstawa	-	<i>Basis.</i>
Podziałka	-	- <i>Scala</i>
Policzki (strzelnic)	-	<i>Joues</i> *
Półksiężyc (w fortyf.)	-	- <i>Demilune</i> *
Półszyiek (w fortyf.)	-	- <i>Demigorge.</i> *
Poprzednik	-	<i>Antecedens.</i>
Powierzchnia	-	<i>Superficies.</i>
Powłoka (działobitni)	-	- <i>La chemise.</i> *
Poziemna (liniia)	-	<i>Horizontalis.</i>
Pozióm	-	<i>Horizon.</i>
Prawidło	-	<i>Alidada.</i>
Promień	-	<i>Radius</i>
Prostokryślny	-	<i>Rectilineus.</i>
Prostopadła	-	<i>Perpendicularis.</i>
Prostokąt	-	<i>Rectangulum.</i>
Przeciwprostokątna	-	<i>Hipotenusa.</i>
Przeciwskarpa	-	- <i>Contrescarpe.</i> *
Przecząca (liczba)	-	<i>Numerus negativus.</i>
Przedmiot	-	<i>Objectum.</i>
Przedpiersień	-	<i>Parapet.</i>
Przekątna	-	<i>Diagonalis.</i>
		Przeno-



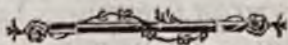
Przenośnik	-	<i>Transportator.</i>
Prześwór (kuli)	-	<i>Vent du boulet *</i>
Przyimek	-	<i>Præpositio.</i>
Ramiona (kąta)	-	<i>Crura anguli.</i>
Ramienny kąt (w fortyf:) <i>L'</i>	-	<i>angle d' epaule *</i>
Rów (w fortyf)	-	<i>Fosse *</i>
Równia	-	<i>Planum.</i>
Równoboczny	-	<i>Aequilaterum.</i>
Równoległa	-	<i>Parallela.</i>
Równoległobok	-	<i>Parallelogramum.</i>
Równoległobok ukośny	-	<i>Rhomboides.</i>
Równoległoscian	-	<i>Parallelopipedum.</i>
Równoramienny	-	<i>Æquicrurum.</i>
Równowaga	-	<i>Libella.</i>
Równoważyc	-	<i>Libellare.</i>
Różnoboczny (trójkąt)	-	<i>Scalenum.</i>
Różnica	-	<i>Differentia.</i>
Różnokryślny	-	<i>Mixtilineus.</i>
Rozwartokątny	-	<i>Obtusangulum.</i>
Rozwiązanie	-	<i>Solutio.</i>
Rząd (progressyi)	-	<i>Series progressionis.</i>
Samotna (liczba)	-	<i>Numerus simplex.</i>
Sieczna	-	<i>Secans.</i>
Skrayne (proporcyi)	-	<i>Extrema.</i>
Skrzydenny kąt (w fortyf.)	-	<i>Langte de courtine. *</i>
SpadziŹtość (w fortyf:) <i>Talud.</i>	-	<i>*</i>
Spelnienie (kąta)	-	<i>Supplementum.</i>
Srzodek	-	<i>Centrum.</i>
Stanowisko	-	<i>Statio.</i>
Stok (w fortyf:) <i>Glacis.</i>	-	<i>*</i>
Stopień (liczby)	-	<i>Potentia.</i>
Stófunek	-	<i>Ratio.</i>
Stożek	-	<i>Conus.</i>
Strzelnica	-	<i>Embrasure *</i>
Styczna	-	<i>Tangens.</i>
Sześcian	-	<i>Cubus.</i>
Taras (wałowy)	-	<i>Terreplein. *</i>
Trójkąt	-	<i>Triangulum.</i>
		<i>(Twier</i>

Twierdząca (liczba)	-	<i>Numerus positivus.</i>
Ukryta droga (w fortyf:)	-	<i>Chemin couvert. *</i>
Ułamek	-	<i>Fraſtio.</i>
Uſzy (bomby)	-	<i>Les anſes. *</i>
Wał	-	<i>Rempart. *</i>
Walek	-	<i>Cylinder.</i>
Wnętrſzne na przemian (kąty)	-	<i>Interni alterni.</i>
Węgielnica	-	<i>Norma.</i>
Wiązki chróſtowe	-	<i>Faſcines. *</i>
Wielokąt	-	<i>Polygonum</i>
Wielokrotne (liczby)	-	<i>Multipla.</i>
Wieloraka (liczba)	-	<i>Numerus complexus.</i>
Wieloraz	-	<i>Quotiens.</i>
Wieloſcian	-	<i>Prifma.</i>
Wklękły kąt	-	<i>Angulus regrediens.</i>
Wſtawa	-	<i>Sinus.</i>
Wykryſlenie	-	<i>Conſtruſtio.</i>
Wylot (armaty)	-	<i>La Bouche *</i>
Wyraz	-	<i>Terminus.</i>
Wyſkakaiący (kąt)	-	<i>Angulus ſaliens.</i>
Zagadnienie	-	<i>Problema.</i>
Zalada	-	<i>Principium.</i>
Zaſłona (w fortyfik:)	-	<i>Courtine. *</i>
Zakopy	-	<i>Tranchées.</i>
Zewnętrſzne na przemian (kąty)	-	<i>Externi alterni.</i>
Zmyſłony	-	<i>Imaginarius.</i>





FUNDAMENTA RACHUNKOW.



*Wiadomości poprzedzające, o Naturze
i różnych rodzajach Liczby.*

I. **I**ŁOSCIA (quantitas) w po-
wszechności nazywa się to
wszystko, cokolwiek daie się zwiększyć lub
zmniejszyć. Rozległość, przeciąg, waga,
i. t. d. są to ilości. Wszystko cokol-
Tom. I. A wiek

wiek iest ilością, iest cęłem Matematyki; Arytmetyka zaś, która iest także iey częścią, niema względu na ilość, tylko tyle, i wten czas gdy ją, przez liczbę wyrażone.

2. Arytmetyka więc, iest nauka liczebna: uważa naturę i własności liczby, do nię należy podać sposoby łatwe, tak do wystawienia sobie, tych liczb, iako téż do złożenia lub rozłożenia ich, co nazywa się *rachować*.

3. Do doskonałego wyobrażenia sobie liczb, potrzeba naprzód wiedzieć co się rozumie przez *iedność*.

4. Jedność tedy, iest ilość, która nayeściej do upodobania brać się zwykła, i służy za *wyraz* (terminus) do którego przyrównywiają się wszystkie inne tegoż rodzaju ilości.

Tak mówiac, że to *a* to ciało, waży pięć funtów; funt iest iednością; to iest ilość do której przyrównywa się waga tego ciała; można było także wziąć uncją, za iedność, i na ten czas wagą tego ciała wyrażona bydz by musiała przez ośmdziesiąt.

5. Liczba wyraża, z wielu iednościów lub z wielu części téż iedności, ilość iakowa iest złożona.

Jeżeli ilość składa się z iednościów całych, liczba która ją wyraża, nazywa się *liczba cała*, (numerus integer) jeżeli zaś złożona będzie, z
ie-

jednościów całych, i z części téżże iedności, albo tylko z części iedności, na ten czas, liczba nazywa się *łamana* albo *ułamek*: (numerus fractus, fractio) *trzy i pół* czynią liczbę łamaną: *trzy ćwiérci* czynią ułamek.

6. Liczba która wymawia się, bez naznaczenia gatunku iedności, iakoto powiedziawszy prosto, *trzy* albo *trzy razy*, *cztery* albo *cztery razy*, zowie się *liczba niemianowana* (numerus abstractus) kiedy się zaś i rodzaj iedności razém wymawia, iako to mówiąc *cztery funty*, *sto kul*, wtenczas nazywa się *liczba mianowana* (numerus concretus) Inne rodzaje liczb opiszemy, gdy koléy na nie przypadnie:

O *Liczeniu* (Numeratio) i o *Liczbach Dziesiątnych*.

7 Liczenie, iest sposób wyrażenia wszelkich liczb, przez ilość oznaczoną imionami i znamionami. Te znamiona nazywają się *cyframi*.

8. Znamiona w liczeniu dzisieyszym używane, i nazwiska liczb temi znamionami oznaczonych, są następujące.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Zero, ieden, dwa, trzy, cztery, pięć, sześć, siedm, ośm, dziewięć.

A 2

Chcąc

Chcąc wyrazić wszystkie inne liczby, temż samými znamionami, zgodzono się na to, aby z dziesięciu iednościów, zrobić iedne, którey dano imie *dziesiątek*, i żeby rachować dziesiątkami, tak iak się iednościami rachuje, to jest żeby rachować, dwa dziesiątki, trzy dziesiątki. i. t. d. aż do dziewięć dziesiątków: żeby do wyrażenia tych nowych iednościów, tychże samych cyfer, co i do iednościów prostych używać, ale dla różności między niemi, żeby im inne miysce naznaczyć, to jest po lewéy ręce iednościów prostych.

Tym sposobem, chcąc wyrazić *pięćdziesiąt cztery* które w sobie pięć dziesiątków i cztery iedności zawierają, przyjęto sposób pisania 54. Chcąc wyrazić *sześćdziesiąt* które okrągło sześć dziesiątków bez żadnych iednościów mają, pisze się 60, przydając zero, które oraz znaczy, iż się iednościów prostych nie znayduie, i że liczba 6. jest liczba dziesiątków.

Tym sposobem aż do *dziewięćdziesiąt dziewięć* spełnionych, rachować można.

9. Uważmy tu, własność tego opisanego liczenia, to jest, że cyfra po lewéy ręce drugiey cyfry położona, albo gdy po niéy zero następuje; oznacza liczbę dziesięć razy większą, iak gdyby była sama.

10. Od *dziewięćdziesiąt dziewięć* aż do *dziewięćset dziewięćdziesiąt i dziewięć* tym-

że przytęym sposobém rachować można. Z dzieścięciu dzieściatków, składa się iedna iedność, i nazywa się *sto*; ponieważ, dzieścięć razy dzieścięć czyni *sto*; te sta rachuią się znowu, od iednego aż do dzieścięciu, i témiz samými cyframi oznaczają się, ale te cyfry, stawiając po lewéy ręce dzieściatków.

Tak chcąc naznaczyć, *ośmszet pięćdziesiąt i dziewięć*, które zawierają w sobie ośm stów, pięć dzieściatków i dziewięć iednościów, pisać trzeba 859. Gdyby było *ośmszet dziewięć*, które zamykają ośm stów, żadnych dzieściatków i dziewięć iednościów, pisać należy 809; to iest, że na mieysce dzieściatków których brakuie, zero położyć trzeba. Gdyby brakowało i iednościów, podobnież, należałoby położyć dwa zera; tak chcąc wyrazić *ośmszet*, pisze się 800.

11. Uważmy ieszczé, iż mocą tegóż samego przytętego sposobu, cyfra po której dwie inne, lub dwa zera następują, znaczy liczbę *sto* razy większą, iak gdyby była napisana sama.

12. Od *dziewięćset dziewięćdziesiąt i dziewięć* liczyć można podług téjże samej reguły, aż do *dziewięciu tysięcy, dziewięćset dziewięćdziesiąt i dziewięć*, z dzieściacią stów, składając iedne iedność, która nazywa się *tyśiąc*; ponieważ dzieścięć razy *sto*, czynią *tyśiąc*, rachuiąc iedności iak przedtém, i témiz samými cyframi

ie wyrażając, po lewéy ręce stów, położonemi.

Tak, chcąc wyrazić *siedm tysięcy ośmset pięćdziesiąt dziewięć*, pisać należy: 7859; oznaczając *siedm tysięcy dziewięć* pisze się 7009; a *siedm tysięcy*, pisać trzeba 7000; gdzie widzieć się daie, że cyfra, po której trzy inne cyfry, lub zera następuia, znaczy liczbę tyśiąć razy większą, iak gdyby sama była.

13. Tym sposobem więc, zawsze sobie postępując, dzieśięć iednościów pewnego porządku w iedną iedność zbiiając, i te nowe iedności, coraż w wyższym rzędzie ku lewéy ręce stanowiąc, iednostaynym sposobem, w dzieśięciu tylko charakterach, wszelkie liczby, iakie tylko pomysłić można, dadzą się wyrazić.

14. Chcąc łatwo wymówić liczbę, przez tyle, ile się podoba cyfer wyrażoną, podzielić ją potrzeba w myśli na przedziały, każdy z trzech cyfer złożony, a to od prawéy, ku lewéy ręce, każdemu przedziałowi, dadzą się następuiace nazwiska; poczynając od prawéy: *iedności, tyśiące, miliony, biliony, tryliony, kwadryliony, kwintyliony, sextyliony*, i. t. d. Piérwsza każdego przedziału cyfra, (poczynając zawsze od prawéy) będzie miała nazwisko iednościów przedziału, druga dzieśiątków, trzecia stów: natenczas] zacząwszy od lewéy, każdy przedział iak gdy-

by

by był osobny wymówić można, na końcu każdego, nazwisko przedziału wymieniając np. chcąc wymówić następującą liczbę

Kwadryliony, tryliony, biliony, miliony, tysięcy, jedności.

23, 456, 789, 234, 565 456,

Wymawia się: Dwadzieścia trzy kwadryliony; czterysta pięćdziesiąt sześć trylionów, siedmset osmdziesiąt dziewięć bilionów, dwieście trzydzieści cztery milionów, pięćset albo pięć kroć sześćdziesiąt pięć tysięcy, czterysta pięćdziesiąt sześć jednościów.

15. Z tego dopiero opisanego sposobu liczenia, na fundamencie powłzechnéy ugody ustanowionego, wynika, że im więcej postępujemy, od prawéy ręki ku lewéy, jedności, z których każda liczba jest złożona, stają się coraż, dzieścić razy większemi; a zatem chcąc liczbę dzieścić, sto, tysięcy razy większą uczynić, dołyć jest, na końcu każdéy cyfry jednościów, jedne, dwie, trzy, i. t. d. cyfer dodać: przeciwnie, z lewéy ku prawéy ręce cofając, jedności stają się coraż, dzieścić razy mniejszemi.

A 4

16.

* Żeby kto tego sposobu liczenia nie poczytał za omyłkę, trzeba nam czytelnika ostrzedz, iż to jest sposób liczenia Autorów Francuzkich, którzy w bilionie rachują tysiąc milionów, w trylionie tysiąc bilionów i. t. d. tak, iako w milion niewchodzi tylko tysiąc tysięcy. Niemieccy zaś Autorowie,

16. Takie iest liczenie, któreśmy opisał, i iest gruntém wszelkich innych sposobów rachowania, lubo w wielu rodzajach, niema potrzeby rachować koniecznie i iedynie przez dziesiątki, przez dziesiątki dziesiątków i. t. d.

17. Chcąc dōyśdź wartości, iaką mają ilości mnieýsze, od obraney iedności, ta dzielić sie zwykła, na inne mnieýsze iedności. Liczba ich, sama przez się, niema nic do znaczenia, dosyć iest na tém, aby mogła mierzyć wielkości, które bydź mają mierzone; lecz co w podobnych rodzajach dzielenia naybardziéy mieć na baczności potrzeba, iest to, aby rachunek, iak tylko można łatwym uczynić; dla tego zamiast dzielenia iedności iakowéy, na znaczną liczbę części, ażeby dōyśdź można wartości naymnieýszych; z początku dzielić

w bilionie liczą milion milionów, w trylionie milion bilionów, w kwadrylionie milion trylionów, i. t. d. skąd następuje że miejsce bilionów iest o 6 cyfer od milionów odległe, trylionów o 6 cyfer od bilionów, i. t. d. Któryto sposób i Prześw: Kommissya Edukacyina Narodowa, w swoiemy Elementarney Arytmetyce przyjęła. Zatem podług niego liczba 23, 456, 789, 234, 565, 436. uczyniłaby tylko: Dwadzieścia trzy tysiące, czterysta pięćdziesiąt sześć bilionów, siedmkróć osmdziesiąt dziewięć tysięcy dwieście trzydzieści cztery milionów, pięćkróć sześćdziesiąt pięć tysięcy, czterysta pięćdziesiąt sześć iednościów.

lić ją tylko zwykliśmy, na pewną liczbę części, która się znowu na inne dzieli, a ta znowu jeszcze na mnieysze. Tym sposobem w monęcie. złoty dzieli się na 30. części, które nazywają *groszami*. grosz na trzy części, które mają imię *szelągów*. Tymże sposobem w wagach, funt dzieli się na dwie *grzywny*, grzywna na 8 *uncyi*, uncya na 2 łóty, i. t. d; tak, że w pierwszym sposobie rachuje się, na *trzydziestki i tróyki* (trigesima, tertia pars &c.) w drugim na dwóyki i ósmki i. t. d.

18. Liczba która składa się z wzmiankowanych dopiero części, w różnych jednościach wyrażonych, nazywa się liczbą *wieloraka* (numerus complexus); przeciwnie, liczba ieden tylko gatunek jednościów w sobie mająca, nazywa się liczbą *samotną* (numerus simplex, incomplexus); 8 złotych, jest liczba samotna; ośm złotych, siedmnaście groszy, dwa szelągi, jest liczba wieloraka.

19. Każdy rodzaj, jedność główną obraną, poddziela swoim sposobem. Podziały sążniów, są różne od podziałów funtów, podziały funta, różnią się znowu, od podziału, dnia, godziny; te znowu, od grzywny, i. t. d. opiszemy ie, gdy o liczbach wielorakich mówić nam przydzie.

20. Atoli pomiędzy wszystkiemi działami i podziałami, których użyć można do podzielenia jedności, ten, co się robi przez części *dziesiętne* (decimales) to jest, dzieląc jedność na dziesięć części, coraż mnieysze, bez wątpienia, jest naywygodniwszy w rachunkach, a w praktyce Matematyki, w wielkie wzięty używanie. Układ i liczenie dziesiętnych, jest ze wszystkim toż samo, co liczb pospolitych, czyli całych: zaraz ie opiszemy.

21. Chcąc dōyśdź wartości, w dziesiętnych, części mnieyszych, iak jedność, uważać trzeba tę jedność, bądź iaka chce, funt, sążeń i. t. d. iako złożoną z dziesięciu części, tak, iak uważamy dziesiątek, złożony z dziesięciu jednościów prostych. Te nowe jedności względem dziesiątków, nazywają się dziesiętne; a iako dziesięć razy mnieysze od jedności, kładą się po prawey ręce cyfry, która jedności oznacza.

Zeby zaś wszelkię wątpliwości zapobiedz, i niedać okazyi, do brania jednościów za dziesiątki, zgodzono się na to, aby róz na zawsze miéysce jednościów, osobnym znakiem oddzielić: znak ten, naypospoliciéy jest kryśka, która kładzie-

się po prawéy ręce cyfry, oznaczaiący iedności, albo téż, co na iedno wychodzi, między iednościami i dzieśiätnymi.

Tak chcąc wyrazić, dwadzieścia cztery iedności, i trzy dzieśiätne, pisać potrzeba 24,3.

22. Podobnież, te dzieśiätne, uważać znowu można, iako iedności złożone, z dzieśięciu innych, każda dzieśięć razy mniéysza, iak dzieśiätne, i dla téż saméy przyczyny, po prawéy ręce dzieśiätnych pisać ie należy. Te nowe iedności, dzieśięć razy mniéysze, iak dzieśiätne, będą od iednościów głównych sto razy mniéysze, i dla tego nazywaią się *setne*.

Zatém chcąc wyrazić dwadzieścia cztery iedności, trzy dzieśiätne, i pięć setnych, pisać maż 24,35.

23. Też *setne* wystawmy sobie podobnie, iak gdyby z dzieśięciu części złożone były; natenczas, cząsteczki te, od iedności głównej będą tyfiąc razy mniéyszemi, i stąd nazywaią się *tyfiączne*; a że są dzieśięć razy mniéysze, od setnych, zatém po prawéy ręce ich, pisać się będą. Tym sposobém poddziałaiąc coraż däléy przez dzieśięć; można składać coraż nowe iedności, nazwane, iedne po drugich, *dzieśięćtyfiączne*, *stotyfiączne*, *milioniowe*, *dzieśięćstomilionowe*, *bilionowe*, i. t.

d. które piszą się coraż dalej, po prawej ręce kryłki.

24. Takowe części iednościów, któreśmy dopiero opisałi, nazywają się powźechnie *dziesiątne*.

25. Co należy do sposobu wymawiania ich, ten, jest tenże sam, co i do innych liczb. Wymówiwszy cyfry, po lewej ręce kryłki będące, dziesiątne podobnymże sposobem wymawiają się; lecz naostatku przydaie się nazwisko iednościów dziesiątnych, ostatniego gatunku.

Tak chcąc wymówić liczbę 34,572. mówię, trzydzieści cztery *iednościów*, pięćset siedmdziesiąt i dwie *tyśiącznych*, ieżeli to były *n. p.* sążnie, powiem: trzydzieści cztery sążnie, i pięćset siedmdziesiąt dwie *tyśiącznych* sążnia.

Przyczyna tego, łatwo pokazuje się, uważywwszy, że w liczbie 34,572. cyfrę pięć, można, wyrazić przez pięć dziesiątnych, albo przez pięćset tyśiącznych, co na iedno wychodzi; dziesiątna albowiem będąc z dziesięciu setnych złożona, a setna z dziesięciu tyśiącznych, dziesiątna zamykać w sobie będzie, 100. tyśiącznych. Toż samo i z cyfrą 7. dzieie się, którą podobnież wyrazić można, przez siedm setnych, albo siedmdziesiąt tyśiącznych; ponieważ setna z dziesięciu tyśiącznych złożona była.

26. Gatunek ostatniéy cyfry, zawsze łatwo znaleźć można, rachując koléyno, od lewéy, ku prawéy, każdą cyfrę, od kryski począwszy, następującemi nazwiskami *dziesiątne, setne, tysięczne, dziesięcetyśięczne*: i. t. d.

27. Gdyby iedności całéy nieznaydowało się, ale tylko części iedności, dla zastąpienia miéysca iednościów, zero położyć trzeba; tak chcąc naznaczyć 125 *tysięcznych*, pisze się 0,125, gdyby 25 *tysięcznych* wyrazić potrzeba było, pisz, 0,025, kładąc zero, tak dla naznaczenia, iż niemasz dziesiątnych, iako też dla dania następującym częściom należytej wartości. Na tymże samym fundamencie, chcąc wyrazić 6. *dziesięcetyśięcznych*, pisze się 0,0006.

28. Roztrząśniemy teraz, iaką uczynić można odmianę, w liczbie, odmiénizy położenie kryski.

Ponieważ kryska, oznacza miéysce iednościów, i ponieważ wszystkie inne cyfry biorą wartość swoię, od odległości od téyże kryski; zatém cofnawszy kryskę, o iedno, dwa, lub trzy miéysca, i. t. d. ku lewéy ręce, liczba przez to 10, 100, 1000 i, t. d. razy, staie się mnieysza; przeciwnie zaś powiększa się 10, 100, 1000, i. t. d. razy,

razy, też samę kryskę, o iedno, dwa, trzy, i. t. d. miéysca, ku prawéy posunąwszy.

W rzeczy samey, mając liczbę 4327, 5264; i cofnąwszy kryskę, o iedno miéysce iku lewéy, iako to 432,75264. pokazuje się iasnie; że tysiące piérwzhey liczby, przemieniaią się w sta, drugiéy, sta, stają się dziesiątkami, dziesiątki, iednościami, iedności, dziesiątnémi, dziesiątne, setnémi, i. t. d.

A zatém każda część piérwzhey liczby, przez przestawienie kryski, dziesięć razy stała się mniéyszą. Przeciwnym sposobém, kryskę o iedno miéysce, ku prawéy posunąwszy, gdy się pisze 43275,264; tysiące piérwzhey liczby, przemieniaią się w dziesiątki tysiąców, sta w tysiące, dziesiątki, w sta, iedności w dziesiątki, dziesiątne w iedności, i. t. d. A zatém ta nowa liczba iest dziesięć razy większa od piérwzhey.

Z tegóż samego fundamentu pokazuje się, iż cofając ku lewéy, o dwa lub trzy miéysca, liczba 100, lub 1000 razy stanie się mniéyszą, iako też 100 lub 1000 razy większą, też kryskę, o dwa lub trzy miéysca posunąwszy na prawa.

29. Ostatnia uwaga którą względem dziesiątnych, ieszcze uczynić mamy, iest,
że

że na końcu ostatniéy cyfry dziesiątnéy, bądź wiele się podoba zerów dodawszy, wartość liczby bynajmniéy nieodmiénia się. Tak 43,25; iest iedno co 43,250, albo 43,2500, albo 43,25000; i. t. d.

Każda albowiem setna będąc warta 10 tysięcznych, albo 100 dziesięctysięcznych, i. t. d; 25 setnych warté będą 250 tysięcznych albo 2500 dziesięctysięcznych; słowém iest to iedno, co powiedzieć, zamiast trzech groszy, dziewięć szelągów.

Działania Arytmetyczne.

30. Dodawać, odéymować, mnożyć, i dzielić, są cztery fundamentalne Arytmetyki działania. Wszelkie zadania, które tylko względem liczb zarzucić można, rozwiązuia się, przez wykonanie niektórych, albo wszystkich tych działań. Wiele więc na tém zależy, ażeby się z niemi zupełnie poznać, i doskonale one poiać.

31. Célem Arytmetyki iest, iakośmy iuż widzieli, sposoby rachowania ułatwić. Sposoby zaś te, na tém zależą, ażeby rachunek liczb bardzo pośkładanych, przyprowadzić do rachunku liczb prościéyżych, i w iak najmniéyszey liczbie cyfer wyrażonych. J to właśnie iest, do czego teraz przystępuiémy.

Do.

*Dodawanie (Additio) Liczb całych
i Części dziesiętnych.*

32. Wartość całą, wielu liczb, przez iednę liczbę wyrazić, iest to, co nazywasię *dodanie uczynić*.

Takową wartość całkowitą, która się zowie *summą* chcąc znaleźć, następującą regułę zachować trzeba.

Li zby zadane napisz iedne pod drugiemi, tak ażeby się wszystkie cyfry iedności, w iedney kolumnie *prostapadłej* (perpendicularis) czyli *pionowej* (verticalis) znajdowały; toż samo z dziesiątkami, stami, i. t. d. uczyniwszy, wszystko podkryśliy.

Doday naprzód z sobą, wszystkie liczby, które są w kolumnie iednościów położone; ieżeli summa nieprzechodzi 9, napisz ją na spodzie; ieżeli zaś 9. przechodzi, to w sobie dziesiątki zawierać będzie; nie pisz na spodzie tylko to, co iest nad dziesięć: dziesiątki zaś te, rachuiąc iako iedności proste, doday do liczb następującéy kolumny: względem summy liczb, drugiéy téy kolumny, masz uważać, toż samo, co się powiedziało o pierwszéy, i tym sposobém sobie daléy postępuy aż do ostatniéy, pod którą nakoniec

napi-

napiszesz całą sumę taką, iaka wypadnie. Obiaśniemy to przykładami.

P R Z Y K Ł A D I.

Niech będzie zadana liczba 54925. do której mam dodać 2023. Piszę naprzód te liczby, iak następuje.

$$\begin{array}{r} 54925 \\ 2023 \\ \hline 56948. \end{array} \quad \text{Summa.}$$

Podkryśliwszy wszystko, zaczynam od jedności mówiąc, 5 a 3. czynią 8. które pod tą samą kolumną piszę.

Postępuję dalej do kolumny dziesiątków, i mówię 2, a 2. są 4, które na spodzie piszę.

W Kolumnie setów, mówię 9. a 0. są 9; które pod tą kolumną piszę,

W Kolumnie tysięcy, mówię 4, a 2, są 6. które także pod tą kolumną piszę.

Naostatek w kolumnie dziesiątków tysięcy, mówię 5 a nic, czynią 5, które podobnie na spodzie piszę,

Liczba 56948. przez to działanie wynaleziona, jest summa dwóch liczb zadanych; ponieważ zawiera, w sobie, ich jedności, dziesiątki, seta, tysiące, i dziesiątki tysięcy, które iedne po drugich razem zebraliśmy.

P R Z Y K Ł A D II.

Gdyby potrzeba było znaleźć sumę czterech liczb następujących, 6903, 7854, 953, 7327; piszę naprzód iak niżej.

6903

7854

953

7327

 23037. *Summa.*

Potem zaczynając iak wyżej, od prawey ręki, mówię 3 a 4. są 7. a 3 są 10. a 7. są 17; piszę 7. iedności pod pierwszą kolumną, dzieśiątek zaś zatrzymuję, dla złączenia go, iako iedność, z liczbami następującę kolumny, które są podobnemiż dzieśiątkami.

Do drudiey kolumny przyszedłszy, mówię 1. który w myśli zatrzymałem a 0, iest 1; a 5 są 6; a 5 są 11; a 2 są 13; piszę 3. pod kolumną ninieyszą, a dzieśiątek zatrzymuję, rachując go za iedność, do złączenia go następującą kolumną; mówiąc: 1. a 9 są 10; a 8 są 18, a 9 są 27, a 3 są 30. kładę 0, pod tą kolumną, a za trzy dzieśiątki, zatrzymuję trzy iedności, do następującę kolumny, podobnież mówiąc: 3 a 6 są 9; a 7. są 16; a 7 są 23; piszę 3 pod tą kolumną, a iako już inney kolumny niema, posuwam o iedno mieysce ku lewey, dwa dzieśiątki, któreby należały do następującę kolumny, gdyby ieszcze iedna była. Liczba tedy 23037. iest sumną czterech liczb zadanych.

Jeżeli części dzieśiatne znayduią się; ponieważ rachują się dzieśiątkami pomykając się od prawey ku lewey ręce, tak iako i inne liczby; reguła zatem dodawania ich, iest taż sama, uważając tylko, aby iedności, iednego gatunku w iednę kolumnę przyszły.

Tak

Tak gdyby trzeba było, dodać następujące trzy liczby 72,957. 12,8. 124,03. piszę.

$$\begin{array}{r} 72,957 \\ 12,8- \\ 124,03 \\ \hline 209,787. \text{ Summa.} \end{array}$$

J tak podług wzwyż przepisaney reguły sobie postępując, znajde summę, 209,787.

O odęymowaniu (subtraction) liczb całych, i części dziesiętnych.

34. Odęymowanie jest działanie, przez które, iedna liczba odciąga się od drugiey. *Wypadek* z tego działania, nazywa się, *reszta* albo *różnica*.

35. Chcąc to działanie odprawić, liczbę która ma bydź odjęta, napisać trzeba, pod tą, od którey się odęymuie, tymże samym sposobem, iak w dodawaniu, i podkryśliwszy wszystko, odęymuie się od prawey ku lewey ręce idąc, każda liczba niższa, od wyższey, *odpowiadaiący*; to jest, iedności od iednościów, dziesiątki od dziesiątków, i. t. d. każdą resztę napisać trzeba na spodzie, w tymże samym porządku, czyli kolumnie, a gdy nic nie zostanie piśze się zero.

Jeżeli cyfra niższa od wyższey *odpowiadaiący* trafi się większa, natenczas

czenie, jedno ubyło; a iako 8, od 3 odjąć niemożę, tak podobnież do 3, dzieścięć iednościów, przydam, które pożyczę biorąc od następującej lewój cyfry 6, iedną iedność; i mówię 8 od 13, zостаie 5, które pod 8. piszę. Do trzeciej kolumny przychodząc mówię podobnież 9. od 5, albo raczej 9 od 15 (pożyczając iak wyżej;) zостаie 6. które pod 9. piszę.

Wczwartę kolumnie mówię, z teyże samęj przyczyny 7 od 6. albo raczej. od 16. zостаie 9. które pod 7. piszę: a że w piątej kolumnie do odjęcia nic niema, przeto pod tąz kolumną napiszę nie iuż 2. ponieważ się od nich pożyczę iedną iedność, ale tylko 1. i mieć będę rzęztę 19659.

36. Gdyby cyfra od którejby pożyczać przyszło była zero, natenczas nie od tego zero ale od piérwszėj następującej wartującej cyfry, pożyczyc trzeba; a chociaż w tym razie 100, 1000, albo 10000. (podług wielości, to iest iednego, dwóch lub trzech następujących po sobie zerów) pożyczają się, przecięż działanie niemniejszy, tak iak wyżej czynić się będzie, to iest że do cyfry dla której pożyczają się, tylko doda się 10, a ponieważ rozumić się że te dzieścię są wzięte ze 100, albo z 1000. i. t. d. pożyczonego, zatém w działaniu z liczbami pozostałemi 90 albo 990, zera następujące, za tyleż 0 rachować się będą; co lepiej, niżey położony przykład objaśni.

Jeżeli od	-	-	-	-	09
odjąć potrzeba	-	-	-	-	20064.
					<u>17489.</u>

2575, *Reszta,*

Mówię naprzód 9. od 4 albo raczej od 14 (od następującej cyfry pożyczając) zostaje 5. Dalej chcąc odjąć 8 od 5, ponieważ to uczynić się nie da, ani też od następującej cyfry, która jest zero, pożyczyć niemożna, zaczęm, od 2. pożyczam iednej iedności, która względem cyfry, w działanie teraz wchodzącej, warta tyśiąc. Z tego tyśiąca, biorę tylko dzieśięć, które do 5 dodawszy, mam 15, i mówię 8. od 15, zostaje 7,

Ponieważ tylko 10 iednościów z tyśiąca, którego pożyczyl, potrzebowałem, więc pozostałe 990 służyć mi będą, do odjęcia od nich liczb, niższych, położonym wzwyż zerom, odpowiadających; co na iedno wychodzi, iakby rachować każde zero, za 9: i tak powiem, 4. od 9. zostaje 5. potem 7. od 9. zostaje 2. a naostatek ieden od iednego odjąwszy, nic niezostanie.

37. Jeżeli części dzieśiątne w liczbach do działania zadanych znajdować się będą, też same regułę z niemi zachować będzie należało; żeby zaś w wykonaniu iey, uniknąć wszelkiej trudności, liczby dzieśiątne w zadanej liczbie, w iedenże gatunek obrócić trzeba, na końcu téj liczby która ma mniej dzieśiątnych, dostateczną liczbę zerów dodając; takowe przygotowanie, wartości téj liczby, bynajmniej nie odmienna (29)

PRZY:

PRZYKŁAD IV.

Od - - - - - 5403,25.

mam odjąć - - - - - 385,6532.

Kładę dwa zera na końcu dziesiątnych, wyższey liczby, po tém przygotowaniu, podług przepisanej reguły, działanie moje odprawiam,

5403,2500

385,6532.

5017,5968 Reszta.

i znajduję na resztę, 5017,5968,

ZAmiało zmniejszania o iedną iedność cyfry od ktorey się pożyczą, można, kiedy się podoba zostawić ją, tak iak jest, a na to miało, liczbę odéymować się mającą, pomnożyć iedną iednością: reszta wypadnie zawsze tak sama.

*O Próbie Dodawania, i Odéymowania
liczby.*

38. To co się nazywa *próbą działania Arytmetycznego*, iest inne działanie, które czyni się na doświadczenie, ieżeli wypadek z pierwszego iest taki, iaki bydz, w istocie samy powinien.

Próba dodawania robi się, dodając znowu nanowo częściami, lecz poczynając od lewéy, summy, które iuż były dodane. Całość odéymuje się od pierwszey kolumny, od części, która iey w summie niższey odpowiada: na spodzie pisze się re-

B 4

szta

szta, i w myśli w dziesiątki przemienia się, dla złączenia ich z następującą cyfrą téjże summy, od téj całości odéymuje się znowu całość wyższey kolumny, i tak się postępuje aż do ostatniéy kolumny, któręy całość odjęta, żadnéy reszty zostawić niepowinna.

Tak, znalazłszy wyżey że cztery liczby następujące,

6903.

7854.

953.

7327.

czynią sumę - - - 23037,

8118

Wypadek takowy chcąc sprawdzić; dodam też same liczby od lewéy ręki zaczynając, i mówię 6. a 7. są 13, a 7. są 20; które od 23, odjąwszy, zostanie 3. czyli 3 dziesiątki, z następującą cyfrą, zero, robiące 30. Idę do drugiéy kolumny, i mówię 9, a 8, są 17, a 9 są 26, a 3, są 29; które od 30 odciagam, zostaje mi się 1, czyli jeden dziesiątek, który do następującej cyfry 3, dodany, czyni 13. Dodam potém dalej, wszystkie liczby trzeciéy kolumny, mówiąc 5 a 5 są 10. a 2. są 12. które od 13. odjąwszy, zostanie się 1. czyli jeden dziesiątek, i ten do następującej cyfry 7. przyłączony, uczyni 17: podobież wszystkie liczby ostatniéy kolumny dodam, mówiąc, 3. a 4. są 7. a 3. są 10: a 7, są 17. które, od 17 odjąwszy, nie zostanie; Skąd wnoszę, że działanie pierwsze było doskonałe.

39. Próba odéymowania czyni się, dodając resztę wynalezioną z działania, do
liczby

liczby odjętę; jeżeli pierwsze działanie było dobrze zrobione, to wypadść powinna liczba, od której się odęymowało.

Dla tego w trzecim położonym wyżej przykładzie, widzę że działanie było dobre, bo dodając 17489, (liczbę odjętą) do reszty 2575, wypada mi 20064, to jest liczba, od której odęymowałem.

$$\begin{array}{r} 20064 \\ 17489 \\ \hline 2575 \\ \hline 20064 \end{array}$$

O Mnożeniu liczb (multiplicatio)

40. Mnożyć liczbę jedną przez drugą, jest to brać pierwszą z tych dwóch liczb, tyle razy, ile w drugiej znajduje się jednościów. Rozmnożyć 4, przez 3, jest to brać 4, trzy razy.

41. Liczba, która ma być rozmnożona nazywa się *mnożnym* (multiplicandus) przez którą się zaś rozmnaża, *mnożnik*, (multiplicator) wypadek z tego działania zowie się *mnogość* (factum.)

42. To słowo mnogość, może mieć obfzérniéysze znaczenie; lecz ostrzegamy umyślnie; że go używać nie będziemy, tylko w mianowaniu wypadku, wyrosłego z rozmnożenia.

Mnożny i mnożnik nazywają się także, *czynnikami mnogości*; (factor) tak 3, i 4,

fą czynnikami 12stu, ponieważ 3 razy, 4, czyni 12.

43. Z podanego dopiero o mnożeniu wyobrażenia, pokazuje się; iżby można to działanie odprawić, pisanie mnożnego, powtarzając tyle razy, ile się znajduje jednościów w mnożniku, a potem, robiąc dodanie; *n. p.* chcąc rozmnożyć 7, przez 3, można napisać,

$$\begin{array}{r} 7 \\ 7 \\ 7 \\ \hline \end{array}$$

21.

I liczba 21, wypadająca z tego dodania, będzie mnogością. Lecz niech tylko mnożny będzie cokolwiek znaczney wartości, działanie staie się zbyt długie, to zaś co właściwie mnożeniem nazywamy, jest sposób, przez który, krótszą drogą, tegoż samego wypadku dochodzimy.

44. Kiedy uważamy liczby niemianowicie, to jest bez względu na naturę ich jednościów, mało na tém zależy, którakolwiek z zadanych dwóch liczb do mnożenia, wezmie się za mnożnego, lub za mnożnika.

Np. Mając rozmnożyć 4, przez 3, jedno jest, rozmnożyć 4 przez 3, albo 3, przez 4; mnogość wypadnie zawsze 12: w rzeczy samej, 3 razy 4, nie co innego jest, tylko raz 4, trzy razy wię-

te, i 4 razy 3, są 4 razy ieden, trzy razy wię-
te: zacząć jest rzecz oczywista, że raz 4, albo 4
razy ieden, jest iedno; toż samo rozumowanie,
względem każdej innej, liczby użyć dać się

45. Lecz kiedy wyrażenie zadania w
mnożniku i mnożnym, mianowaną liczbę
oznacza, wiele na tem zależy, żeby mno-
żnika za mnożnego niebrać, ani przeci-
wnie: baczność ta, osobliwiej jest potrze-
bna w liczbach wielorakich, o których ni-
żej mówić będziemy.

W reszcie, to zawsze łatwo rozeznąć
można; zadanie prowadzące do mnożenia,
o które rzecz idzie, dać zawsze poznać,
ilość, którą kilka razy powtórzyć trzeba,
to jest mnożnego, i tę która oznacza,
wiele razy tenże mnożny, ma się powtó-
rzyć, to jest mnożnika.

46. Ponieważ mnożnik, służy do poka-
zania, wiele razy ma być mnożny po-
wtórzony, przeto zawsze jest liczbą nie-
mianowaną.

Tak, w pytaniu, wiele małą kosztować 52, są-
żni drzewa, sążeń po 36 zł: widzieć się dać,
że mnożnym są 36 zł: które 52 razy powtórzyć
trzeba, bądź że te 52, znaczą sążnie, lub też ia-
ką rzecz inną.

47. Mnogość zatem, z powtórzonego
dodania mnożnego, wynikła, będzie
miała w sobie iedności, téż saméj na-
tury co mnożny.

Po

Po tém krotkiém wyboczeniu, co do natury iednościów mnogości, i iéy czynników, powróćmy do sposobu znalezienia téyże mnogości.

48. Reguły mnożenia liczby, bądź iak naybardziéy poskładanéy na tém zależą, aby rozmnożyć liczbę iednéy osobnéy cyfry, przez liczbę drugiéy osobnéy cyfry. Trzeba się tedy wprawić, do znalezienia mnogościów, liczb w iednéy cyfrze wyrażonych, przydając koléyno liczbę, do téyże saméy liczby tyle razy, ile potrzeba. Można także kiedy się potrzeba, użyć następującéy tablicy, którą Pitagorowi przypisują.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Pierwsza listwa téy tablicy składa się, dodając wszędzie kolejno po iednemu.

Druga dodając po 2. podobnież.

Trzecia dodając po 3. i. t. d.

48. Przy pomocy téy tablicy chcąc znaleźć mnogość dwóch liczb, z których każda jest iedną cyfrą wyrażona, szukać potrzeba iedney z tych liczb mnożnego *np* w górney listwie; i od kratki włponioney dopiero liczby, spuszczaiąc się prosto na dół, pòty aż się stanie na przeciwko mnożnika w pierwszey kolumnie położonego. Liczba na którę się stanie, będzie mnogością.

Tak *np* chcąc znaleźć mnogość 9ciu przez 6. albo wiele czyni, 6 razy 9; spuszczam się od 9, w pierwszey listwie znalezionych, aż na przeciwko 6 w pierwszey kolumnie położonych; liczba na której zastanowiłem się, jest 54. a zatem 6 razy 9, czynią 54.

Na tém przygotowaniu do mnożenia liczb, w kilku cyfrach wyrażonych, zda mi się że będzie dosyć.

O Mnożeniu przez liczbę, z iedney cyfry złożoną.

50. Napisz, mnożnika (ktòrego tu z iedney cyfry bydz złożonego rozumiemy,) pod mnożnym, mało na tém zależy,

ży, pod którąkolwiek cyfrą; lecz żeby umysł zastanowić, daymy że to będzie pod cyfrą jednościów.

Rozmnoż naprzód liczbę jednościów przez mnożnika, a jeżeli mnogość, same jedności tylko w sobie zawiera, napisz ją na spodzie; jeżeli ma w sobie dziesiątki i jedności, napisz tylko same jedności, a rachując dziesiątki za tyleż jednościów, zatrzymay je w pamięci.

Rozmnoż podobnież liczbę dziesiątków mnożnego, i do mnogości, doday jedności zatrzymane; napisz wszystko na spodzie, jeżeli w iednéy cyfrze wyrażono byż może, jeżeli nie, to napisz, tylko mnogość jednościów, a zatrzymay dziesiątki, które są stami, do dodania ich z następującą mnogością, która także ze stów będzie złożona.

Podług téyże samey reguły postępuy sobie dalej z mnożeniem wżyskich cyfer liczby mnożnéy, rząd spodni cyfer napisanych, pokaże ci szukaną mnogość.

P R Z Y K Ł A D

Chcę wiedzieć, 2864. sążnie, wiele stóp czynią; sążeń. 6 stóp ma w sobie: zadanie na tém zawisło, żeby 6 stóp wziąć 2864 razy, albo co na jedno wychodzi (44) 2864 stóp, wziąć 6 razy.

Piszę więc - - - - 2864. *Mnożny.*
6. *Mnożnik.*

17184. *Mnogość.*

J mówię, poczynając od jednościów, 6 razy 4, czynią 24; piszę 4, a 2 jedności, za dwa dziesiątki zatrzymuję w pamięci.

2re. 6 razy 6, czynią 36, a 2, którem zatrzymał, czynią 38, kładę 8, a 3, zatrzymuję.

3cie. 6 razy 8, czynią 48, a 3 zatrzymane, czynią 51; kładę 1, a zatrzymuję 5.

4te. 6 razy 2, są 12, a 5 zatrzymane, czynią 17, które w całości piszę, bo już więcej nic do mnożenia nieostaie. Liczba 17184 jest żadaną mnogością, albo liczbą stóp, które czynią 2864 sążnie; ponieważ, zawiera w sobie 6 razy 4 jedności, 6 razy 6 dziesiątków, 6 razy 8 stóp, i 6 razy 2 tysiące, a zatem 6 razy liczbę 2864.

O Mnożeniu przez liczbę z wielu
cyfer złożoną.

51. Kiedy mnożnik ma więcej, iak iedną cyfrę, z każdą z osobna z tych cyfer, to robić trzeba, cośmy dopiero powiedzieli, o mnożniku, który ma iedną cyfrę, lecz zawsze poczynając od prawey: zatem naprzód wszystkie cyfry mnożnego, rozmnożyć trzeba ptzez cyfrę iednościow mnożnika, potem przez cyfrę dziesiątkow, i ta druga mnogość napilze się pod pierwszą; ale że to ma być liczba dziesiątkow, ponieważ się przez dziesiątki rozmnaża, przeto pierwsza cyfra tęy

mnogości, ma bydź przenieśiona pod dzieśiątki, drugie zaś cyfry podle niéy, cofając się ku lewéy ręce.

Trzecia mnogość, która wynika z mnożenia przez sta, podobnież napisze się pod drugą, lecz o iedno miéysce, ku lewéy znowu cofnąwszy: toż samo i względem innych następujących cyfer zachować trzeba.

Tym sposobem wszystkie mnożenia odbywizy, mnogości osobne dodadzą się razem, a summa, pokaże mnogość całkowitą.

P R Z Y K Ł A D

Zadaie się do rozmnożenia liczba 65487.
przez - - - - - 8

6958,

523896.

327435.

589383.

392922.

455658546.

Rozmnażam naprzód 65487, przez 8. iednościów, mnożnika, i pod linią, porządnie piszę cyfry mnogości, 523896. którą znajduię podług podanéy reguły, w pierwszym przypadku (50) Rozmnażam podobnież liczbę 65487, przez drugą cyfrę mnożnika 5, i mnogość, pod pierwszą mnogością piszę, lecz pierwszą cyfrę 5, pod dzieśiątką-pierwszey mnogości kładąc.

Tymże samym sposobem mnożąc 65487, przez trzecią cyfrę 9, mnogość 589383, piszę pod przeszłą, ale znowu pierwszą iéy cyfrę 3, pod stami kładąc

kładac, bo liczba przez którą rozmnażałem była liczba stów.

Nakoniec rozmnażałem 65487, przez ostatnią cyfrę mnożnika 6, i mnogość jego 392922, piszę pod przeszłą, znowu o jedno miejsce, wlewając posunawszy się, ażeby ostatnia cyfra miejsce tyśiacow zabierała; cyfra albowiem, przez którą się rozmnożyło, tyśiące znaczy; w reszcie te wszy, stkie mnogości z sobą dodawszy, mam mnogość 455658546, z 65487 rozmnożonych, przez 6958 złożoną, to jest wartość 65487, wziętych 6958 razy. Jakoż w rzeczy samey, wzięło się 65487, razy 8 przez pierwsze działanie, 50 razy przez drugie, 900 razy przez trzecie, a 6000 razy przez czwarte.

52 Gdyby mnożny lub mnożnik lub też oba, kończy się zerami: działanie skrócićby można, rozmnażając iak gdyby zerów nie było; lecz potem, na końcu mnogości, wszystkie położyć trzeba.

P R Z Y K Ł A D.

Ma być rozmnożona liczba 6500.

przez	-	-	-	-	-	-	350.
							325
							195
							2275000.

Rozmnażam tylko 65. przez 35, i znajduję 2275, na końcu których, dodaję trzy zera, które się na końcu mnożnego, i mnożnika znajdują. Jakoż mnożny 6500. oznacza 65 stów; a zatem rozmnażać 65. należy się dorozumiewać że mnogość będzie ze stów; podobnież mnożnik,

350, oznacza 35 dziesiątków; więc, rozmnażając przez 35, rozumie się, że mnogość będzie z dziesiątków; będzie więc, z dziesiątków setów, to jest z tysięcy, a zatem powinna mieć trzy zera: w wszelkich innych zdarzeniach użyć można podobnego temu rozumowania.

53. Kiedy między cyframi mnożnika, znajduje się zero, ponieważ mnożenie przez zero, nie może dać inżey mnogości, iak zero, zaczęm obejść się można bez pisania onych, i zaraz przechodząc do mnożenia pierwszej cyfry wartościowej, po tych zerach następujących, mnogość o tyle mieysc więcej jednem, posunie się ku lewéj ręce, wiele zerów idących po sobie znajduje się w mnożniku; to jest o dwa mieysca jeżeli jedno zero, o trzy jeżeli dwa, i t. d.

P R Z Y K Ł A D.

Mając rozmnożyć - - - 42052.

przez - - - - - 3006.

252312.

126156.

126408312.

Rozmnożywszy przez 6, i mnogość 252312 napisałwszy, zaraz przez 3, ma się rozmnażać; lecz mnogość 126156, tym sposobem napisać trzeba, żeby znaczyła tysiące; trzeba ją więc posunąć o trzy mieysca, to jest jednem więcej, ile zerów, po sobie następujących, między cyframi mnożnika znajduje się.

O Mnożeniu części dziesiętnych.

54. W rozmnażaniu części dziesiętnych, też samę regułę zachować należy, co w liczbach całych, na kryłkę żadnego względu niemając; lecz znalazłszy mnogość, po prawey ręce, kryłką tyle cyfer oddzieli się, ile ich w mnożnym i w mnożniku znajdowało się.

P R Z Y K Ł A D.

Jest zadanie rozmnożyć	54,23
przez	8,3
	16269
	43384
	450,109

Rozmnażać tedy będą 54,23, przez 83; mnogość wypadanie 450109; a ponieważ znajduia się dwie dziesiętne w mnożnym, i jedna w mnożniku, przeto po prawey ręce mnogości, trzy cyfry oddzieliwszy, zrobi się 450,109. to jest mnogość taka iak być powinna.

Téy reguły przyczyna łatwo daie się poiać, uważając, że gdyby mnożnik był 83, mnogość w dziesiętnych nie miałaby tylko setne, ponieważ mnożny 54,23. którego dziesiętne są setnemi, powtórzyłby się 83 razy; lecz że mnożnik jest 8,3. mnogość powinna także być, dziesięć razy mnieysza iak w piérwszym razie;

ostatnia tedy cyfra dziesiątnych, powinna tyśiączne wyrażać; a zatem, 3 cyfry dziesiątne, w téj mnogości znaydować się powinny, to jest tyle, ile ich jest, w mnożnym i w mnożniku.

To rozumowanie w każdym innym razie daie się użyć.

PRZYKŁAD II.

Mając rozmnożyć	-	-	-	-	-	0,12.
przez	-	-	-	-	-	0,3
						0,036.

Rozmnażać się będą 12 przez 3, co by uczyniło 36; że zaś reguła przepisuje, żeby oddzielić trzy cyfry, możeby kogo zatrudniło, iak to, w tym razie wykonać; lecz udawszy się do rozumowania, któregośmy w przykładzie przeszłym użyli, pokaże się łatwo, iż potrzeba, iak się tu czyni, między 36 i kryską, położyć zero. W rzeczy samej gdyby 0,12, przez 3. mnożyć potrzeba było, pokazuje się oczywiście, żeby wypadło 0,36. lecz że tylko przez 0.3 rozmnożyć zadano, to jest przez liczbę dzieśnięć razy mnieyszą od 3. przeto téż i mnogość powinna być od 0,36. dzieśnięć razy mnieysza, to jest tyśiącznemi wyrażona; co się stanie (28.) napisawszy 0,036.

Niektóre użycia, reguły poprzedzających.

55. Nie jest tu myśl nasza, podawać wszelakie, iakie tylko być mogą użycia, mnożenia liczby. Wskażemy tylko niektóre, a te do innych drogę pokażą.

56. Mnożenie, służy do znalezienia w ogólności, wartości całkowitej wielu jednościów, każdej osobną wartość mając wiadomą.

Np. rod Wiele ma, kosztować 5842 sążni, sążeń po 54. złt, rachując? trzeba rozmnożyć 54 złt. przez 5842, albo (44.) 5842 złt. przez 54; wartość całkowita wypadnie 315468. złt. 2re. Jeżeli bomba 8 calowa waży 42 fty wiele ważyć będą 5954. bomb, téż samęj frzednicy? (diameter) Trzeba rozmnożyć 42, przez 5954, albo 5954, przez 42; waga całkowita 5954. bomb, wyniesie 250068. ftów.

57. Używa się mnożenia chcąc jedności pewnego gatunku, przemienić w jedności mniejszego gatunku. *Np.* obrócić złote na grosze, grosze na szelągi; sążnie na stopy, stopy na cale, na linie; dni na godziny, te na minuty pierwsze, minuty pierwsze, na minuty wtóre; częstokroć bywają takowe przemiany potrzebne. Podamy ich niektóre przykłady.

Chcąc przemienić 10. złt. 15. gr. na szelągi; ponieważ złoty zawiera w sobie 30 groszy, rozmnażam naprzód 10. złt przez 30 (52) co mi da 300 groszy, do których przyłączymy 15 groszy uczyni 315, które rozmnożę przez 3. ponieważ każdy grosz, wart trzy szelągi, i będę miał mnogość 945 szelągów, która mi oznacza wartość 10 złt. 15 gr. obróconych na szelągi.

Gdyby było zadano: rok pospolity, to jest 365 dni, 5 godzin, i 48 minut, albo, 365 *d.* 5 *g.* 48 *m.*, wiele uczynią minut? ponieważ dzień ma 24. godziny, rozmnóżę 24 *g.* przez 365 i do mnogosci 8760, *g.* dodam 5. *g.* rozmnóżę potem tę całkowitość 8760 przez 60 (52) gdyż godzina ma w sobie 60 minut, dostanę mnogość 525900 minut, do których 48 minut przydawszy; wypadnie 525948, to jest liczba minut, zawierająca się w roku pospolitym,

*O Dzieleniu liczb całych, i części
dziesiętnych.*

58. Dzielić liczbę, przez drugą, jest to w ogólności szukać wiele razy pierwsza z tych dwóch, drugą w sobie zawiera.

Liczba która ma być dzielona nazywa się *dzielny* (dividendus) przez którą się zaś dzieli, jest, *dzielnik*, (divisor) ta zaś co pokazuje, wiele razy dzielny mieści w sobie dzielnika, ma nazwisko *wieloraz* (quotiens)

Niezawście jest celem dzielenia wiedzieć, wiele razy iedna liczba drugą w sobie mieści, atoli działanie zawsze tak się czyni, iak gdyby do tego końca zmierzalo; zaczem w każdym razie można go uważać, iako działanie przez które dochodzimy, wiele razy liczba dzielna mieści w sobie dzielącą.

Stąd idzie; że rozmnazając dzielnika
przez

Rozmnażam dzielnika 7, przez 5, i napisawszy mnogość 35, pod nową częścią dzielną, czynię odęymowanie, po którym zostało mi reszta 1.

Nakoniec, na boku tej reszty 1, spuszcza ostatnią cyfrę 9, i mówię w 19, wiele razy mam 7? 2 razy; przypisuję 2, do wielorazu.

Rozmnażam dzielnika 7, przez nowy wieloraz 2, i mnogość napisaawszy, pod ostatnią częścią dzielną 19, po odjęciu zostało mi reszta 5.

Znajduję więc że 8769, zawieraia w sobie liczbę 7, tyle razy, ile pokazuje wieloraz, któryś napisaali, to jest 1252 razy, i że się jeszcze zostało 5.

Co się tycze tej reszty, dosyć nam teraz tylko będzie powiedzieć, że się pisze na boku przy wielorazie, iak w tym przykładzie zobaczyć można, to jest dzielnika pisząc na spodzie tej reszty, i iedną liczbę od drugiej linią oddzielając, co wymawia się, pięć siódmych części, albo iednym słowem, *pięć siódmeł*. Naturę tego gatunku liczb, wytłómaczymy niżej.

60. Gdyby się trafiło w działaniu, że który z częściowych dzielnych, dzielnika w sobie mieścić niebędzie, natenczas, tylko przy wielorazie napisze się zero, i pominąwszy mnożenie, spuszcza się zaraz inna cyfra, do częściowego dzielnego, i w dzieleniu postępuje się dalej.

P R Z Y K Ł A D

Trzeba rozdzielić liczbę: 14464 przez 8.

$$\begin{array}{r|l}
 14464 & 8. \\
 \underline{8} & 1808 \\
 64 & \\
 \underline{64} & \\
 064 & \\
 \underline{64} &
 \end{array}$$

Biorę tu dwie pierwsze cyfry liczby dzielnej, bo sama pierwsza, nie mieści w sobie dzielącej.

Znajduję że 14, zawieraia w sobie 8, raz 1. piszę ten wieloraz 1. rozmnażam 8 przez jeden, i mnogość 8. od 14 odejmuję, co mi daie 6 reszty, do której spuszcza trzecią cyfrę, dzielnego to iest 4.

Postępuję dalej mówiąc: w 64, wiele razy mam 8? znajduję 8 razy, piszę wieloraz 8; po odprawionem rozmnożeniu, mnogość 64, odejmuję od części dzielnej 64, zostaie mi 0; do którego spusciwszy 6, to iest czwartą, dzielnego cyfrę, znajduję, że 6, w sobie 8u. nie mieści; piszę zamiast wielorazu, 0, i natychmiast, do 6, spuszcza ostatnią dzielnego cyfrę 4, mówiąc: w 64, wiele razy mam 8? znajduję 8 razy. Napisawszy wieloraz 8, i mnożenie odbywszy, odejmuję mnogość 64; a iako nic mi się niezoštaie, wnoszę, że 14464, zawieraia w sobie liczbę 8, razy 1808.

O Dzieleniu przez liczbę z wielu cyfer złożoną.

61. Gdy dzielnik z więcej cyfer będzie złożony, postąpić sobie trzeba następującym sposobem.

Wzmiy po lewéy ręce dzielnego tyle cyfer, ile potrzeba do umieszczenia dzielnika.

To założywszy, zamiast szukania iak wyżéy, wiele razy część dzielna zawiera w sobie całego dzielnego, szukay tylko wiele razy pierwsza cyfra dzielnika mieści się w pierwszéy, lub dwóch pier-

wszych

wszyscy cyfrach dzielnego, jeżeli sama pierwsza niewystarcza; wieloraz ten, napisz pod dzielnikiem iak pierwszy.

Rozmnażay kolejno, podług reguły daney (50), wszystkie cyfry dzielnika przez wieloraz, a cyfry mnożności, porządkiem powność pod odpowiadające cyfry dzielnego. Odpraw odęymowanie, i do reszty, spuść następującą dzielnego cyfrę, dla pociągnięcia dalej, tymże samym sposobem tego działania.

Niektórzy przykłady to objaśnimy, i zachodzące w nich trudności ułatwimy.

P R Y K Ł A D I.

Niech będzie zadano rozdzielić 75347. przez 53.

$$\begin{array}{r|l}
 75347. & 53. \\
 \hline
 53 & 1421 \text{ } 11. \\
 \hline
 223. & \\
 212 & \\
 \hline
 114 & \\
 106 & \\
 \hline
 87. & \\
 53. & \\
 \hline
 34. &
 \end{array}$$

Biorę tylko dwie pierwsze cyfry dzielnego, ponieważ zawierają w sobie dzielnika; i zamiast mówić, w 75 wiele razy mam 53, mówię tylko wiele razy 7. dziesiątków z 75, mieścić w sobie 5 dziesiątków z 53, to jest wiele razy 7, zawiera w sobie 57 znajduję 1. który, iako wieloraz piszę.

Roz-

Rozmnażam 53 przez 1. i mnogość 53 pod 75 przenoszę: po odprawionem odjęciu zostaje 22. do których następującą dzielnego cyfrę 3. spuszczam, i postępuję dalej mówiąc, dla większey łatwości, we 22. wiele razy mam 5? (zamiast w 223. wiele razy mam 53.) Znayduję 4 razy, które iako nowy wieloraz piszę.

Rozmnażam kolejno przez 4. obie cyfry dzielnika, i mnogość 212, pod częścią dzielną 223 składam; po odciągnięciu zostaje mi reszta 11. do której spuszczam cyfrę dzielnego 4, i prosto mówię iak przedtem w 11. wiele razy mam 5? 2 razy; napisałwszy ten wieloraz, rozmnażam 53, przez 2, co mi daie 106, które piszę pod częścią dzielną 114; odprawiwszy odeymowanie mam resztę 8, do których ostatnią cyfrę 7, spuszczam; i postępując, dalej, rozdzielam 87, podobnież iak wyżej, wypada mi wieloraz 1, i reszta 34, którą piszę przy wielorazie, wyżej wzmiankowanym sposobem (59.)

62. Należałoby wprowadzić szukać ściśle, wiele razy część dzielną, całego dzielnika w sobie zawiera; lecz że takowe macanie, częstokroć byłoby bardzo długie, i przykre, na tém iakośmy widzieli, przestawać się zwykło, gdy tylko szuka się wiele razy część najmocnięsza dzielnego, w sobie mieści także część najmocnięszą dzielnika, wieloraz tym sposobem wynaleziony, niezawście jest prawdziwy, ponieważ w istocie samę tą drogą tylko przybliżamy się do wartości prawdziwego wielorazu; ztém wszystkiem,
oprócz

oprócz że zbliżenie takowe, prawie zawsze szukaną liczbę wskazuje, w przeciwnym razie, przynajmniej mało co od niej oddali; następujące mnożenie służy, do poprawienia tego, co w owym sądzeniu mogło być omylnego. W rzeczy samej, gdyby część dzielna, trzy razy np zawierała w sobie dzielnika, a z uczynioney próby pokazało się, że go 4 razy pomieścić może, w rozmnożeniu, łatwo pokazuje się iżby mnogość, większa była od dzielnego, ponieważ brałoby się więcej razy dzielnika aniżeli się prawdziwie w dzielnym mieści, przez co odęymowanie stałoby się niepodobne: w takowym tedy razie, wieloraz zmniejsza się o jedną, dwie, i. t. d. jedności, póki niewypadnie mnogość do odciągnięcia zgodna; przeciwnym sposobem gdyby za wieloraz były wzięte 2, reszta wypadła przez odęymowanie, od dzielnika bądź większą pokazałaby się, coby znakiem było, że dzielnik jeszcze w niej mieści się, a zatem że wieloraz jest mały.

Wreszcie przez używanie, nabyć można wkrótce łatwości, przewidzenia, o wiele zmniejszyć lub pomnożyć trzeba wieloraz z pierwszey próby wypadły.

Niech będzie zadano rozdzielić 189492 przez 375.

$$\begin{array}{r|l}
 189492. & 375 \\
 1875 & \\
 \hline
 & 505 \text{ } 117.
 \end{array}$$

1992

1875

117.

Biorę cztery pierwsze cyfry dzielnego, bo trzy przódnie nie mieszczą jeszcze w sobie dzielnika.

Potem mówię w 18 tylko, wiele razy mam 3? w rzeczy samej mam 6 razy; lecz rozmnażając 375 przez 6, wypadnie mi więcej od dzielnego 1894; dla czego piszę tylko 5, a napisawszy mnożość pod 1894, czynię odęymowanie, i zostanie mi 19.

Spuszczam do 19, cyfrę dzielnego 9; a ponieważ 199, nie mieści w sobie 375, kładę 0, za wieloraz, i do 199 spuszczam następującą cyfrę dzielnego 2, co mi da 1992; i mówię w 19 tylko, wiele razy mam 3? 6 razy. Lecz dla wyżej objaśnionej przyczyny, piszę tylko wieloraz 5, i po uczynionem wzwyż opisanem działaniu, zostało mi reszta 117.

63. Dla tém łatwiejszego pojęcia tego sposobu, podaliśmy regułę żeby pod każdą częścią dzielną mnożość z rozmnożenia dzielnika przez wieloraz, znaleziona, napisać; lecz ponieważ, jest celem Aritmetyki, działania ile możliwości skracać, należy nam tu przydać, iż bez pisania tych mnożości obéyśdź się może, czyniąc kolejno zaraz odęymowanie

po

po rozmnożeniu każdéy cyfry dzielnego; Następuiący przykład, rozumiém będzie dostarczaiący, na objaśnienie tego odéymowania.

P R Z Y K Ł A D

Ma bydź dzielono - 756984. przez 932.

$$\begin{array}{r|l} 756984 & 932. \\ 1138 & \\ \hline 2064 & 812 \frac{200}{932}. \end{array}$$

200.

Wziąwszy cztery pierwsze cyfry dzielnego, których do umieszczenia dzielnika trzeba, znajduię że 75, mieszczą w sobie 9, razy 8, dlaczego piszę wieloraz 8; lecz zamiast przeniesienia pod 7569, mnogości z rozmnożenia 932, przez 8, wyniknąć mającey, rozmnażam prosto 2, przez 8, co mi daje 16, a iako 16, niemogę odjąć z 9, pożyczam od następuiącey cyfry 6, dziesiątka, który z 9 złączony uczyni 19, z tych więc odjąwszy 16, zostanie mi 3, które na spódzie piszę.

Zebym się zaś wyrachował z tego pożyczonego dziesiątka, zamiast zmniejszenia o jedną jedność cyfry 6, od której pożyczylem, zatrzymuię w myśli tę jedność, i dodając ją do następuiącey mnogości, i tak dalej w mnożeniu postępując, mówię 8 razy 3, czynią 24, a 1 zatrzymany, są 25; a iako 25 od 6 odjąć niemogę, od następuiącey dzielnego cyfry 5, pożyczam dwóch dziesiątków, które z 6 złączone czynią 26; z tych odjąwszy 25, zostaje mi 1, który pod 6 piszę; tym sposobem wyrachowałem się z pierwszego dziesiątka, o który powinienem był zmniejszyć 6, bóm odjął więcej jednym dziesiątkiem, iak należało.

Podobnież wyrachuię się, i z dwóch dopiero pożyczonych dziesiątków; mówię więc dalej: 8 razy

9 czynią 72, a 2 pożyczone, są 74, które z 75 odjęte, dają mi resztę 1.

Spuszczam do reszty 113 cyfrę dzielnego 8, i w tenże sam sposób dalej postępuję, mówiąc: w 11, wiele razy mam 9? 1 raz; potem, raz 2, są 2, które odjąwszy od 8, zostaje 6, raz 3 są 3, które odjąwszy od 3, zostaje 0, raz 9 jest 9, które odjąwszy od 11, zostaje 2. Do reszty 206, spuszczam cyfrę 4, i mówię we 20 wiele razy mam 9? 2 razy, potem rozmnażając, 2 razy 2, są 4, te odjąwszy od 4, zostaje 0. 2 razy 3, są 6, które odjąwszy od 6, zostaje, 0; i na koniec 2 razy 9, są 18, które odjąwszy od 20, zostaje 2.

W przeciągu dzielenia częściowego, może się trafić, że dzielnik, więcej jak 9 razy, w sobie mieści dzielnika; z tem wszystkiem wielorazu nigdy nad 9 nie trzeba brać większego; gdyby albowiem tylko 10, położyć można, byłoby dowodem, że wieloraz przez poprzedzające działanie wynaleziony, był fałszywy; ponieważ dziesiątek w teraźniejszym wielorazie wypadły, do przeszłego należałby wielorazu.

64. Gdyby po dzielnym i dzielniku zera następowały, tak w pierwszym jak w drugim, mogę ich odjąć tyle, ile ich się znajduje na końcu tego, który ich ma mniej.

Np. chcąc rozdzielić 8000 przez 400, dzielę tylko 80 przez 4; jest albowiem oczywista, że

80 stów, niewięcej razy zamykają w sobie 400 stów, iak 80 iednościów, zamykają w sobie 4 iedności.

O Dzieleniu części dziesiątnych.

65. Zebyśmy się daremnie zbytecznymi wywodami niezabawiali, działanie dzielenia dziesiątnych, w téy regule iednej zamknijemy.

Z pomiędzy dwóch liczb zadanych, téy która ma w sobie mniej dziesiątnych, doday na końcu, dostateczną liczbę zerów, ażeby wielość dziesiątnych, w obu równa była; co wartości liczby nieodmieni (29): kryłkę w obydwu odrzuć, i działanie odpraw iak w liczbach całych; w znalezionym wielorazie, niebędziesz miał nic do odminienia.

P R Z Y K Ł A D

Jest zadano rozdzielić - 12,52 przez 4,3
 Piszę - - - - - 12,52 | 4,3
 Albo raczěj dopełniając
 liczbę dziesiątnych, 12,52 | 430
 Odrzuciwszy kryłkę, mam 1252 dzielić przez 430.
 Odbywwszy działanie 1252 | 430
 392 | 2 112.
 Znayduję wieloraz 2, i resztę 392; to iest, że wieloraz iest 2 i $\frac{112}{430}$.

Lecz iako célém dziesiątnych rachunków, iest żeby ułameków pospolitych uni-

knąć, tak zamiast napisania reszty w postaci ułamka, iakośmy czynili dotąd, postąpi się dalej w działaniu iak w następującym przykładzie:

P R Z Y K Ł A D

$$\begin{array}{r}
 1252 \overline{) 430} \\
 3920 \overline{) 2,9116.} \\
 \underline{500} \\
 \underline{700} \\
 \underline{2700} \\
 120.
 \end{array}$$

Znalazłszy wieloraz w całości, iak tu 2, na boku reszty 392, przyda się iedno zero, które uczyni tę resztę dziesięć razy większą; potem w dzieleniu przez 430 dalej postępuje się, a znalazłszy wieloraz 9, pisze się na swoim miejscu, ale wprzód wieloraz całych, oddziela się kryką przy 2; tym sposobem 9, iuż tylko dziesiętne znaczyć będzie: po odprawionem mnożeniu i odęymowaniu, do reszty 50 doday zero, co na iedno wychodzi, iak gdybyś był zaraz dwa zera dzielnemu przydał; kładąc po 9, znaleziony wieloraz 1, tym sposobem da mu się iego prawdziwa wartość, bo natenczas setne oznacza. I tak dalej pociągnąć się może działanie, podług potrzeby przybliżenia. Przystając na dwóch dziesiętnych będą miał wartość wielorazu, mniej a niżeli o iedną setną od prawdziwej wartości, różniącego się, to jest że zostająca reszta, mniej waży iak iedną setną; i. t. d. niemożna albowiem było wziąć iednej iedności mniej lub więcej do wielorazu, boby się stał, albo zbyt mały, lub nazbyt wielki.

Tym sposobem wszystkie reszty z dzielenia wynikające, mogą być obrócone na dziesiętne.

66. Zostaie nam ieszcze do wytłomaczenia, dla czego odrzucenie kryski w dzielnym i w dzielniku, w wielorazie nie neodinienia, liczbę dziełatnych w każdym, do równéy wielości dopełniwszy: to łatwo daie się poiać, poniewaź w wyżéy położonym przykładzie, dzielny 12,52, i dzielnik 430 nie są co inzego, tylko 1252 setnych, i 430 także setnych, bo iedności całe, ważą sta setnych; (22) zatém iaśnie pokazuie się, że 1252 setnych, nieinaczéy w sobie zawieraią 430 setnych, iak 1252 iedności, mieszczą w sobie 430 także iednościów, dla tego dopełniwszy liczbę dziełatnych, wzgląd na kryskę iest niepotrzebny.

O Próbie mnożenia i dzielenia.

67. Z saméy definicyi, którąśmy do każdego z tych działań, z osobna dali, można wyciągnąć sposób, uczynienia ich próby.

Poniewaź w mnożeniu, mnożny bierze się tyle razy, ile iednościów znajduje się w mnożniku, idzie zatém, iż znalazłszy, wiele razy mnogość, mieści w sobie mnożnego, to iest (58) rozdzieliwszy mnogość przez mnożnego, za wie-

loraz powinien wypaść mnożnik, a iako można wziąć mnożnego za mnożnika, i odwrotnie, tak też powiedzieć można w powszechności, iż *rozdzielniejszy mnogość, to jest liczbę rozmnożoną, przez jedną z mnożących, za wieloraz druga wypaść powinna.*

Np. znaleźliży wyżej (50) że 2864 rozmnożone przez 6, dały 17184, dziełę 17184, przez 2864, i powinienem znaleźć, iakóż w samey rzeczy znajduię wieloraz 6.

68. Podobnież, ponieważ wieloraz z dzielenia wynikły, oznacza, wiele razy dzielny mieści w sobie dzielnika, idzie zatem, iż wzięwszy dzielnika tyle razy wiele wieloraz znaczy, to jest rozmnożywszy dzielnika przez wieloraz, z mnogości, powinien dzielny wypaść, ieżeli reszta żadna niezostała w działaniu; gdyby zaś co zostało było, rozmnożywszy dzielnika przez wieloraz, do mnogości dodać potrzeba resztę z dzielenia pozostałą; a tak dzielny zupełny wypaść powinien.

Np. znaleźliśmy wyżej (62.) że 189492 rozdzielone przez 375, dały wieloraz 505. i reszty 117: mnożąc zatem 375 przez 505 znajduię 189375. do których dodawszy resztę 117. mam w zupełności 189492. to jest dzielnego.

Tak

Tak więc mnożenie i dzielenie za wzajemną próbę służyć sobie mogą.

O niektórych użyciach, reguły poprzedzających.

69. Dzielenie, nie tylko służy do wyznalezienia, wiele razy iedna liczba, drugą w sobie mieści, ale też i do podzielenia liczby iakowéy na równe części. Wziąć połowę, tróykę, ćwierć, piątkę, dwudziestkę, trzydziestkę, i. t. d. iakowéy liczby, iest to rozdzielić tę liczbę, przez 2, 3, 4, 5, 20, 30, i. t. d. albo ją przedzielić na 2, 3, 4, 5, 20, 30, i. t. d. równych części, dla wzięcia z nich iednéy.

Z pomiędzy wielu takowego dzielenia przykładów, obraliśmy przypadek, w którym znaleźć potrzeba, wielkość szrednią między wielu innemi. Daymy, że uczyniwszy z iednego moździerza dzieścię prób, rzucenia pokazały się bydz następujące.

Razy rzucenia		Dalekości rzucenia	
	1	.	1231 sążnie.
	2	.	1192.
	3	.	1223.
	4	.	1200.
	5	.	1227.
	6	.	1144.
	7	.	1186.
	8	.	1219.
	9	.	1229.
	10	.	1164.
<i>Summa Rzuceniów.</i>		-	12015
<i>Rzucenie średnie</i>		- - -	1201 $\frac{5}{10}$.

Co rozumiemy przez wielkość średnią, jest to, coby była każda wielkość zosobna, gdyby zachowawszy, tęż samę wartość całkowitą, wszystkie między sobą równe były. Stąd jasnie pokazuje się, że gdyby wszystkie między sobą równe były, dla wynalezienia wartości każdej zosobna, trzeba by ich całkowitość przedzielić na tyle części, ile się znajduje, takowych wielkości. Trzeba tu więc rozdzielić summę 12015 na dziesięć części, to jest rozdzielić ją przez 10; wieloraz 1201 $\frac{5}{10}$ jest wielkością, czyli rzuceniem średniem, tak nazywanem, dlatego że niby środek trzyma między wszystkiemi.

W pospolitych rachunkach praktycznych, ułamek

mek zwykły się odrzucać, kiedy wartość jego połowy iedności niedochodzi; przeciwnie gdy przechodzi takowey iedności połowę, albo całą wartość téż połowy waży, rachować się zwykło iedną iednością więcej.

70. Dzielenie służy ieszcze, do przemienienia iedności pewnego gatunku, w iedności gatunku wyższego *np.* pewną liczbę szelągów na grołze, te zaś na złote.

Chcąc obrócić 5864 szelągów na grosze, uważać trzeba, że ponieważ na grosz ieden 3 szelągi wchodzi, ile razy będą się mieścić 3 szelągi, w 5864 szelągach, tyle téż będzie i groszy. Trzeba zatem dzielić przez 3; co uczyni 1954 grosze, i 2 szelągi reszty.

Te 1954 gr. chcąc obrócić na złote, rozdzielię 1954 przez 30, ponieważ na złoty trzeba 30 groszy; tym sposobem, dostanę w całkowitości 65 zł. 4 gr. 2 szelągi.

71. Z okazji tego dzielenia przez 30, uważyc nam należy, iż mając dzielić przez liczbę iaką po której następuią zera, działanie skrócić można, po prawey ręce dzielnego oddzielając tyle cyfer, ile w dzielniku zerów znajduje się; dzieli się potem część pozostała po lewey ręce przez znaczące cyfry dzielnika, to jest które nie są zerami; jeżeli się została reszta, piszą się przy nię oddzielone cyfry, skąd całkowita reszta wynika.

Np. dzieląc 5834 przez 20, oddzielałam cyfrę 4, i część 583, dzielę przez 2; mam wieloraz 291 i reszty 1; przy tej reszcie, 1, piszę oddzieloną cyfrę 4, co mi dało całkowitą resztę 14; a zatem wypada mi wieloraz 291 $\frac{1}{20}$.

72. Stąd pokazuje się, iż gdy mi potrzeba wziąć trzydziestą część liczby złotych zadanych, oddzielałam naprzód ostatnią cyfrę po prawej ręce, rachuję tę ostatnią cyfrę za grosze, biorę trzecią część drugich cyfer, rachuję je za złote; jeżeli biorąc tę trzecią część, zostało mi się jeden lub dwa, rachować je będę za dziesiątki groszów, które po lewej ręce cyfry, z początku oddzielonej, napiszę. *

- Np. chcąc mieć trzydziestą część 54672 złotych: oddzielałam ostatnią cyfrę 2, które rachuję za grosze, ponieważ trzydziesta część 2 złt. są 2 grosze; biorę trzecią część 5467, co mi uczyni 1822 złt. a iako mi się zostało 1, mam 1822 złt. 12 groszy, na zadaną trzydziestą część; przenosi się dziesiątek zostający, do dziesiątków groszów, dla tego, że trzydziesta część jednego dziesiątku złotych, jest jeden dziesiątek groszów.

Gdyby rzecz szła, o wzięcie dziesiątej części, natenczas, wszystkie cyfry, oprócz ostatniej po prawej ręce, wziąć trzeba za tyleż złotych: potem tę ostatnią cyfrę stroiwszy, to strojenie, wziąć należy za grosze, dziesiąta albowiem część złotego, warta 3. grosze.

O

* Dla użytku krajowego monetę Francuską odmiłiśmy tu raczy na swoyską, z której to przyczyny i przykłady niektóre niżej położone, odmiłić się musiały,

O Ułamkach.

73. Ułamki wzięte arytmetycznie, nie-
co innego są, tylko liczby, przez które
wyrażają się ilości mniejsze od jedno-
ści.

74. Żeby sobie ułamków jasne wyo-
brażenie uczynić, trzeba sobie wystawić
ilość, którąśmy wzięli za jedność, iako
złożoną z pewnej liczby części, albo
jednościów jeszcze mniejszych, tak, iak
np poymniemy, że złoty jest złożony z
trzydziestu części, czyli jednościów mniej-
szych, które nazywamy groszami.

Jedna lub więcej takowych części,
czynią *ułamek jedności*; lecz daie się tak-
że to nazwisko liczbom, które, nam ta-
kowe części wystawiają.

75. Ułamek, może być wyrażony
dwoiakiem sposobem w liczbach, oba są
w użyciu.

Pierwszy sposób zawiśł, na wystawie-
niu sobie, iako liczb całych, tych czę-
ści jedności, iakie w sobie też jedność
zawiera, o którą rzecz idzie, lecz na-
tenczas takowym częściom, osobne da-
wać się zwykło nazwisko.

Tak chcąc wyrazić 7 części, takich, iakich się
30 zawiera w złotym, używa się cyfry 7, lecz się
przydaie 7 groszy, pisząc 7 gr. Ten sposób ozna-

czenia części iednościów, ma miejsce w liczbach wielorakich, o których niżej mówić będziemy.

76. Lecz iako do każdego przedsięwziętego podzielenia iedności, osobnego trzebaby znaku, przeto téy wielorakości znaków unikając, ułamek wyrażać się zwykł, przez dwie liczby, iedna nad drugą położone, i linią przedzielone.

Tak chcąc naznaczyć 7 takowych części, o których mówiliśmy, pisze się $\frac{7}{10}$, to jest powiedzianwszy w ogólności, pisze się naprzód liczba, która oznacza, wiele części, całej iedności, ma w sobie ilość, o którą rzecz idzie, na spodzie zaś téy liczby pisze się liczba, wyrażająca, wiele takowych części w całej iedności wystawujemy sobie.

Ułamek wymawiając, wymawia się naprzód liczba wyższa nazwana *licznik*, (numerator) a potem liczba niższa, która nazywa się *mianownik* (denominator)

Np. chcąc wymówić $\frac{7}{10}$ mówię *siedm trzydziestek*; chcąc powiedzieć $\frac{4}{5}$, mówię *cztery piątek*; przez które to wyrażenie *cztery piątek*, powinny się rozumieć cztery części, którychby potrzeba pięć, na złożenie iedności.

Dla objaśnienia, kładzie się tu sposób, wymawiania takowych ułamków.

$\frac{1}{2}$ połowa albo pół

$\frac{1}{3}$ iedna tróćka

$\frac{1}{4}$ iedna czwórka albo ćwierć

$\frac{2}{4}$ dwie czwórki

$\frac{3}{4}$ trzy piątki

$\frac{3}{10}$ trzy szóstki

$\frac{2}{5}$ dwie siódмки

$\frac{5}{8}$ pięć ósmek

$\frac{4}{5}$ cztery dziewiątek

$\frac{8}{10}$ ośm dziesiątek i. t. d.

77. Licznik więc oznacza, wiele części pewnej iedności, zawiera w sobie ilość, przez ułamek wyrażona; mianownik zaś daie poznać, iakiéy są wartości takowe części, oznaczając wiele ich potrzeba do złożenia całej iedności. Daie mu się imię *mianownika* dla tego, że w istocie samey, ón ułamkowi daie nazwisko, np w $\frac{3}{5}$ i $\frac{2}{7}$, części pierwszego ułamka nazywają się *piątki*, części zaś drugiego zowią się *siódmkami*.

78. Licznik i mianownik nazywają się także powszechném imieniem, dwa *wyrazy ułamka*.

O Całkowitkach uważanych w postaci ułamka.

79. Działania z ułamkami, przycho-
dzą częstokroć do wypadków łamanych,
w których licznik większy iest od mia-
nownika, np do wypadków tym podo-
bnych $\frac{8}{3}$, $\frac{27}{5}$. i. t. d.

Podobnego gatunku wyrażenia nie są
właściwemi ułamkami, ale to są liczby
całe, z ułamkami złączone.

80. Chcąc wyciągnąć z nich całko-
witki, licznika przez mianownika roz-
dzielić trzeba; wieloraz da całkowitki,

reszta pozostała, będzie licznikiem ułamka, do tych całkowitek należącego.

Tak $\frac{27}{5}$ dadzą $5\frac{2}{5}$, to jest pięć całkowitych i dwie piątki.

W rzeczy samej, w wyrażeniu $\frac{27}{5}$ mianownik 5, daie poznać że całkowita iedność, jest z 5 części złożona; a zatem wiele razy te 5 będą się mieścić w 27, tyle też będzie iednościów całkowitych, w wartości ułamka $\frac{27}{5}$.

Mnożenia i dzielenia, liczb całkowitych, z uławkami połączonych, przynajmniej dla łatwości wyciągaia, aby takowe całkowitki, przemienione były w ułamki.

Przemianę takową uczynić można, liczbę całkowitą rozmnażaiąc przez mianownika ułamka, w który chcemy tę całkowitkę obrócić.

Np. chcąc przemienić 8 całe, w piątki, rozmnożywszy 8 przez 5, mieć będę 40. Jakóż w przemienieniu 8, w piątki, uważam iedność z pięciu części złożoną, 8 iedności zatem, będą ich mieć w sobie 40; podobnież $7\frac{4}{5}$ obrócone w dziewiątki, uczynią $\frac{67}{9}$.

O odmianach które w wyrazach ułamka czynić można, wartości ułamka nieodmieniając.

81. Rzecz przez się iasna, że im wię-
céy

cęcy sobie wystawiać będą części w iedności, tém więcéy trzeba będzie takowych części do złożenia téżże iedności.

Zatém można uczynić mianownika dwa, trzy, cztery, i. t. d. razy większym, bez odmiénienia wartości ułamka, byleby oraz, licznika, dwa, trzy, lub cztery razy, i. t. d. zwiększyć.

Można więc w powszechności powiedzieć, że *ułamek nieodmiénienia wartości swojej, gdy oba jego wyrazy będą rozmnożone przez iedną liczbę.*

Tak $\frac{1}{3}$, iest iedno co $\frac{5}{15}$; $\frac{1}{2}$, iest iedno co $\frac{2}{4}$, co $\frac{3}{6}$, co $\frac{4}{8}$.

82. Przez podobne rozumówowanie, wnieść sobie można, że im mniéy będzie części w iedności, tém mniéy tychże części będzie potrzeba, na złożenie całości, a zatém bez odmiénienia ułamka, można mianownika jego uczynić 2, 3, 4 razy, i. t. d. mniéyszym, byleby oraz, i licznika 2, 3, lub 4 razy, i. t. d. zmniéyszyć; w ogólności, *ułamek nieodmiénienia swojej wartości, gdy oba jego wyrazy przez iednę liczbę są rozdzielone.*

Dla przekonania się o prawdzie tego dwoiakiego podania (propositio), dofyć iest przypomnieć sobie, co iest mianownik i licznik w ułamku.

Uważ.

Uważmy tedy, że rozmnożyć lub rozdzielić oba wyrazy ułamka, przez tę samą liczbę, nie jest to rozmnożyć lub rozdzielić ułamek; ponieważ iakośmy dopiero powiedzieli, przez podobne działania, wartości swojej nieodmienia ułamek.

Te dwie prawdy, któreśmy dopiero założyli, są fundamentem dwóch, w wielkiem używaniu będących następujących działań.

Przyprowadzenie ułamków do wspólnego mianownika.

83. *rod.* Chcąc dwa ułamki, przywieść do jednego mianownika: rozmnoż oba wyrazy pierwszego ułamka, każdy wyraz przez mianownika, drugiego; i oba wyrazy drugiego ułamka, każdy przez mianownika, pierwszego.

Np. chcąc przywieść do wspólnego mianownika dwa ułamki, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, rozmnażam 2 i 3, które są dwoma wyrazami pierwszego ułamka, każdy przez mianownika drugiego ułamka 4, i mam $\frac{8}{12}$, (81) które też są mają wartość, co $\frac{2}{3}$.

Rozmnażam podobnie dwa wyrazy 3 i 4, drugiego ułamka, każdy przez mianownika pierwszego 3; i mam $\frac{9}{12}$, które tyleż wazą co $\frac{3}{4}$. tym sposobem ułamki $\frac{2}{3}$, i $\frac{3}{4}$, są odmierzone w $\frac{8}{12}$ i $\frac{9}{12}$, które

są względem siebie, téżże wartości co pierwsze, a mianownika mają spólnego.

Łatwo widzieć się daie, że tym sposobem, mianownik, będzie zawsze tenże sam, dla każdego zosobna z tych dwóch nowych ułamków; w każdym bowiem działaniu, nowy mianownik zrobił się, z rozmnożenia dwóch mianowników początkowych.

84. 2re. Jeżeli jest więcej iak dwa, zadanych ułamków, wszystkie do iednego przywieśdź można mianownika, rozmnażając dwa wyrazy każdego zosobna ułamka, przez mnogość, z rozmnożenia wszystkich innych mianowników pochodzącą, oprócz mianownika tego, którego ułamek, przez takową mnogość rozmnaża się.

Np. chcąc przywieśdź do spólnego mianownika, następujące ułamki. $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{7}$; rozmnażam oba wyrazy 2, i 3, pierwszego ułamka, przez mnogość z trzech mianowników 4, 5, 7, drugich ułamków; mnogość, którą znajduję, mówiąc: 4 razy 5 są 20, potem 7 razy 20 są 140; rozmnażam zatem 2, i 3, każdy przez 140, i mam $\frac{280}{140}$, które téżże samey są wartości, co $\frac{2}{3}$. (81)

Rozmnażam podobnież dwa wyrazy 3, i 4, drugiego ułamka, przez mnogość z 3, 5, 7; mnogość, która mi wypadnie mówiąc: 3 razy 5 są 15; potem, 7 razy 15, są 105; rozmnażam zatem 3 i 4, każdy przez 105, co mi da $\frac{420}{105}$; to jest, ułamek téżże samey wartości, co $\frac{4}{5}$.

Postępując do trzeciego ułamka, mnożę oba wyrazy 4 i 5, każdy przez 84, to jest przez mnogość z trzech mianowników 3, 4, i 7, i mam $\frac{112}{4}$ zamiast $\frac{4}{1}$.

Następnie, w czwartym ułamku, rozmnażam 5 i 7, każdy wyraz przez mnogość 60, z mianowników 3, 4, 5, trzech pierwszych ułamków wypadłą, i mieć będę $\frac{112}{5}$ zamiast $\frac{5}{1}$; tak, cztery ułamki; $\frac{4}{1}$, $\frac{4}{1}$, i $\frac{5}{1}$, są przemienione w $\frac{280}{20}$, $\frac{112}{5}$, $\frac{112}{5}$, $\frac{320}{20}$, mniej proste od pierwszych wprawdzie, ale téż samej wartości, co tamte, i do działań dodawania i odęymowania, dla spólnego mianownika zgodniejsze.

Uważmy, iż mianownik każdego nowego ułamka, będąc złożony, z mnogości wszystkich początkowych mianowników; nowy mianownik niemoże być tylko tenże sam, dla wszystkich ułamków.

85. Reguła ta, może jeszcze w innym widoku być wystawiona, który drogę pokazuje, do dania prościęyszego wyrażenia ułamkòw przywiedzionym do spólnego mianownika, kiedy ich mianowniki początkowe, są *wielokrotnémi* częściami innych, (multipla) albo gdy mają spólnych dzielników.

W tym razie, obiera się za spólnego mianownika, liczba naymnięysza, spełna dzielić się daiaca, przez każdego z osobna mianownika zadanych ułamków:
dla

Każda liczba kończąca się przez liczbę parzystą, może być rozdzielona przez 2.

Każda liczba, której summa cyfer z sobą tak dodanych, iak gdyby były prostymi jednościami, uczyni 3, albo wielokrotność trzech, to jest liczbę w którejby 3, spełna razy, mieścily się, będzie rozdzielną przez 3.

Np. 54231, są rozdzielne przez 3; ponieważ osobne tey liczby cyfry 5, 4, 2, 3, 1, czynią 15, które nieco innego są, tylko 5 razy 3.

Tóż samo o 9 powiedzieć można, jeżeli cyfry dodane razem uczynią 9, albo wielokrotność dziewięciu.

Każda liczba kończąca się przez 5, albo przez zero, może być rozdzielona przez 5.

Względem liczby 7, i następujących, luboby łatwo podobne reguły wynaléśdż można, lecz ponieważ doświadczenie, tak długie byłoby iak dzielenie, zaczęm lepiéy będzie przez dzielenie próbować:

Niech np. do zmieyszenia zadany będzie ułamek $\frac{3756}{8756}$. Dzielę oba wyrazy przez 2, ponieważ ostatnie cyfry każdego, są parzystymi liczbami; i mam $\frac{1878}{4378}$. Dzielę ieszcze przez 2, i mam $\frac{939}{2189}$. Cośmy powiedzieli wyżéy, naucza mnie, że przez 3 rozdzielić mogę; co w samey rzeczy zrobiwszy, mam $\frac{313}{729}$; dzielę ieszcze przez 3, co mi daie $\frac{104}{243}$; na-
ostattek
E 3

ostattek próbuję dzielić przez 7; dzielenie mi się udaie, i mam 21 .

88. Spomiędzy wszelkich sposobów, których użyć można, na przywiedzenie ułamków, do prościęyszego wyrażenia, naykrótszy jest, dzieląc oba wyrazy, przez największego wspólnego dzielnika, jaki mieć mogą: następująca reguła pokaże sposób, znalezienia takowego największego dzielnika.

Rozdziel większy z tych dwóch wyrazów, przez mnieyszy, jeżeli się nic reszty nie zostanie, to mnieyszy wyraz, jest największym wspólnym dzielnikiem.

Jeżeli się zostaje reszta, to rozdziel przez tę resztę mnieyszy wyraz; kiedy dzielenie spełna wypada, to pierwsza reszta, będzie największym wspólnym dzielnikiem.

Jeżeli to powtórne dzielenie, jeszcze zostawia resztę, rozdziel pierwszą resztę przez drugą, i póty rozdzielaj resztę poprzedzającą, przez ostatnią, póki dzielenie spełna nie wypadnie. Natenczas ostatni dzielnik, któregoś użył, będzie największym, dwóch wyrazów ułamka, wspólnym dzielnikiem.

Jeżeli ostatni dzielnik będzie jednością, to jest znak, że ułamek niemoże być zmniejszony.

Wzemy np. ułamek $\frac{3760}{9024}$.

Dzielię 9024, przez 3760, wypada mi wieloraz 2, i reszta 1504.

Dzielię 3760, przez 1504, mam wieloraz 2, i resztę 752.

Dzielię pierwszą resztę 1504, przez drugą 752, dzielenie mi spełna wypada, skąd wnoszę, że 752 mogą rozdzielić oba wyrazy ułamka $\frac{3760}{9024}$, i przywieść go, do prościęyszego wyrazu, który po odprawionem działaniu być się pokaże $\frac{5}{12}$.

Jakoż, wynaleźliśmy że 752, dzielią 1504, dziel więc także powinny 3760, które są złożone, z dwóch razy 1504, i z 752: dzielić podobnież powinny

winny 9024; ponieważ 9024 są złożone z dwóch razy 3760, i z 1504.

Oprócz tego, podobnież łatwo widzieć się daie, że 752, są dwóch wyrazów 9024 i 3760, największym spólnym dzielnikiem; każdy albowiem spólny dzielnik tych dwóch liczb, powinien dzielić ich różnicę 1504; podobnież każdy spólny dzielnik liczb 3760 i 1504, powinien dzielić, ich różnicę 752: a że 752, niemogą być rozdzielone przez liczbę większą od siebie; zatem największy spólny dzielnik liczb 1504 i 752, jest 752. A ponieważ liczba 3760, składa się z liczby 1504 wziętej dwa razy, i z 752; zaczęm niebędzie mogła mieć większego spólnego dzielnika, iak 752: podobnież rozumowanie pokazuje, że między 9024 i 3760 niebędzie także większego spólnego dzielnika, nad 752.

Przyczyna dla której przepisaliśmy, żeby niepróbować dzielenia, tylko przez liczby początkowe 2, 3, 5, 7, i. t. d. jest ta, że pówtórzywszy ile można dzielenie np. przez 2, próbować przez 4, na nicby się nie zdało; gdyby się albowiem to udać mogło, tém bardziey dzielenie przez 2, uysdźby było powinno.

Różne sposoby, w iakich ułamek uważyć się daie, i wnioski które stąd sobie uczynić można.

89. Wyrozumienie ułamka, któregośmy dotąd używali, jest to, że mianownik wyraża, z wielu części jest całkowita iedność złożona; licznik zaś okazuje, wie-

le się takowych części znajduie, w ilości wyrażonéy przez ułamek.

Lecz ułamek, ieszcze inaczej da się uważać: można sobie wystawić licznika, iako oznaczającego pewną ilość, która na tyle części ma być rozdzielona, ile jednościodw w mianowniku znajduie się.

Np. w $\frac{4}{5}$, można uważać 4, iako oznaczające cztery rzeczy bądź iakiekolwiek, 4 funty *np.* które na 5 części rozdzielić trzeba; albowiem rzecz oczywista, że to jest jedno, rozdzielić 4 funty na pięć części, i wziąć z nich jedną, albo rozdzielić 1 funt na 5 części, i wziąć z nich $\frac{4}{5}$.

90. Można więc, uważać licznika ułamka iako dzielnego, a mianownika iako dzielnika. Stąd pokazuje się, co znaczą owe reszty pozostałe z dzielenia, napisane pod tą postacią, iakaśmy im dali: (60)

91. Za tém idzie *tód.* Ze całkowitość, może być zawsze pod postacią ułamka wyrażona, zrobiwszy z téy całkowitki licznika, i dawizy iey jedność za mianownika; tak 8 albo $\frac{8}{1}$, toż samo znaczy, 5 albo $\frac{5}{1}$, także na jedno wychodzi.

92. *2re.* Ze bądź iakikolwiek ułamek chcąc w dziesiętne przemienić, niepotrzeba, tylko uważać licznika, iako resztę z dzielenia pozostałą, której dzielnikiem był

był mianownik, i działanie, iak się wzwyż (65) powiedziało odprawić; dając baczenie, żeby na początku wielorazu, zero położyć, na zastąpienie miéysca iednościów; tym więc sposobém, znaydziesz że $\frac{3}{5}$, waży w dziesiątnych 0,6; $\frac{5}{9}$, waży 0,555; że $\frac{1}{3}$ waży 0,04, i. t. d.

O dodawaniu ułamków.

93. Jeżeli wszystkie ułamki, mają spólnego mianownika; dodawszy z sobą wszystkie liczniki, wypadłéy summie, przydasz spólnego tym ułamkóm, mianownika.

Tak chcąc dodać $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{7}$, dodając liczników 2, 3 i 5, co mi uczyni $\frac{10}{7}$; skąd całkowitki wyciągnawszy mam 1 $\frac{3}{7}$. (80)

94. Jeżeli ułamki, nie mają mianownika spólnego, trzeba zacząć, od przywieńdzenia ich do takowego mianownika, iak się nauczyło (83, i daléy.); co zrobiwszy te nowe ułamki razem doday, przepisanym dopiero sposobém.

Tak, gdyby było zadano, dodać $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, odmięnam te trzy ułamki, w inne, to jest $\frac{15}{30}$, $\frac{20}{30}$, $\frac{24}{30}$, których summa uczyni, $\frac{59}{30}$; co znowu da się przywieśdź, do 2 $\frac{29}{30}$. (80).

O odéymowaniu ułamków.

95. Jeżeli dwa ułamki zadane, mają

E 5

miano-

mianownika spólnego, to trzeba, odjąć licznika, ułamka pierwszego, od licznika drugiego ułamka, reszcie, da się mianownik obydwóm ułamkóm spólny.

Jeżeli np. zadano będzie, odjąć $\frac{5}{8}$ od $\frac{3}{4}$, zostanie reszta $\frac{1}{8}$, co przywieśdź można do $\frac{1}{3}$. (87).

Gdyby od $9 \frac{5}{8}$, odjąć potrzeba było $4 \frac{7}{8}$; ponieważ $\frac{7}{8}$, niedaie odjąć się od $\frac{5}{8}$, pożyczam od 9, iednę yiedności, która obrócona na ósmki, i dodana do $\frac{5}{8}$, uczyni $\frac{13}{8}$; z tych tedy odjąwszy $\frac{7}{8}$, zostanie mi $\frac{6}{8}$, odciągnąwszy potem 4 od 8, ponieważ się iednego pożyczyno z 9; zostaię wśystkiego razém $4 \frac{6}{8}$ albo $4 \frac{3}{4}$.

96. Jeżeli ułamki, niemaia mianownika spólnego, można ie do niego przywieśdź podług (83 i dalej); po czém, odęymowanie, odprawia się, iak się powiedziało dopięro.

Tak chcąc odciągnąć $\frac{2}{3}$ od $\frac{3}{4}$; przemieniam ułamki dane, w $\frac{2}{12}$ i $\frac{9}{12}$: w których odjąwszy 8, od 9 mam resztę $\frac{1}{12}$.

O mnożeniu ułamków.

97. Chcąc rozmnożyć ułamek przez drugi ułamek; trzeba rozmnożyć licznika pierwszego, przez licznika drugiego, iako téż mianownika pierwszego, przez mianownika drugiego.

Np. w rozmnożeniu $\frac{2}{3}$ przez $\frac{4}{5}$; rozmnażam 2, przez

przez 4, co mi da licznika 8, mnożę podobnież 3 przez 5, i mam mianownika 15, a zatem mnożość $\frac{8}{15}$.

Zeby téy reguły przyczynę poiać, należy łobie przypomnieć że mnożyć liczbę iedną przez drugą, iest to mnożnego brać tyle razy, ile w mnożniku znayduie się iednościów. Tak rozmnożyć $\frac{2}{3}$ przez $\frac{4}{5}$, iest to wziąć $\frac{4}{5}$ razy, ułamek $\frac{2}{3}$; albo wyrażniéy, iest to wziąć 4 razy piątą część od $\frac{2}{3}$; a zatem mnożąc mianownika 3 przez 5, odmiéniaią się tròyki w piétnastki, to iest w części pięć razy mniéysze; mnożąc zaś licznika 2, przez 4, te nowe części, biòrą się cztery razy; bierze się więc, cztery razy piąta część, części $\frac{2}{3}$; a zatem w istocie saméy rozmnaża się $\frac{2}{3}$, przez $\frac{4}{5}$.

98. Gdyby się trafiło, całkowitkę mnożyć przez ułamek, natenczas całkowitkę, pod postacią ułamka napisać trzeba, dając iéy za mianownika 1.

Np iezeli mam 9 rozmnożyć, przez $\frac{4}{5}$; mnożę $\frac{9}{1}$ przez $\frac{4}{5}$, co podług przepisanéy reguły, uczyni $\frac{36}{5}$ a obróciwszy na całkowitki, 5 $\frac{1}{5}$.

99. Gdyby całkowitki były z ułamkami złączone, przed odprawieniém mnożenia, trzeba całkowitki takowe, przemienić

mienić w ułamek, tego gatunku, iaki się przy wspomnionych całkowitkach znajduje.

Np. jeżeliby zadano było $12 \frac{3}{4}$ mnożyć przez $9 \frac{1}{4}$; przemieniam mnożnego (80) w $\frac{63}{4}$, i mnożnika w $\frac{39}{4}$, i dopiero mnożę $\frac{63}{4}$ przez $\frac{39}{4}$, podług przepisaney wyżej reguły (97); co mi da $\frac{2457}{16}$, to jest w całkowitkach $122 \frac{17}{16}$.

100. Można by też samo działanie ieszczé odprawić, mnożąc całkowitkę, i ułamek mnożnego, przez całkowitkę mnożnika, a potem przez ułamek tegoż mnożnika; następującym sposobem.

	$12 \frac{3}{4}$	
	$9 \frac{1}{4}$	
Mnogość z 12, przez 9	108.	
z $\frac{3}{4}$, przez 9	$5 \frac{2}{4}$	albo- $\frac{9}{20}$
z 12, przez $\frac{1}{4}$	9	
z $\frac{3}{4}$, przez $\frac{1}{4}$	$0 \frac{3}{20}$	albo $\frac{3}{20}$
	$122 \frac{17}{16}$.	

Lecz w ogólności, ten sposób działania, jest od pierwszego nieco zawikłańszy.

O dzieleniu ułamków.

101. Chcąc dzielić ułamek przez ułamek, trzeba oba wyrazy ułamka, który jest dzielnikiem przewrócić, to jest na miejscu licznika napisać mianownika, i odwró-

wrotnie; a dopiero ułamek dzielny, przewróconym ułamkiem rozmnożyć.

Np. niech będzie do rozdzielenia $\frac{4}{5}$ przez $\frac{2}{3}$; przewracam ułamek $\frac{2}{3}$, i mam $\frac{3}{2}$; mnożę $\frac{4}{5}$ przez $\frac{3}{2}$, podług przypisaney reguły (97); co mi da $\frac{12}{10}$, albo $1\frac{2}{5}$, które będą wielorazem ułamka $\frac{4}{5}$, rozdzielonego przez $\frac{2}{3}$.

Zeby téy reguły przyczynę poiać, trzeba uważać, że dzielić $\frac{4}{5}$ przez $\frac{2}{3}$, iest to szukać, wiele razy $\frac{2}{3}$, zawieraia w sobie $\frac{4}{5}$; skąd łatwo widzieć się daie, że ponieważ dzielnikiem są tróyki; dzielnik ten będzie się zawierał w dzielnym, potrówna liczbę razy, iak, gdyby był z całkowitek złożony; dla tego dzielićby naprzód potrzeba przez 2 a potem rozmnożyć przez 3, co na iedno wychodzi, iak rozmnożyć przez $\frac{3}{2}$, to iest, przez przewrócony ułamek.

102. Gdyby porzeba wyciągała, dzielić ułamek przez całkowitkę, albo przeciwnie całkowitkę przez ułamek; trzeba zacząć od obrócenia całkowitki w ułamek, dając iey za mianownika iedność.

Np. mając dzielić 12 przez $\frac{4}{5}$; po obróceniu całkowitki w ułamek, mam $1\frac{12}{1}$, dzielić przez $\frac{4}{5}$, albo raczey podług przepisanej reguły przewrócenia dzielnika, $1\frac{12}{1}$ rozmnożyć przez $\frac{5}{4}$; po odprawioném działaniu, mam wieloraz $15\frac{3}{4}$, albo $16\frac{3}{4}$.

103. Gdyby całkowitki z ułamkami związane były; każdą takową całkowitkę, przemienić trzeba w ułamek, tego gatunku, iaki się przy całkowitce znajduje:

Np. mając $54\frac{1}{2}$ dzielić przez $12\frac{2}{3}$; przemieniam dzielnego w $\frac{27}{2}$, i dzielnika w $\frac{14}{3}$, co mi uczyni $\frac{27}{2}$ przez $\frac{14}{3}$, to jest (101) mam rozmnożyć $\frac{27}{2}$ przez $\frac{3}{14}$; tym sposobem dostanę wieloraz $\frac{81}{28}$ albo $4\frac{9}{28}$.

Niektóre przysłówowania reguł poprzedzających.

104. Po tém, cośmy powiedzieli (89 i dalej) łatwo widzieć się daie, iak wartość ułamka można wynaléśdź.

Niech np. będzie zadanie, wiele waży $\frac{5}{7}$ złotego? Ponieważ $\frac{5}{7}$ złotego jest iedno, co iedna siódma piąciu złotych, obracam 5 złotych na grosze, i mnogość wypadłą, 150 groszy, dzielę przez 7; co mi da wieloraz 21. groszy, i reszty 3. grosze; te grosze, obracam na szelągi; i mnogość 9, dzielę przez 7; mam 1 szeląg, i $\frac{2}{7}$; tak więc $\frac{5}{7}$ iednego złotego, czynią 21 groszy, 1 szeląg i $\frac{2}{7}$ szeląga.

Gdyby zadano, $\frac{5}{7}$ czerwonego złotego, wiele uczynią? czerw: zł: rachuiąc w 18 zł: rzecz oczywista żeby można zaraz wziąć $\frac{5}{7}$ złotego, i potem przez 18 rozmnożyć, przez takowe działanie, wypadłaby szukana wartość; lecz wygodniéy jest rozmnożyć zaraz $\frac{5}{7}$ przez 18 złotych, co (98) uczyni $\frac{90}{7}$, i dopiero potem, szukać watości tego ułamka, która bydz się pokaże, 12 złotych 25 groszy, 2 szelągi, i $\frac{1}{7}$ szeląga.

105. Trafia się często, iż wyrachować potrzeba, wiele uczyni procent od zadanej summy, po 5 od sta rachując.

Chcąc wyrachować procent roczny po 5 od sta: Odlącz ostatnią cyfrę złotych, summy zadanej, weźmij połowę pozostałych cyfer, które liczyć będziesz za złote. Resztę jeżeli się zostanie, przyłączysz do oddzieleney cyfry, iako dziesiątek, a takową złączoną resztę stroiwłszy, i wypadłęj mnożość, wziąwszy połowę, mieć będziesz grosze. Jeżeli w summie znajdować się będą i grosze, weźmij tych groszów $\frac{1}{20}$, będziesz miał szelągi.

P R Z Y K Ł A D.

Chcę wyrachować procent po 5 od summy

3433, zł, 25, gr.

• Połowa od 343.

171.

Zostaie mi 1, który przydany iako dziesiątek do odląconey cyfry 3, da mi 13; te stroione, uczynią 39, których połowa

19. gr. i $\frac{1}{2}$ albo 1 $\frac{1}{2}$ szel.

Nakoniec, 25ciu gr. wziąwszy $\frac{1}{20}$ mam

3 f. $\frac{1}{20}$ a $\frac{1}{4}$.

Summa 171. zł, 20 gr.

2 $\frac{1}{4}$. szel.

Przyczyna tego działania, funduie się na tém, że $\frac{1}{20}$ jest iedno co $\frac{1}{20}$; trzebaby zatem było sumę rozdzielić przez 20, co podług (71) na iedno wychodzi, iak cośmy przepisali; resztę trzebaby było obrócić na grosze i potem przez 20 rozdzielić; co
znowu

znowu na iedno wychodzi, gdy tę resztę stroiemy, i weźmiemy połowę téy stroionéy ilości. Podobnież dla wzięcia $\frac{1}{10}$ ki groszów, trzebaby ie na szelągi obrócić, a potém przez 20 rozdzielić, co wychodzi na rozmnożenie przez $\frac{1}{20}$.

Wyrachowanie procentu po 10 od sta, dałoby się podobnież skrócić; lecz inne, iakoto po 6, po 7. i. t. d, we zwyczaju będące, tego ułatwienia nieprzyimuią; bo z początkowych liczb, aż do 10, niemasz tylko 5 i 10, któreby, liczbę 100, spęlna dzieliły.

106. Ułamków dziesiętnych, iako nie-mających mianownika, tém łatwiey można wynaléśdź wartość.

Niech np. będzie zadano, 0,532 sążnia, wiele uczyni? ponieważ sążeń ma 6 stóp w sobie, rozmnożę 0,532 przez 6, co mi uczyni 3,192 stóp, to iest 3 stopy, i 0,192 części iédnéy stopy: ten ostatni ułamek, mnożąc przez 12, to iest przez cale, mam 2,304 calów, to iest 2 cale, i 0,304 części cala; naostatek, ten ułamek przez 12 linii rozmnożywszy, mieć będę 3,648 linii, albo 3 linie, i 0,648 linii; to iest, że wartość ułamka 0,532 sążnia, uczyni 3 $\frac{1}{2}$, 2ca, 3 l. i 0,648 linii.

17. Wzajemnie, chcąc przemienić, różne gatunki zadanéy liczby wielorakiéy, w części dziesiętne głównéy iedności, trzeba, zaczawszy od iedności nayniższego gatunku, dzielić koléyno, przez liczbę, która oznacza, wiele się razy takowe, mieszczą w gatunku większym, zaraz po nim następującym.

Tak

Tak np. chcąc wyżej położoną liczbę 3. *fl* 2. *ca* 34. i 0,648 obrócić na części dziesiętne łącznie, dzielię naprzód 3,648 li: przez 12, co mi da 0,304 *cal*; mam więc 0, s. 3. *fl* 2,304 *cal*; dzieląc teraz 2,304 *cal*. przez 12, wypadnie mi 0,192 *fl*; to jest razem wziąwszy, of. 3,192 *fl*; nakoniec, to rozdzieliwszy przez 6, mieć będę w dziesiętnych 0,532 *sq*.

O ułamkach ułamków.

108. Wynaydowanie, wartości ułamków, prowadzi nas naturalnie, do mówienia o ułamkach ułamków: nazywają pospolicie tak, ułamki po sobie następujące, *przyimkiem* z (præpositio) oddzielone, np. $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ z $\frac{5}{6}$ i. t. d. są to ułamki ułamków. Można je przemienić w jeden ułamek, wszystkie liczniki, i wszystkie mianowniki przez siebie rozmnożyćwszy; tym sposobem ułamek $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ może być obrócony na $\frac{6}{12}$ albo $\frac{1}{2}$: ułamek $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ z $\frac{5}{6}$, na $\frac{30}{72}$, albo $\frac{5}{12}$.

W rzeczy samej, łatwo pojąć daie się, że brać $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$, nie jest co innego, tylko rozmnożyć $\frac{3}{4}$ przez $\frac{2}{3}$; ponieważ jest to brać $\frac{2}{3}$ razy, ułamek $\frac{3}{4}$; podobnież brać $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ z $\frac{5}{6}$, na jedno wychodzi, co brać $\frac{6}{12}$ z $\frac{5}{6}$; ponieważ $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ są jedno, co $\frac{6}{12}$; zatem co się dopiero powiedziało, daie poznać, że $\frac{6}{12}$ z $\frac{5}{6}$, czynią w istocie samej $\frac{30}{72}$ albo $\frac{5}{12}$.

Gdyby zadano było $\frac{3}{4}$ z $5\frac{3}{8}$; obróć naprzód całkowitki 5 w ósmki; a potem szukać będą wartości, ułamka ułamku $\frac{3}{4}$ z $\frac{3}{8}$, która mi wypadnie $\frac{129}{32}$ albo $4\frac{1}{32}$.

Wreżcie niezawieże wyciąga potrzeba, przywiedzenia ułamka ułamków, do prostego ułamka. Częstoć wartości takowego ułamka ułamków, łatwiej dochodzi się, zostawiwszy go w téj postaci jak się znajduje, aniżeli go odmiieniając; dowodem tego następujący przykład.

W Armatach polnych, Francuzkich, szerokość opaski czopowey (embaze destourillons) jest na $\frac{1}{12}$ więcej $\frac{1}{2}$ z $\frac{1}{12}$, średnicy kuli: chcąc wiedzieć wartość całkowitą szerokości téj opaski, do 12 ftwéy armaty, w której średnica kuli jest, od 4 cal. 4 l. 9 pkt; czynię następujące działanie:

$$\begin{array}{rcl} \frac{1}{12} \text{ średnicy kuli czyni} & - & \text{o c. } 4 \text{ l } + p \frac{3}{4} \\ \text{Połowa } \frac{1}{12} \text{ albo } \frac{1}{2} \text{ z } \frac{1}{12} & - & \text{o } 2 \text{ l } 2 \frac{3}{8} \end{array}$$

A zatem szerokość opaski będzie o c. 6 l 7 p $\frac{1}{8}$.

O liczbach wielorakich.

109 Lubo reguły, o których mówiliśmy dotąd, mogą służyć, i do liczb wielorakich; atoli zda nam się rzeczą potrzebną osobnym sposobem o nich traktować; ponieważ podział jedności główny, rachunki ich częstoć ułatwić może.

Różne są gatunki liczb wielorakich, i reguły

reguły rachowania ich, wiele zależą od przyjętego podziału iedności głównej: iednakże żeby być w stanie wyrachowania ich, niepotrzeba nam tych gatunków wszystkich rozbiierać; lecz to należy wiedzieć, iak się różne ich części, tak do siebie, iako też do głównej iedności, mają. Widzieć można na końcu tego traktatu, tablicę tych różnych *stosunków* (ratio).

Dodawanie liczb wielorakich.

110. Chcąc to działanie odprawić, napisz iedne pod drugiemi, wszystkie zadane liczby, tak żeby części iednego gatunku znajdowały się w kolumnie prostopadłej iedne pod drugiemi; wszystko podkryśliwszy, pocznij dodawanie od części, naymniejszego gatunku: jeżeli summa ich, nie składa iedności wyższego naybliższego gatunku, to ją napisz na spodzie, jeżeli zaś ma takowych części dość w sobie do złożenia iednej lub więcej iedności, wyższego naybliższego gatunku, w ten czas, liczba ta, która przewyższa takową iedną lub więcej, zupełną iedność, pisze się tylko na spodzie, a złożone drugiego gatunku iedności, zatrzymają się w pamięci, do dodania ich

F 2

z dru-

z drugiem i, im podobnemi, z którem i
tenże sposób zachowa się.

P R Z Y K Ł A D. I.

Jest zadano dodać - 227. złt. 14 gr. 2 s.

2549. - 18. - 1.

184. - 25. - 0.

17. - 11. - 2.

2979. - 9. - 2. Summa

Summa żelągów wypada 5, która trzy szelągi
mieści w sobie raz, albo czyni grosz, i 2 szelągi;
kładę 2 szel: a grosz zatrzymuję w pamięci, któ-
ry do jednośc iów groszów doda ię, i mam 19 gr.
z tych piszę tylko cyfrę 9, a dziesiątek do dodania
z dziesiątkami zatrzymuję w pamięci: co zrobi-
wszy mam 6; a że trzy dziesiątki groszów, na ie-
den złoty potrzeba, przeto wzięwszy trzecią część,
mam 2 złt. bez żadnej reszty, które do kolumny
złotych przenoszę, i zwyczajnym sposobem wszy-
stko dodaię.

P R Z Y K Ł A D. II.

Niech będzie zadano dodać. 54 s. 2 ft. 3 c. 9 l.

12 5 4 11

9 4 11 11

8 2 9 10

85 3 6 5.

Summa linii wynosi 41, które czynią 3 cale i 5
linii; składam 5 linii a zatrzymuję 3 cale, które do-
daię z calami: mając ich 30, uważam że czynią
2 stopy i 6 caliów, zatrzymawszy 2 stopy do do-
dania z stopami, składam same 6 caliów: 2 stopy
zatrzy-

zatrzymane z drugimi dodane, czynią 15 stop, to jest 2 sążnie i 3 stopy, piszę 3 stopy, a 2 sążnie do drugich sążniów dodawszy, mam 85 sążni, tak, że summa całkowita wynosi, 85 sążni 3 stopy, 6 calów i 5 linii.

P R Z Y K Ł A D. III.

13 Ft:	15 U.	6 D.	1 S.	14 Z.
26	14	7	2	23
34	4	5	0	20
54	2	7	2	18
32	15	3	1	19
162	5	7	0	22.

Zobacz tablicę na końcu Arytmetyki.

Odéymowanie liczb wielorakich.

III Napisz zadane liczby iak w dodawaniu, i poczniy odéymowanie od iednościów nayniższego gatunku. Jeżeli liczba niższa, może bydź od wyższey odięta, resztę napisz na spodzie, jeżeli zaś nieda się odiąć, to od wyższego zaraz następującego gatunku, pożycz iednę iedność, i obróć ją w gatunek, o który rzecz idzie; co uczyniwszy doday takową liczbę do liczby, od której odciągnąć nie mogłeś. Tymże samym sposobem postąp sobie z każdym gatunkiem; uważając, żeby gdzieś pożyczyl, tę liczbę zmniejszyć, o iedne iedność.

Naostatek, każdą wynalezioną koléy-
no resztę, napiszesz pod liczbą, od któ-
réy odciągnąłeś.

P R Z Y K Ł A D. I.

Od	-	143	<i>czew: ztt.</i>	17	<i>ztt.</i>	6	grofze.
Ma bydz odieto		75		12		9.	
		68		4		27.	<i>Reszta.</i>

Niemogąc odiać 9, z 6 grofzów, pożyczam 1, złotego, który waży 30 grofzy, te z 6 dodane, u-
czynią 36, z których 9 odiawszy, zostanie 27;
odeymię dalej 12 *ztt.*, już nie od 17, ale od 16,
po pożyczeniu pozostałych, i zostaje mi się 4;
nakoniec 75 *czew: ztt.*, od 143 odciągnąwszy, zostaje
mi reszta 68 *czew: ztt.*

P R Z Y K Ł A D. II.

Od	, -	163	<i>cz: ztt.</i>	0	<i>ztt.</i>	5	gr.
Chcę odciągnąć	-	84		15		9.	
		78		2		26.	<i>Reszta.</i>

Ponieważ 9 grofzy od 5 odiać niemogę, a oraz
nie ma złotych od których mogłbym pożyczyć;
pożyczam zatem z 163 *cz: ztt.* jednego, lecz w
myśli 17 złotych zostawiam na miejscu złotych,
a jeden złoty, od nich pożyczony, na grofze obró-
cony, dodam z 5, od których mi odeymować
trzeba, co mi uczyni 35 gr. wreszcie postępuję so-
bie, iak opisało wyżej (a).

Mno-

(a) Zokazyj *czew: ztt.* i złotych Pol-
skich, użytych w poprzedzających przykładach, nie-
zawadzi rozumiem, że tu przydamy dla popoli-
tego pożytku, krótką wiadomość, o wartości moné-
ty złotych i srebrnej.

Mnożenie liczb wielorakich.

112. Mnożenie liczb wielorakich, można przemienić, w mnożenie ułamków przez ułamki, do czego przepisałismy regułę (97 i 98).

F +

Np.

Stopień dobroci złota, cenić się zwykt podług karatów. Karat złota, jest dwudziestą czwartą część jakiegokolwiek ilości złota. I tak np. skrupuł złota (na wagę grzybienną Francuską), który wazy 24 ziarn, jest karatem względem uncyi złota, bo jedna uncya zawiera w sobie 24 skrupułów.

Jeżeli uncya złota, niema w sobie, zadney in-szey mieszaniny, takowe złoto nazywa się o 24 karatach, albo 24tey próby; jeżeli do złota czystego, wchodzi mieszaniny 1 karat, to jest dwudziestą czwartą część, złoto nazywa się o 23 karatach, albo 23ciey próby; jeżeli w złoto, mieszaniny wcho-dzi dwa karaty, to nazywa się o 22 karatach, albo 22giey próby, i. t. d. Lecz uprzedzając, że niemasz takiego złota, któreby było o 24 karatach; po-nieważ chociaż najlepiej wyczyszczone, zawsze musi mieć w sobie, iakowas częśćkę srebra, lub miedzi.

Należy tu rozróżnić karat złota, od tego na któ-ry wazą się dyamenty i insze klejnoty. Albowiem ten ostatni, wazy 4 ziarna, cokolwiek lżeysze, od ziarn grzybiennych Francuskich, i poddziela się na $\frac{1}{2}$, na $\frac{1}{4}$, na $\frac{1}{8}$, na $\frac{1}{16}$, i. t. d. Jeden karat dyamen-tu, podług miernego oszacowania ceni się 2 luidory Francuskie, cena zaś dyamentów rośnie, iak kwadra-ty karatów. Dyament szlufowany, sprzedaje się dwa razy drożej.

Złoto czyste, bywa mniej szacowane, od zół-tego; bo w pierwszym znajduje się pewna część miedzi, od której nabiera tego koloru.

Np. gdyby zadano było, wiele ma kosztować robota, $54\frac{1}{4}$ 3ft, rachując sążeń po 42 zll. 17 gr. 2 sz: całego mnożnego to jest 42 zll. 17 gr. 2 sz. obrócić można na szelagi, co wszystko uczyni, 3833 szelągów; a iako szeląg, jest jedną z 90 części złotego, mnożny bydz może wyrażony przez ułamek $\frac{3833}{90}$ złotych; podobnież mnożnika $54\frac{1}{4}$ 3 ft. prze-

Karat, tedy złota czystego, jest dwudziesty czwarty stopień dobroci, iakieykolwiek sztuki szczeręgo złota, i podziela się na $\frac{1}{2}$, na $\frac{1}{3}$, na $\frac{1}{4}$, na $\frac{1}{5}$, na $\frac{1}{6}$ ki: albo też na 12 cz: które nazywają ziarnkami.

Karat złota w cenie, jest dwudziesta czwarta część wartości, iedney uncyi albo iedney grzywny złota. Nazywa się także czasem karat wagi, i bierze się za dwudziestą czwartą część, iedney uncyi, albo iedney grzywny:

Zeby dōśledź wartości iakieykolwiek monety złotey, w monecie srebroney, trzeba wiedzieć iód, w iakiey cenie, wydaie się w biegu zwyczajnym, pewna ilość szczeręgo złota, obróconego na monetę, zre. wagę i próbę téy sztuki złota, którey wartości szuka się: natenczas przy pomocy reguły trzech, łatwo wynaydzie się szukana wartość.

Np. wzięwszy za fundament (podług ewaluacyi położoney w tomie XIV. Encykl. Twerd: kart 648.) że 4155 $\frac{111}{100}$ ziarn, wagi grzywiennéy szczeręgo złota, zgwartego w 30 luidorach o 22. karat; ważq w biegu zwyczajnym 720 liwrów; gdyby potrzeba było wynaleźć, wiele wart będzie liwrów czerwony złoty Hollenderski, ważący 65 ziarn, trzymają próbę o $23\frac{3}{4}$ karatach; szukam nayprzód, wiele w takim czerwonym złotym zawierać się będzie szczeręgo złota: ponieważ złoto jest o $22\frac{1}{4}$ karatach, więc iawna jest, że w niem będzie mieřzaniny 96 sta część; odiawszy zatem $\frac{65}{96}$ od 65. zostanie szczeręgo złota, $64\frac{1}{6}$ ziarn. Twardź powiem: Jeżeli 4155 $\frac{111}{100}$ ziarn, czystego złota, daia 720 liwrów, wiele dadzą $64\frac{1}{6}$ ziarn, to jest

przeźmienić można na stopy, co da 327 stóp, a iako stopa, jest szóstą częścią sążnia, mnożnik pokaże się bydź $3\frac{2}{7}$ sążniów, niezoftanie tedy nie więcey, tylko rozmnożyć $3\frac{2}{7}$ złotych, przez $3\frac{2}{7}$, co podług (97) uczyni $12\frac{533}{540}$ złt: któryto ułamek podług (104) wart będzie 2321 złt. 2 gr. 2 $\frac{1}{2}$ szel.
F 5 Ten

4155 $\frac{111}{128}$: 720::64 $\frac{1}{12}$: II. Liwr. 2 Sold. 10
den: i $\frac{111}{128}$. Toż rozumie się o innych.

Na iednę grzywnę Kolońską czystego złota, idzie 67 czerw: złt. Césarskich, albo Polskich.

Srżebroważy się we Francyi, także na wagę grzywienną. W oznaczeniu zaś dobroci iego, używają wyrażenia Denara; szczerę srżebro bez żadney mieszaniny, nazywa się o 12 denarach, albo 12stey próby, Srżebro, w którym znaydowałaby się dwunasta część mieszaniny, nazywa się o 11. denarach, albo 11stey próby, i. t. d,

w Anglii złoto i srżebro ważą na wagę de Troy, zobacz Tablicę na końcu Arytmetyki.

W całych Niemcach i u nas, srżebro i złoto, ważą na grzywnę Kolońską, która poddziela się na 16 łotów, łót na 4 dragmy, dragma na 3 engle, engel na 32 esów. Lubo niektórzy poddzielają znowu grzywnę, na 16 łót: łót na 16feników; fenik na 256. esów; albo też tylko każdy łót na 18 ziarenek.

Srżebro szczerę bez żadney mieszaniny, nazywa się 16stey próby; iezeli, mieć będzie 16stą część mieszaniny, będzie 15stey próby. i. t. d.

Zeby porównać wartość monety, np. Francuzkiey, z krajową, trzeba by wiedzieć iód stósunek, między grzywną Francuzką i Kolońską. 2re; Pewna ilość czystego srżebra, iaką ma cenę w zwyczajnym biegu.

Podług Encykl: Twerd: Tom XXVI. kart. 480. Grzywna Kolońska, czyni na wagę grzywienną Francuzką 4560 ziarn, podług iednych, a podług drugich tylko 4402 $\frac{111}{128}$ ziarn; 4175 $\frac{111}{128}$ ziarn czystego srżebra, daie się w biegu zwyczajnym, we Francyi, za

Ten sposób rościaga się powszechnie, do wżelkiego gatunku liczb wielorakich, ale od następującego, więcej porzebu-
ie

49 Liw, 16 soldów. A zatem chcąc wiedzieć wiele grzywna Kolońska, czystego srebra, warta będzie w Liwrach Francuzkich, powiem. Jeżeli 4175 $\frac{1}{4}$ ziarn, daią 49 Liw: 16 soldów, wiele dadzą np. 4402 $\frac{3}{4}$ (obrawszy mnieyszą wartość grzywny Kolońskiej). Odprawiewszy działanie znajdziemy, że grzywna Kolońska szczeręgo srebra, warta jest 1050 soldów Franc: z nieznaczniem uchybieniem.

Lecz w monecie naszej, grzywna Kolońska czystego srebra, warta 80 złotych; więc 80 złt. naszych warte 1050 soldów Francuzkich. A zatem Liwra Franc: wyrównywa, naszemu 1. złt. 15 gr, z nieznaczniem uchybieniem.

Tym sposobem czerw: złoty, wzięty wyżej na przykład, niebyłby wart tylko złt. 16 21 gr. 2 szel. teraznieyszej naszej monety; to jest właśnie podług prawa, zuchybieniem tylko mniej iak o 8 den grosz.

Na tym fundamencie, w Tablicy położonej na końcu Arytmetyki, zobaczyć można ewaluacyą różnych monet srebrenych, na przeciwko naszej monety.

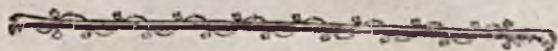
To zaś że kupcy Warszawscy, czerwonego złotego nieprzyimują tylko w 10 Liwr. 12 soldach, iako też że Liwr sterling liczą za 40 złt. wartości monecie niemoże dawać.

Ze zaś czerwone złote bywają różney wagi, i próby; a zatem też powinny być różney wartości, dla tego przydaie się tu Tablica, niektórych czerwonych złotych, z wyrażeniem ich wagi, w ziarnach, wagi grzywiennęj Francuzkiey, a próby, w karatach, i częściach karata na 32 cz: podzielonego, tudzież wartości ich w monecie Polskiey, wyrachowanęj podług poprzedzających fundamentów, z uchybieniem niewynoszącem iednego szeląga.

ie rachunków; dla czego dłużey zaстана-
wiać się nad nim niebędziemy.

113 Liczba, która w drugiéy mieści
się pełna, nazywa się *częścią kilkoraźną*
(pars aliquota), téy drugiéy; tak 3,
łą częścią kilkoraźną, 12^{stu}: tak są 2,
4^{ech} i 6^{ściu}.

114 Przypomniemy sobie, że mnożyć
nieco



Gatunki cz: złt.	Ich waga w ziarn, wagi grz: Franc:	Próba. w karat. i 32 kach kar.	Wartość w mo- necie Polskiey.			
	Ziarn.	Kar. 32i	złt. gr. szel.			
Czerw: złt. Polski	66	23 18 $\frac{1}{2}$	16	23	1	
Wirtemberski	65	23 16	16	10	-	
Saski	65	23 16	16	10	-	
Moguntcki	64	23 16	15	27	2 $\frac{1}{2}$	
Hann: Jerz: II.	63	23 16	15	15	2	
Szwedzki	65	23 16	16	10	-	
Hollenderski	65	23 24	16	21	2	
Duński	65	21 24	14	28	1	
Duński podlęyszy	52	21 -	11	13	2	
Hess Darmstadt:	65	23 8	16	5	-	
Hamburgski	65	23 12	16	7	$\frac{1}{2}$	
Czeski	66	23 24	17			
Frankfortcki	65	23 20	16	19		
Papiezki	65	23 20	16	19		
Węgierski	65	23 24	16	21	2	
Pruski	65	23 24	16	21	2	
Podwóyny Palat:	130	23 16	32	20	-	

nieco innego jest, tylko brać mnożnego pewną liczbę razy; mnożyć przez $8\frac{3}{4}$, np. jest to wziąć mnożnego 8 razy, i wziąć go jeszcze $\frac{3}{4}$ raza, albo wziąć z niego $\frac{3}{4}$. Zatem te $\frac{3}{4}$, wziąć można, albo biorąc zaraz czwartą część, i pisząc ją 3 razy, albo biorąc połowę i téj połowy znowu połowę.

Tak chcąc rozmnożyć 84 przez $8\frac{3}{4}$
 Piszę

$$\begin{array}{r}
 84 \\
 8\frac{3}{4} \\
 \hline
 672 \\
 42 \\
 21 \\
 \hline
 735
 \end{array}$$

Rozmnażając 84 przez 8, mam 672. Potem chcąc wziąć $\frac{3}{4}$ z 84; biorę naprzód połowę to jest 42, a potem za ćwierć zostającą, połowę téj połowy, to jest 21; nakoniec te trzy osobne mnożności z sobą złączymy, całkowitą mnożność mieć będę 735.

113 Zeby w liczbach wielorakich użyć można tego przepisu; uważać trzeba, że różne gatunki iednościów, mnięyszych od głównéy iedności, są ułamkami iedne na przeciw drugich, iako téż na przeciw téj głównéy iedności; a zatem dla łatwości mnożenia przez liczby tego gatunku, trzeba je rozłożyć na części kilkorażne głównéy iedności, tak ażeby te części kilkorażne

rażne, wygodnie użyć się dały; albo ie też rozłożyć na części kilkorażne, względem drugich części: ieżeli zaś takowe rozłożenie, daie części kilkorażne, do rachowania niewygodne, fałszywemi mnogościami można sobie dopomóc; co w następujących przykładach objaśniemy,

P R Z Y K Ł A D. I.

Niech będzie zadano, wiele małą kosztować 54 s. 3ft. sążeń rachując po 72 ztt.

Trzeba rozmnożyć	-	72 ztt.
przez	-	54 s. 3ft.
		288
		360
za trzy stopy	-	36
		3924 0

Mnożę naprzód podług zwyczajnych reguł, 27 ztt. przez 54, potem chcąc mnożyć przez 3 stopy, które są połową sążnia, a zatem powinny dać, pół mnogości, co jeden sążeń, biorę połowę 72 ztt. to jest 36, które dodawszy, mam mnogość całkowitą 3924 złotych.

P R Z Y K Ł A D II.

Gdybym miał	-	72 ztt..
rozmnożyć przez	-	54 s. 5ft.
		288
		360
za 3 stopy	-	36
za 2 stopy	-	24
		3948, 0

Naprzód mnożę 72 ztt. przez 54, potem zamiast mnożę-

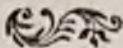
mnożenia przez $\frac{1}{2}$, ponieważ 5 stóp czynią $\frac{1}{2}$ sążnia, rozłożę 5 stóp na 3 i na 2 stopy, a tak pierwsza część będzie połową, a druga $\frac{1}{2}$ sążnia. biorę więc naprzód połowę 72 *zł.* a potem $\frac{1}{2}$ tychże 72 *zł.*, i te osobne mnogości razem złączywszy, mieć będę całkowitą żadaną mnogość 3948 *zł.*

P R Z Y K Ł A D III.

Niechay zadano będzie	-	72 <i>zł.</i>
Rozmnożyć przez	- -	5 s + 8 cal.
		360 <i>zł.</i>
za 3 stopy	- - -	36
za stopę	- - -	12
za 4 cale	- - -	4
za 4 cale	- - -	4
		416

Rozmnożywszy przez 5 sążni, mam mnożyć przez 4 stopy, które rozkładam na 3 i 1 stopę: Za 3 stopy biorę połowę 72 *zł.*, to jest 36, a za jedną stopę uważywszy, że to jest $\frac{1}{3}$ trzech stóp. wezmę $\frac{1}{3}$ złotych 36, co mi uczyni 12 *zł.* Dalej mam rozmnażać przez 8 calów, zamiast przyśtósowania tych 8 calów do sążnia, przyśtósuję je do stopy, i rozłożę na 4 i 4 cale, z których każde 4, czynią $\frac{1}{2}$ stopy, a zatem każde 4, dadzą mi $\frac{1}{2}$ złotych 12, to jest po 4 *zł.* Nakoniec połączywszy wszystko, mam całkowitą mnogość 416 *zł.*

116 Jeżeli mnożny jest także wieloraką liczbę, postąpiłz sobie, iak w następującym przykładzie.



PRZYKŁAD IV.

Niechay zadano będzie - 72 *złt* 6 gr. 2 *szel.*
 rozmnożyć przez - 27 s. 4 *sz.* 8 c.

	504 <i>zł.</i>	0 gr.	0 <i>sz.</i>
	144		
za 5 gr.	4	15	0
za 1 gr.	-	27	0
za 1 <i>szel.</i>	-	9	0
za 1 <i>szel.</i>	-	9	0
za 3 <i>sz.</i>	36	3	1
za 1 <i>sz.</i>	9	-	2 $\frac{1}{2}$.
za 6 c.	4	15	1 $\frac{1}{4}$.
za 2 c.	1	15	$\frac{1}{8}$.
	2001	4	2 $\frac{1}{6}$

Rozmnażam naprzód 72 *złt.* przez 27; potem chcąc rozmnożyć 6 gr. przez 27, rozkładam je na 5 i 1. Ponieważ 5 groszy czynią $\frac{1}{2}$ złotego, a będąc rozmnożone przez 27, dadzą 27 szóstek złotego, albo iedną szóstkę 27 złotych; biorę więc $\frac{1}{2}$ kę, złotych 27 *min.*, co czyni 4 *złt.* 15 gr. Daley dla rozmnożenia iednego grosza przez 27, uważam że ieden grosz. iest piątą częścią pięciu groszy, które dopiero rozmnożyłem, biorę zatem piątą część z 4 *złt.* 15 gr. to iest 27 gr. W mnożeniu 2 *szelągów*, uważam że ieden *szeląg*, iest trzecią częścią iednego grosza, a zatem za mnogość wezmę trzecią część 27 gr. to iest 9, i dwa razy ie napiszę.

Dotąd mnożny był przez 27 rozmnażany.

Maiąc daley mnożyć przez 4 *sz.*; tegóż użyję sposobu, co w poprzedającym przykładzie, to iest że zamiast 4 *sz.*, biorę naprzód za 3 *sz.*, połowę mnożnego 36 *złt.* 3 gr. 1 *szel.*; za iedną zaś stopę trzecią część tego co mi dały 3 stopy.

Nakoniec zamiast 8 *min.* calów, wezmę naprzód za 6, to

6, to jest połowę tego co mi wyszło, za jedną stopę, a potem za dwa cale, które są trzecią częścią sześciu cali; te wszystkie mnogości razem dodawszy, mieć będę całkowitą mnogość 2001 złt. 4 gr. 2 $\frac{1}{2}$ szel.

117. Dotąd, części mnożnego które brać było potrzeba, trafiały się dość łatwe; lecz gdyby takowe części, zdarzyły się zawiakławsze, w takim razie, następujący przykład objaśni iak sobie będzie należało postąpić:

P R Z Y K Ł A D V.

Jeden sążeń kosztuje	34 złt. 10 gr. 2 szel.
[Wiele kosztować mają sążni	17?
	238 złt. 0 gr. 0 szel 0.
	34.
Za 10 gr.	5 20
Za 5 gr. <i>falszywa mnogość</i>	2 25
Za 1 gr. <i>falszywa mnogość</i>	17
Za 1 szel.	5 2.
Za 1 szel.	5 2.
	584 1 1.

Rozmnożywszy 34 złt. przez 17, potem 10 gr. przez 17 także, rozmnożyć ielzcze trzeba 2 *szelagi*, z których jeden jest trzecią częścią grosza, a zatem trzecią częścią dziesiątej części, albo trzydziestą częścią dziesiąciu groszy; lecz zamiast wzięcia, trzydziestej części 5ciu złt. 20 gr. wygodniéy będzie, zrobić sobie *falszywą mnogość*, i wziąć *np.* połowę, tego co dały 10 gr. to jest za 5 gr; potem uczynić sobie ielzcze drugą *falszywą*

ſzywą mnogość, biorąc piątą część tego, co za 5 gr. wypadło, to ieſt za 1 gr. takową piątą częścią będzie 17 gr; lecz że mi niepotrzeba mnogości, tylko za 2 ſzelągi, dla tego, wziąwszy trzecią część 17 ſtu gr. dwa razy ią napifzę, to ieſt 5 gr. 2 ſzel; a tamte dwie fałszywe mnogości wymażę.

P R Z Y K Ł A D VI.

Za ieden złoty mam 17 ſażni roboty, pytam ſię za 34 złt. 10 gr. 2 ſzel. wiele mieć będę wygotowanej roboty?

Trzeba rozmnożyć 17 ſażni przez 34 złt. 10 gr. 2 ſzel. to ieſt wziąć 17 ſażni tyle razy, ile znajduje ſię iednoſciów, w 34 złt. 10 gr. 2 ſzel.

17 ſażni

34 złt. 10 gr. 2 ſzel.

	68	o ſt. o c. o l. o p.			
	51.				
Za 10 gr.	5	4			
Za 1 gr. fałszywa mnogość		3	4	9	813.
Za 1 ſzel.	-	1	1	7	2 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$.
Za 1 ſzel.	-	1	1	7	2 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$.
	584 s. o ſt. 3 c. 2 l. 4 p. $\frac{1}{15}$.				

Rozmnażam naprzód 17 ſażni przez 34; potem dla rozmnożenia 17 ſtu ſażni przez 10 gro. biore trzecią część 17 ſtu ſażni, bo 10 gro. ſą trzecią częścią złotego, i mieć będę, 5 ſ. 4 ſt. W mnożeniu przez 2 ſzel. dla łatwości, ſzukam coby przypadło za 1 gr. biorąc 10 kę, mnogości wypadłéy przez 10 gr. takowa 10 ka ieſt o. ſ. 3 ſt. 4 c. 9 l. 7 $\frac{1}{15}$ p. tę mnogość iako do prawdziwéy mnogości nienależącą, potem wymażę, a wziąwszy iéy trzecią część, i dwa razy ią, za dwa ſzelągi napifałszy, które ſą, trzecią częścią iednego groſza, nie trzeba będzie, tylko te

Tom. I. G wſzy.

wszystkie mnogości wraz dodać, i mieć będą na całkowitą mnogość 584 *f.* 0 *fl.* 3 *c.* 2 *l.* 4 $\frac{11}{15}$ *p.*

Ten przykład daliśmy osobliwie dla potwierdzenia tego, co się powiedziało (45); że wiele na tém zależy, żeby mnożnika z mnożnym niemięszać, gdy oba, są liczbą mianowaną. Jakóż tak w przeszłym, iak w teraźniejszy przykładzie, czynnikami mnogości, są zarówno, 17 *f.* i 34 *zł.* 10 *gro.* 2 *sze*; iednakże mnogości, w piérwzym i w drugim razie, wypadają, bardzo różne od siebie.

Dzielenie liczby wielorakiéy przez liczbę samotną.

118. Jeżeli tylko sam dzielnny iest liczbą wieloraką, i jeżeli oraz dzielnny i dzielnik, mają różnego gatunku iedności; natenczas, rozdziel naprzód iedności główne dzielnego, podług zwyczajnéy reguły, co się zaś zostanie, to na iedności drugiego gatunku obróćisz (57) i dodasz ie z iednościami dzielnego tegoż gatunku; co uczyniwszy odprawisz dzielenie zwyczajnie: podobnież pozostała resztę z tego działania powtórneho, na iedności trzeciego gatunku przemienisz, do których dodawszy iedności tegoż gatunku znajdujące się w dzielnym,

roz-

rozdzieliſz wſzyſtko iak wyżej; reſzty takowe zoſtające, póty przemieniać ſię będą na iednoſci naſtępującego gatunku, póki ſię niſzſze gatunki w dzielnym znajdują.

P R Z Y K Ł A D I.

Zapłacono, daymy, 4783 *złt.* 23 *gr.* 2 *ſz.* za robotę 87 ſażni; pytam ſię po czemu wypada ſażnień roboty?

$$\begin{array}{r|l}
 4783 \text{ złt. } 23 \text{ gr. } 2 \text{ ſz.} & 87. \\
 \underline{43} & \\
 85 & | 54 \text{ z. } 29 \text{ g. } 1 \text{ ſ. } \frac{6}{8} \frac{5}{7} \\
 \hline
 2573 \text{ gr.} & \\
 833 & \\
 \underline{50} & \\
 122, \text{ ſz.} & \\
 65. &
 \end{array}$$

Trzeba dzielić 4783 *złt.* 23 *gr.* 2 *ſz.* przez 87, poczynając od złotych. 4783 złote rozdzielone przez 87, podług reguł zwyczajnych, dadzą wieloraz 54 *złt.* i 85 *złt.* reſzty; te 85 *złt.* obrócone na groſze (57) złączone z 23. groſzami dzielnego, uczynią 2573 *gr.* które rozdzieliwſzy przez 87 mam wieloraz 29 *g.* i reſzty 50 *g.* te 50 groſzy obróciwſzy na ſzelągi mieć będę z 2 ſzelągami dzielnego, 152 ſzelągów, które podobnieſz przez 87 dzielę, i naofiatek za wieloraz doſtaię 1 *ſzel.* i $\frac{6}{8} \frac{5}{7}$ ſzeląga.

P R Z Y K Ł A D II.

Doſtałem *up.* 3376 *złt.* 25 *gr.* 1 *ſz.* przewexlowane, na wypłacenie mi pewney ſummy, z której odcięto po 2 *złt.* na ſtu, chciałbym wiedzieć, wiele ta odcięta ſumma wynosi?

G 2

Ponie

Ponieważ ten procent, jest $\frac{1}{50}$ *kq.* summy niewiadomej, przeto summa odebrana, wynosi $\frac{49}{50}$ tamtéj summy; a zatem, procent odcięty, musi być $49\frac{4}{5}\%$ częścią summy ni oddanej; trzeba więc rozdzielić $3376 \text{ złt. } 25 \text{ gr. } 1 \text{ sz.}$ przez 49.

$$\begin{array}{r|l} 3376 \text{ złt. } 25 \text{ gr. } 1 \text{ sz.} & 49. \\ \hline & 68 \text{ z. } 27 \text{ gr. } 1 \text{ sz. } \frac{17}{50}. \end{array}$$

Po odprawioném działaniu, znajduję $68 \text{ złt. } 27 \text{ gr. } 1 \text{ sz. } \frac{17}{50}$, które dodane do $3376 \text{ złt. } 25 \text{ gr. } 1 \text{ sz.}$ pokazują mi, że summa dana na wexel, musiała być $3445 \text{ złt. } 22 \text{ gr. } 2 \text{ sz. } \frac{17}{50}$.

119. Lecz jeżeli dzielny i dzielnik, mają iednego gatunku iedności, przed odprawieniem dzielenia trzeba uważać, czy wieloraz ma być także tegóż samego gatunku; co rodzaj zadania zwykły zawsze okazywać.

120. Jeżeli dzielny i dzielnik, będą iednego gatunku, wieloraz ma także być tegóż samego rodzaju, dzielenie czyni się iak w poprzedzającym przykładzie; np. gdyby zadano było że, 1243 złotychmi zarobiłem 7254 , chcę wiedzieć wiele zarobiłem na każdym złotym? Rzecz oczywista, że wieloraz będzie miał iedności tegóż samego gatunku, co dzielny i dzielnik, to jest złote; i że 7254 rozdzielić trzeba przez 1243 , resztę iak w poprzedzającym przykładzie, obracając na grosze, a drugą resztę na szelągi; co

wy-

wykonawczy mieć będą rozwiązanie zadania mego, to jest 5 złt. 25 gr. o szel. $\frac{285}{1243}$ zarobku na jednym złotym.

121. Lecz gdy dzielny i dzielnik, będąc jednego gatunku, wieloraz ma być różnego od nich rodzaju; w takowym razie, dzielnego i dzielnika, trzeba na-przód przemienić (57) w najmniejszy gatunek, jaki się w dzielnym znajduje, a dopiero dzielenie jak w poprzedzającym razie przedsięwziąć, i z jednościami dzielnego, tak się obéysdz jak gdyby były tego rodzaju, co w wielorazie być maia.

Np. niech będzie zadano, wiele będą miał wygotowany roboty za 7954 złt. 11 gr. 2 sz. rachując sążeń po 72 złt? Znatury samego zadania rzecz oczywista, że wieloraz powinien mieć sążnie, i części sążnia; obrócę zatem 7954 złt. 11 gr. 2 sz. wszystko na szelągi, co uczyni 715893; obróciwszy podobnie 72 złt. na szelągi, mieć będą 6480; rozdzielię 715893, które uważam jako sążnie, przez 6480, i wypadnie mi żądany wieloraz 110 sz. 2 ft. 10 c. 4 l. 467.

Dzielenie liczby wielorakię przez liczbę wieloraką.

122. Kiedy dzielnik jest także liczbą wieloraką, trzeba go na-przód do najmniejszego gatunku jednościów przywieśdz (57); potem rozmnożyć dziel-

nego, przez liczbę która wyraża, wiele potrzeba części najmniéyszego gatunku dzielnika, na złożenie iednéy głównéy jedności tegoż dzielnika; tym sposobém dzielenie odprawi się tak, iak gdyby dzielnik, był liczbą łamotną.

P R Z Y K Ł A D

57 *fl.* 5 *fl.* 5 *cal.* roboty, kosztowały 854 *złt.* 17 *gr.* 1 *sz.* pytam się poczemu wychodzi sążeń? Trzeba rozdzielić 854 *złt.* 17 *gr.* 1 *sz.* przez 57 *fl.* 5 *fl.* 5 *cal.*; i dla tego obracam 57 *fl.* 5 *fl.* 5 *c.* na cale, co mi uczyni 4169, które będą nowym dzielnikiem; a oraz iako na sążeń 72 caliów potrzeba, który jest główną jednością w tym dzielniku, mnożę zadanego dzielnego 854 *złt.* 17 *gr.* 1 *sz.* przez 72, i mam nowego dzielnego 61529, *złt.* 18 *gr.* co zrobiwszy, dzielę iak następuje.

854 <i>z.</i> 17 <i>g.</i> 1 <i>sz.</i>		57 <i>fl.</i> 5 <i>fl.</i> 5 <i>cal.</i>
72		
61529 <i>złt.</i> 18 <i>gr.</i>		4169 caliów
3163		14 <i>zł.</i> 22 <i>gr.</i> 2 <i>sz.</i> $\frac{12}{11}$
94908 <i>gr.</i>		
11528		
3190.		
9570 <i>szel.</i>		
1232.		

61529 złote rozdzielone przez 4269, daią wieloraz 14 *złt.* i 3163 reszty. Te 3163 *złt.* obracam na grosze, i mam wraz z 18 groszami dzielnego 94908 groszy, które rozdzieliwszy przez 4169, mam wieloraz 22 grosze i 3190 groszy zostaiący reszty. Te 3190 groszy, na łzłagi obróciwszy u-

czy.

czyni mi 9570 szelągów, które podobnież przez 4169 rozdzielać, i mam wieloraz 2 szelagi, i 1252 szelągów, reszty; całkowity zatem wieloraz jest 14 złt. 22 gr. 2 szel. i $\frac{11252}{4169}$ szeląga.

Zeby téy reguły przyczynę pojąć, uważać trzeba, że ponieważ 57 sz. 5 ft. 5 c. czynią 4169 calów, cal zaś ieden będąc 72 gr. częścią sążnia, dzielnik będzie $\frac{4169}{72}$ sążnia: a przeto chcąc dzielić przez ułamek, trzeba (101) ułamek dzielnika przewrócić, a potem przez tenkowy ułamek mnożyć; trzeba tu więc rozmnożyć przez $\frac{72}{4169}$; co wychodzi, na rozmnożenie naprzód przez 72, a potem na rozdzielenie przez 4169, iak przepisuie dana dopiero wyżej reguła.

Ponieważ dzielenie przez liczbę wieloraką, wychodzi iakośmy widzieli na dzielenie przez liczbę samotną, przeto względem natury iednościów, też samę ostrożność zachować należy, iakąśmy przepisali (118, 119, i 120)

Tu byłoby miéysce mówić o sążniowaniu, albo o mnożeniu i dzieleniu ieometryczném: lecz te działania, od tych któreśmy dopiero opisali nieróżnią się niczym w wykonaniu; tak dalece że tu nie byłoby co przydać, chyba tylko wyłożenie natury czynników i mnogościów,

ale to do Jeometryi należy. Dla tego całą rzecz o tém, do niéy odkładamy.

O składaniu liczb kwadratoowych, i wyciąganiu z nich kwadratowego pierwiastka. (radix quadrata)

123. *Kwadratém*, nazywa się mnogość, pochodząca z rozmnożenia liczby przez siebie same; tak, 25 jest kwadratém 5ciu ponieważ 25 pochodzi z rozmnożenia 5ciu przez 5.

124. *Pierwiastek Kwadratowy* liczby zadanéy, jest liczba, która sama przez siebie rozmnożona, też zadaną liczbę nazad oddać powinna; tak 5 jest kwadratowym pierwiastkiem 25ciu; 7 jest kwadratowym pierwiastkiem 49ciu.

125. Liczba tedy która kwadruie się, jest oraz mnożnym i mnożnikiem; a zatem dwa razy czynnikiem mnogości (42); dla czego też takowa mnogość, czyli kwadrat, nazywa się *drugim stopniem* téy liczby (2da potentia).

W kwadrówaniu liczby, niepotrzeba innéy nauki, tylko ją rozmnożyć przez siebie, podług zwyczajnych reguł; lecz żeby z liczby iakowéy kwadratowy pierwiastek wyciągnąć, to jest z kwadratu, do pierwiastkowéy liczby nazad powrócić,

cić, trzeba użyć sposobu; przynajmniej, gdy kwadratowa liczba zadana, więcej jak dwie cyfry w sobie zawiera.

Gdy liczba zadana, jedną lub dwie tylko ma cyfry, natenczas pierwiastek iey w liczbie całkowitey, będzie z następujących liczb jedną.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Których kwadraty są.

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

Tak np. pierwiastek kwadratu 72, jest w liczbach całych 8; ponieważ 72, będąc między 64 i 81, pierwiastek ich, także będzie między pierwiastkami tych dwóch liczb, to jest między 8 i 9, jest tedy 8 i ułamek; ułamek, którego naznaczyć wprawdzie niemożna pełna, lecz do którego, zawsze coraż daley można się zbliżyć, co wkrótce da się zobaczyć.

126. Pierwiastek kwadratowy, liczby która niejest doskonałym kwadratem, nazywa się *pierwiastek przybliżony* (*radix imperfecta*)

127. Przyśtąpmy do liczb, które więcej jak dwie cyfry w sobie mają.

Uważając pilnie, co się dzieie w złożeniu kwadratu, znajdziemy sposób powrócenia nazad do pierwiastka tego kwadratu.

Kwadrując liczbę 54 np.

54	
54	
16	<i>Kwadrat iednościów</i>
20	<i>mnogość z dzieśiątków przez iedności</i>
20	<i>mnogość z dzieśiątków przez iedności</i>
25	<i>kwadrat dzieśiątków.</i>
2916	

Napisałwszy mnożnego i mnożnika, iakośmy uczynili, mnożę zwyczajnie 4 wyższe, przez 4 niższe, co mi oczywście daie *kwadrat iednościów*.

Mnożę potém 5 wyższe, przez 4 niższe, z których mam *mnogość dzieśiątków przez iedności*.

Jdę daléy do drugiéy cyfry mnożnika, i mnożę 4 wyższe, przez 5 niższe, co czyni *mnogość iednościów przez dzieśiątki*, albo (44) *mnogość dzieśiątków przez iedności*.

Naostatek rozmnążam 5 wyższe, przez 5 niższe, co mi da *kwadrat dzieśiątków*.

Dodawszy te wszystkie mnogości z sobą, mam liczbę kwadratową 2916, którą widzieliśmy bydź złożoną, z *kwadratu dzieśiątków*, więcéy dwa razy *mnogość dzieśiątków przez iedności*, więcéy, *kwadrat iednościów* liczby 54.

128. To cośmy dopiéro uważali, iako iest nieuchronnym skutkiem mnożenia,

tak

tak niemniéy stósuie się do liczby 54, iak do kazdéy innéy, złożonéy z dziesiątków i z jednościami; zaczęm w ogólności powiedzieć można, że kwadrat wszelkiéy liczby złożonéy z dziesiątków i z jednościami, zawiera w sobie trzy części wyżéy opisané, iakoto *kwadrat dziesiątków téy liczby, podwójną mnogość z dziesiątków przez jedności, i kwadrat jednościów.*

129. To za fundament założywszy, ponieważ kwadratem dziesiątków są sta (10 razy albowiem 10, czyni 100); rzecz oczywista że takowy kwadrat dziesiątków niemoże być częścią ostatnich dwóch cyfer całkowitego kwadratu.

Podobnie podwójna mnogość dziesiątków, rozmnożonych przez jedności, iako niemoże być mnieysza nad dziesiątki, tak téż niemoże być częścią ostatniéy cyfry całkowitego kwadratu.

Chcąc zátém z kwadratu 2916, do piérwiałka iego powrócić, można tak rozumować.

P R Z Y K Ł A D I.

$$\begin{array}{r}
 29. 16 \mid 54 \text{ piérwiałek} \\
 41. 6 \\
 \hline
 104 \\
 \hline
 000
 \end{array}$$

Po-

Pocznijmy od szukania dzieśiątków tego pierwiaſtka. Z natury kwadratu ieſt mi wiadomo, że w 2916, znayduie ſię kwadrat dzieśiątków, i że takowy kwadrat nie może być częścią dwóch oſtających cyfer; muſi więc znaydować ſię w 29; a iako pierwiaſtek kwadratowy 29ciu, nie może być więkſzy iak 5, wnieſmy ſobie ſtąd, że liczba dzieśiątków pierwiaſtka, ieſt 5; i napiſzmy ją o bok 2916, iakoſmy widzieli wyżej.

Kwadruie 5, i odéymuie mnogość 25 od 29, zoſtaie mi 4, do których ſpuſzczam dwie naſtępujące cyfry 16, zadanéy liczby 2916.

Teráz żeby wynaleſdź iedności pierwiaſtka, uważam co ta reſzta 416, w ſobie zawiera; iuż dwie tylko części kwadratu ma w ſobie, to ieſt, dwa razy dzieśiątki pierwiaſtka, rozmnożone przez iedności, i kwadrat iednościów tegoż pierwiaſtka. Na pierwſzém z tych dwóch części, doſyć nam ieſt, do znaleźienia iednościów których ſzukamy; bo ponieważ ieſt złożona, z dwa razy wziętych dzieśiątków rozmnożonych przez iedności, ieżeli ją rozdzielimy przez dwa razy wzięte dzieśiątki, które nam ſą iuż wiadome, powinna nam dać (67) za
wie-

wieloraz iedności; rzecz więc, tylko o to idzie, żeby wiedzieć, w której części liczby 416, takowe podwójne dziesiątki rozmnożone przez iedności, mieszczą się: powiedzieliśmy wyżej że nie mogą znajdować się w ostatniej cyfrze; muszą więc być w 41: trzeba zatem 41 rozdzielić przez podwójność znalezionych dziesiątków, to jest przez 10; piszę więc podwójność dziesiątków 10 pod 41; po odprawionem dzieleniu, znajduję, że wypadły wieloraz 4, jest liczbą iednościów, które piszę po prawej ręce wynalezionych dziesiątków 5.

Lecz uważać potrzeba, że lubo znaleziony wieloraz 4, jest w istocie famey ten, który być powinien, iednakże mogłoby się czasem przytrafić, że tym sposobem wynaleziony wieloraz, byłby mocniejszy iakby należało; ponieważ 41 (to jest, część po oddzieleniu ostatniej cyfry zostająca) zawiera w sobie nie tylko podwójność dziesiątków, rozmnożonych przez iedności, ale nadto dziesiątki, pochodzące z kwadratu iednościów; dla czego, żeby o pewności cyfry iednościów, żadna wątpliwość nie została, trzeba uczynić następujące sprawdzenie.

Znalazłszy cyfrę iednościów 4, i przy-
Pi-

piśawszy ją do pierwiastka, przenoszę ją o-
 rąz o bok podwòdności dziesiątków 10,
 co mi uczyni 104, których koléyno wszy-
 stkie cyfry rozmnażam przez liczbę 4,
 i wypadające mnogości odéymnię od czę-
 ści odpowiadających 416^{stu}; ponieważ
 się nie niezostaie, wnoszę sobie, że 54,
 są prawdziwym pierwiastkiem zadanéy
 liczby 2916.

Gdyby co zostawało, pierwiastek nie-
 mniéy, w liczbach całych byłby prawdzi-
 wy, chyba żeby reszta była większa od
 podwòdności pierwiastka, iednym po-
 większonego; lecz tego obawiać się nie-
 można, biorąc wielorąz, zawsze ile się
 da, naywiększy.

Sprawdzenie tego działania, któreśmy
 przepisali, gruntuie się na samymże zło-
 żeniu kwadratu; mnożąc albowiem 104
 przez 4, rzecz oczywista, że czynię kwa-
 drat iednościów, i podwòdność dziesiąt-
 ków, rozmnożonych przez iedności, to
 iest, co dopełnia kwadrat zupełny.

130. Stąd co dopiero powiedziało się,
 wnieść sobie należy, że chcąc wycią-
 gnąć kwadratowy pierwiastek, z liczby,
 która niema więcéy nad cztery cyfry,
 ani mniéy nad trzy; trzeba, odłączy-
 zły naprzód dwie cyfry po prawéy rę-
 ce,

ce, szukać pierwiastka kwadratowego, tego przedziału, co po lewéy ręce zostaje; pierwiastek ten, będzie liczbą dziesiątków, szukanego pierwiastka całkowitego, którą na boku zadany liczby napisać trzeba, przedzieliwszy je linijką.

Od tegoż, po lewéy ręce przedziału, odcinam kwadrat pierwiastka znalezione-go, i resztę poniżej tegoż przedziału napisałwszy, przenoszę o bok dopiero wspomnianéy reszty, dwie oddzielone z początku cyfry.

Cyfrę jednościów dopiero spuszczone-go przedziału, odłączam punktem, i część po lewéy ręce pozostałą, dzielę przez podwójność dziesiątków, którą poniżej napisałem.

Wieloraz piszę o bok pierwszéy cyfry pierwiastka, i potem go także przenoszę o bok podwójności dziesiątków, która mi służyła za dzielnika.

Nakoniec przez tenże sam wieloraz rozmnażam cyfry, w téy ostatniéy linii położone, i mnogości ich kolejno odęmię od cyfer im odpowiadających, wyżéy napisanych.

Obiaśnijmy, to przykładem.

Mam szukać pierwiastka kwadratowego liczby 7569.

$$75.69 \mid 87.$$

$$116.9$$

$$167$$

$$000.$$

Odłączam dwie cyfry 69 i szukam pierwiastka kwadratowego 75^{ciu}. który jest 8; piszę te 8 na boku; kwadruję 8, i kwadrat 64 od 75 odeymuję, zostało mi 11; które piszę pod 75, i oraz o bok nich, odłączone cyfry 69, składam.

W liczbie 1169, oddzieliłam ostatnią cyfrę 9. przez co mi zostało część 116, którą mam dzielić, dla znalezienia jednościów.

Zdwoiwszy 8 znalezionych dziesiątków, mam dzielnika, którego pod 116 piszę; rozdzielenie dało mi wieloraz 7, który po prawej ręce 8u. do pierwiastka przypisuję.

Tenże sam wieloraz, o bok dzielnika mego 16, przenoszę; rozmnażam 167, które znajdują się w ostatniej linii, przez tenże sam wieloraz 7, i mnogości, od 1169 kolejno odeymuję: nie mi nie zostało, co jest dowodem, że liczba 7569, jest doskonałym kwadratem, to jest kwadratem 87^{ciu}.

131. Pilnie uważać należy, że przez podwójność dziesiątków, nie trzeba dzielić, tylko część, po oddzieleniu ostatniej cyfry, po lewej ręce pozostała; tak dałoby się, że gdyby, podwójność dziesiątków, w niej się nie mieściła, oddzielenie cyfry, do tego nienależy używać, i tylko na miejscu pierwiastka pisze się 0: choćby się zaś przytrafiło przeciwnie;
żeby

żeby się podwójność dziesiątków, więcej iak 9 razy w takowey części zawierała, przeto wielorazu niemożna pisać większego nad 9; przyczyna tego taż sama co w dzieleniu (63.)

132. Zrozumiałwszy dobrze, to cośmy powiedzieli o pierwiastku kwadratowym liczb, które niemaia więcej nad 4 cyfry,, łatwo poiać się daie, co czynić trzeba. gdy liczba zadana ma więcej cyfer. Bądź z iakięy chce liczby cyfer, pierwiastek ma bydz złożony, można go sobie zawsze wystawić, iak gdyby się z dwóch części składał, z których iedna iest z dziesiątków a druga z iednościów; np. 874, można uważać, iak gdyby wyrażały 87 dziesiątków i 4 iedności.

To założywszy, gdym znalazł dwie pierwsze cyfry pierwiastka, sposobem wzwyż przepisanym, tymże sposobem znaleźć i trzecią można; pierwsze dwie cyfry uważaiac, iak gdyby składały iedną liczbę dziesiątków, i do wynalezienia trzecię, używaiac tych samych działań, któreśmy przepisali z pierwszym wielorazem, do wynalezienia drugiego.

Podobnież pierwsze trzy cyfry znalazłszy, jeżeli ma bydz ieszcze i czwarta; trzy pierwsze uważać trzeba, iako iedną

tylko liczbę dziesiątków, i dla znalezienia czwartę, obęysdź się nią tak, iak z dwiema pierwszemi, dla wynalezienia trzecię.

Lecz żeby w tém był zachowany porządek, trzeba naprzód na przedziały zadaną liczbę podzielić, każdy po dwie cyfry, od *prawey, ku lewey ręce, ostatnia, może* mieć i iednę cyfrę.

Przyczyna tego działania, gruntuie się na tém; że uważaiąc pierwiastek, iako z dziesiątków i z iednościów złożony, podług tego cośmy wyżey powiedzieli (129 i dalęy), trzeba naprzód oddzielić dwie ostatnie cyfry po prawey ręce, żeby w części po lewey ręce pozostały, mieć kwadrat dziesiątków: lecz iako część ta sama, iest więcéy iak z dwóch cyfer złożona, tak téż podobneż rozumowanie, drogę nam pokazuie, do oddzielenia ieszcze dwóch cyfer po prawey ręce, i. t. d.

Daymy przykład takowego działania.

P R Z Y K Ł A D III.

Chcę mieć pierwiastek kwadratowy zliczby 76807696.

76. 80. 76. 96. | 8764.

128. 0

16. 7

1117.6

174.6

7009.6

1752 4

0000 0

Podzieliwszy liczbę zadaną na przedziały, każdy po dwie cyfry, od prawey ku lewey ręce; szukam jaki jest pierwiastek kwadratowy przedziału 76, od którego iako od ostatniego poczynam: znajduję że jest 8, które na boku liczby zadaney piszę: kwadruję 8, i kwadrat 64 od 76 odeymuię; zostało mi 12, które pod 76 piszę; obok tę resztę składam następujący przedział 80, którego ostatnią cyfrę punktem odłączam, i pod częścią 128 piszę 16, to jest podwójność znalezionego pierwiastka; dalej mówię w 128 wiele mam razy 16? Znajduję 7 razy; piszę te 7, obok znalezionego pierwiastka, i oraz obok dzielnika 16; mnożę 167, przez ten nowy pierwiastek 7, i mnogość wypadającą, od 128 odeymuię; zostało mi reszta 111; do której trzeci przedział spuszcza, to jest 76 którego ostatnią cyfrę 6 odłączam; potem pod częścią 1117, piszę podwójność pierwiastka 87, która jest 174; dzielę 1117 przez 174, i znalazłszy wieloraz 6, przypisuję go do pierwiastka, i oraz go obok podwójności 174 dokładam; mnożę 1746 przez tę liczbę 6, i mnogość od 11176 odiawszy, zostało mi 700. Obok tę resztę spuszcza 96, i ostatnią tego przedziału cyfrę odłączam; pod częścią 7009 po lewey ręce zostającą, piszę podwójność znalezionego pierwiastka 876, która jest 1752; przez tę podwójność 1752 dzielę 7009, i znajduję wieloraz 4, który do pierwiastka przypisuję, i oraz obok podwójności 1752 przenoszę. Przez tę liczbę 4, mnożę 17524, i mnogość od 70096 odiawszy, nic mi nie zostało; Zatem pierwiastek kwadratowy z liczby 76807696, jest pełna 8764.

133. Kiedy zadana liczba nie jest doskonałym kwadratem, na końcu działania, zostało się reszta, i natenczas wy-

naleziony pierwiastek kwadratowy, jest pierwiastkiem, największego kwadratu w zadanej liczbie zawartego: w tym razie kwadratowego pierwiastka niemożna wyciągnąć spełna, lecz zbliżyć się do niego podług potrzeby, lub upodobania zawsze można; to jest, tym sposobem, że błąd któryby stąd wyniknął w kwadracie, będzie mniejszy, od jakięj zechcemy ilości.

Zbliżenie takowe, wygodnie przez dzieśiatne czynić się daie. Na końcu zadanej liczby, trzeba położyć dwa razy tyle zerów, ile mieć chcesz dzieśiatnych w pierwiastku, potem zwyczajne działanie odprawisz, po którym po prawę ręce pierwiastka, kryską, przez połowę tyle dzieśiatnych oddzielisz, ile do zadanej liczby dodałeś zerów. W istocie fa-mey, jeżeli np. 4 zera przydane były, kwadrat stał się 10000 razy zawielki; pierwiastek więc znaleziony, będzie także 100 razy większy, ponieważ 10000, są kwadratem 100u; jeżeli 6 zerów przydane były, kwadrat zrobił się 1000000 razy większy, a zatem wynaleziony pierwiastek będzie także 1000 razy większy, bo 1000000, są kwadratem 1000u; przeto w piéwszym razie odłączając dwie cyfry

fry po prawęý ręce, w drugim zaś razie 3 cyfry, pierwiaſtek kwadratowy, przyprowadzamy do téy iaką mieć powinien wartości (28).

P R Z Y K Ł A D.

Chcę mieć kwadratowy pierwiaſtek z liczby 87567, przybliſzony do iednéy tyſięcznéy.

Żeby mieć w pierwiaſtku tyſięczne, potrzeba trzech dzieſiatnych, trzeba więc do kwadratu 87567, ſzeſć zerów dodać; i potem z 87567000000, wyciągnąć pierwiaſtek kwadratowy

$$8.75.67.00.00.00 \mid 295917.$$

$$47.5$$

$$49$$

$$346.7$$

$$585$$

$$5420.0$$

$$5909$$

$$10190.0$$

$$59181$$

$$427190.0$$

$$591827$$

$$129111$$

Postępując ſobie w działaniu, iak w poprzedzających przykładach, znajduię pierwiaſtek kwadratowy, różniący ſię tylko o mniej iak o $\frac{1}{1000}$, w liczbie 295917; lecz ponieważ takowy, ieſt pierwiaſtkiem liczby 87567000000, 1000000 razy więkſzey od 87567, któreý miałem ſzukać kwadratowego pierwiaſtka; trzeba przeto ten wynaleziony pierwiaſtek tyſięc razy mniejſzym uczynić; to ieſt 3 cyfry iego po prawęý ręce oddzielić, a tak 295,

917, będzie kwadratowym pierwiastkiem liczby 87567, o jedną tyśiączną przybliżonym; to jest, że gdyby prawdziwy pierwiastek, spełna mógł być znaleziony, różnica między tym, a tamtym, iednę tyśiączną niewyniosłaby.

Podobnież gdyby zadano było, znaleźć pierwiastek kwadratowy, liczby 2, przybliżony do iednę dzieśięćtyśiączną; potrzebaby wyciągnąć pierwiastek z liczby 200000000, który bydz się pokaże 14142; oddzieliwszy kryską 4 cyfry po prawę ręce, mieć będę 1,4142 na pierwiastek kwadratowy liczby 2, przybliżony, o iedną dzieśięćtyśiączną.

134. Widzieliśmy (97), że chcąc mnożyć ułamek przez ułamek, trzeba licznika przez licznika, i mianownika przez mianownika rozmnożyć, a zatém, chcąc skwadrówać ułamek, trzeba także licznika, i mianownika skwadrówać.

Tak kwadrat ułamka $\frac{2}{3}$, jest $\frac{4}{9}$; kwadrat ułamka $\frac{4}{7}$, jest $\frac{16}{49}$.

135. Stąd wynika, iż odwrotnie chcąc wyciągnąć pierwiastek kwadratowy z ułamka, trzeba takowy, z licznika i z mianownika wyciągnąć.

Tak, pierwiastek kwadratowy ułamka $\frac{9}{16}$, jest $\frac{3}{4}$; ponieważ pierwiastek 9^{ci} jest 3, a pierwiastek 16^{ty} jest 4.

136. Lecz ponieważ się przytrafić może, że licznik albo mianownik, lub też wcale obydwa, niebędą doskonałemi kwadratami; w takowym razie, jeżeli tylko

licznik nie jest doskonałym kwadratem, spółobem wzwyż przepisany, pierwiastek kwadratowy przybliżony, z niego wyciągnąć można; potem z mianownika pierwiastek zwyczajnie wyciągnawszy, takowy da się za mianownika pierwiastkowi przybliżonemu licznika.

Tak chcąc mieć pierwiastek kwadratowy ułamka $\frac{2}{3}$; wyciągnę przybliżony pierwiastek z liczby 2, który podług przybliżenia mego większego lub mniejszego, bydź mi się pokaże 1,41 albo 1,414 albo też 1,4142 i. t. d. a jako pierwiastek kwadratowy 9ciu jest 3; będę miał na pierwiastek przybliżony ułamka $\frac{2}{9}$, ilość $1\frac{4}{3}$ albo $1\frac{4}{3}$ albo $1\frac{4}{3}$ albo $1\frac{4}{3}$, i. t. d.

Lecz jeżeli mianownik także, nie jest doskonałym kwadratem; natenczas oba wyrazy ułamka, przez tegoż mianownika rozmnożyć potrzeba, co wartości ułamka nieodmięni, a mianownika uczyni kwadratem doskonałym; po czém odprawuie się dalsze działanie iak w poprzedzającym przypadku.

Np. chcąc mieć pierwiastek kwadratowy ułamka $\frac{1}{3}$; ten ułamek przemienić trzeba w $\frac{15}{3}$, wyciągając z 15 pierwiastek kwadratowy np. aż do trzech dziesiątych, mieć będę 3,872; a jako pierwiastek kwadratowy 25 jest 5, tak pierwiastek cały kwadratowy, ułamka $\frac{15}{25}$, wypadnie mi $3\frac{872}{5}$.

Zeby różnego gatunku, nie mieć razem ułamków. wypadek takowy $3\frac{872}{5}$, przemienić mogą na same

dziesiętne, dzieląc 3,872 przez 5, co mi da 0,774, to jest, pierwiastek ułamka $\frac{1}{4}$, wyrażony w samych dziesiętnych (92).

137. Nakoniec, gdyby całkowitki trafiły się złączone z ułamkami; takowe całkowitki, w ułamki trzeba by przemienić (80), w reszcie, odprawi się działanie iak z ułamkami.

Tak, mając wyciągnąć kwadratowy pierwiastek z $8\frac{1}{2}$; przemieniam $8\frac{1}{2}$ w $\frac{17}{2}$, a ten znowu ułamek (136) w $\frac{413}{50}$; którego przybliżony pierwiastek kwadratowy znajduję $20\frac{1}{2}$ albo 2,903.

138. Można także, ułamek znajdujący się przy całkowitce, obrócić na dziesiętne, lecz trzeba uważać, żeby do tego użyć liczby parzystej dziesiętnych, i dwa razy tyle cyfer mającej, ile ich mieć chcę w pierwiastku; mnogość bowiem wynikająca z rozmnożenia dwóch liczb mających dziesiętne, ponieważ tyle powinna mieć dziesiętnych, ile ich w obu czynnikach znajduje się (54); przeto kwadrat liczby która ma dziesiętne, powinien ich mieć dwa razy tyle, ile miała ta liczba.

Tego sposobu używając z liczbą $8\frac{1}{2}$, przemieniam ją w $8,428571$ (92), której pierwiastkiem kwadratowym będzie 2,903, iak wyżej.

139. Gdyby potrzeba wyciągała, z liczby dziesiętnéy, wyciągnąć pierwiastek kwadratowy; trzeba dać baczność, żeby liczbę dziesiętną uczynić parzystą, ieżeli nieieft, a to z przyczyny wyżej wymienionéy (138); dodając na końcu takowych dziesiętnych 1, 3, albo 5 zerów, i. t. d. co wartości ich nieodmienia (29).

Tak, mając wyciągnąć kwadratowy pierwiastek, z liczby 21,935, przybliżony o iedną tyfiączną; wyciągam kwadratowy pierwiastek z liczby 21,935000, który będzie 4,683; to iest ten sam, co liczby 21,935. Podobnież pokaże się, pierwiastek liczby 0,542 przybliżony o iedną tyfiączną bydź 0,736; a liczby 0,0054 także przybliżony o iedną tyfiączną, 0,073.

O składaniu liczb sześciennych i wyciąganiu sześciennego pierwiastka (radix cubica).

140. Chcąc złożyć, co nazywa się trzecim stopniem liczby, albo *sześcian liczby* (cubus), trzeba naprzód tę liczbę rozmnożyć przez siebie samę, i potem ieszcze raz rozmnożyć przez tęż samę liczbę, mnogość wypadłą z pierwszego rozmnożenia.

A tak, właściwie mówiąc, liczba sześcienn-

ścienna, jest mnogość kwadratowa rozmnożona przez tę samą liczbę; 27 są sześcianiem *zech*; ponieważ pochodzą z rozmnożenia *9ciu*. (kwadratu *zech*) przez tę samą liczbę 3.

Liczba która do sześcianu podnosi się, jest w nim 3 razy czynnikiem; dla tego też sześcian nazywa się *trzecim stopniem* téj liczby.

141. W powszechności mówi się, że liczba jest do drugiego, trzeciego, czwartego, piątego, i. t. d. stopnia podniesiona, kiedy jest 1, 2, 3, 4, 5, i. t. d. razy, róz po róz przez siebie samą rozmnożona, albo kiedy jest 1, 2, 3, 4, 5, i. t. d. razy, czynnikiem mnogości.

142. *Pierwiaszek sześcienny* zadanego sześcianu, jest liczba, która rozmnożona przez swój kwadrat, sześcian nazad oddaie; tak 3 są pierwiaskiem sześciennym *27iu*.

Uważmy atoli, że gdy w liczbach całych liczba zadana, ma mniej iak 4 cyfry, do wyciągnięcia sześciennego pierwiaska, sposobu osobnego nietrzeba; bo ponieważ 1000, jest sześcianiem 10u, każda liczba mnieysza iak 1000, a zatém mniej iak 4 cyfry mająca, będzie miała

pier-

pierwiałtek mnieýszy iak 10, to iest w mnieý, iak w dwóch cyfrach wyrażony.

Tak każda liczba, która przypadnie, między dwiema któremikolwiek liczbami następującemi 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, będzie miała swój pierwiałtek sześcienny w liczbie całej, między dwiema odpowiadającemi, następującemi liczbami :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; Wyżey położona kolej liczb, są sześciany, niższa zaś wyraża ich pierwiałtki sześcienne.

144. Niekażdę liczby zadanę, można naznaczyć zupełny pierwiałtek sześcienny; lecz zawsze można przybliżyć się do liczby, która będąc podniesiona do sześcianu, przybliżałaby się także, coraz bardzię do oddania nazad, pierwzey zadanę liczby. Nauczywşy się, znaleźć pierwiałtek sześcianu doskonałego, zobaczymy iak sobie w tamtym razie postąpić.

145. Uważmy dla tego, z iakich części składa się sześcian liczebny, który zawiera w sobie dzieśiatki, i iedności.

Ponieważ sześcian powstaie z kwadratu liczby, rozmnożonego przez tę samę liczbę; trzeba tu sobie koniecznie przypomnieć (127), że kwadrat liczby złożonę z dzieśiatków i iednościów, zawiera w sobie 10d. kwadrat dzieśiatków. 2re.
dwa

dwa razy mnogość z dziesiątków przez jedności, 3cie. kwadrat jednościów.

Więc chcąc mieć liczbę sześcienną, trzeba rozmnożyć te trzy części, przez dziesiątki i przez jedności, téżże saméy liczby.

Zeby wynikające stąd mnogości poiąć wyraźniéy, daymy temu działaniu następującą postać.

10d.

Kwadrat dziesiątków, podwójna mnogość z jednościów przez dziesiątki, i kwadrat jednościów	} rozmnożo	ne	} Sześcian dziesiątków, podwójną mnogość z kwadratu dziesiątków przez jedności, i mnogość z dziesiątków, przez kwadrat jednościów.

2re.

Kwadrat dziesiątków, podwójna mnogość z jednościów przez dziesiątki, i kwadrat jednościów	} rozmnożo	ne	} Mnogość z kwadratu dziesiątków przez jedności, podwójną mnogość z dziesiątków przez kwadrat jednościów, i sześcian jednościów.

Zaczém; te 6 wypadków połączywszy, i razém zebrawszy sobie podobne, pokaże się że sześcian liczby złożonéy z dzie-

siąt-

siatków i iednościów, zawiera w sobie części następujące, to jest: sześcian dzieśiátków, potróyny kwadrat dzieśiátków, rozmnożony przez iedności, potróyność dzieśiátków rozmnożonych przez kwadrat iednościów, i naostatek sześcian iednościów,

Zróbmy podług tego opisanía sześcian, z liczby złożoney z dzieśiátków i iednościów; np. z 43ech.

$$\begin{array}{r}
 64000 \\
 14400 \\
 1080 \\
 27 \\
 \hline
 79507.
 \end{array}$$

Weźmiemy tedy naprzód sześcian 4ech który iest 64; lecz ponieważ 4, są 4 dzieśiátky, sześcian ich, będzie w tyśiicach wyrażony; sześcian albowiem 10u iest 1000; a zatem sześcian 4ech dzieśiátków będzie 64000.

3 razy 16, albo 3 razy kwadrat dzieśiátków, będąc rozmnożony przez 3 iedności, da 144 stów; kwadrat albowiem 10u, iest 100; a zatem wypadnie mnogość 14400.

3 razy 4, albo 3 razy 4 dzieśiátky, rozmnożone przez kwadrat iednościów 9, dadzą dzieśiátky, to iest mnogość 1080.

Naostatek sześcian iednościów, uczyni 27.

Te cztery części połączywszy, będę miał sześcian 79507, z liczby 43, który łatwiey można było znaleźć mnożąc 43 przez 43, i mnogość 1849 ieszcze raz przez 43; lecz tu nieidzie rzecz o znalezienie wartości sześcianu, ale raczey o rozebranie części składających go, żeby poiąć sposób, powrócenia nazad do iego pierwiastka.

146. To założywszy za fundament; sposób wyciągnięcia pierwiastka, sześciennego np. z sześcianu 79507. będzie następujący

P R Z Y K Ł A D I.

$$\begin{array}{rcl} \text{Sześcian} & - & 79,507 \mid 43. \text{ Pierwiastek.} \\ & & 155.07 \mid \text{---} \\ & & 48 \end{array}$$

Chcąc mieć część liczby, która mieści w sobie sześcian dziesiątków pierwiastka; oddzielałam trzy ostatnie cyfry, w których widzieliśmy, że się znajdować niemoże sześcian, iako mający w sobie wartość tyśiąców.

Szukam pierwiastka sześciennego liczby 79, znajduję 4, które piszę na boku.

Podnoszę do sześcianu 4, i mnogość 64, od 79 odjąwszy, zostaje mi 15, które piszę pod 79.

Do reszty 15, spuszczałam 507, co mi uczyni razem 15507, w których powiniennem się znajdować kwadrat, czterech wynalezionych dziesiątków, rozmnożony przez jedności których szukam, więcę potrójność tychże dziesiątków rozmnożona przez kwadrat jednościów, nakoniec więcę sześcian jednościów.

Odlącam dwie ostatnie cyfry 07; część

155 zostająca po lewéy ręce, zamyka w sobie potrójny kwadrat dziesiątków, rozmnożony przez jedności; dlatego żebym doszedł takowych jednościów (57), dzielę część 155, przez potrójność kwadratu czterech dziesiątków, to jest przez 48.

Znayduię, że 48 w 155 mieści się 3 razy, przypisuję więc 3 do pierwiastka.

Na sprawdzenie tego pierwiastka, i wynalezienie reszty, jeżeli będzie iakowa, moglibyśmy złożyć, trzy części fześcianu, które w 15507, znaydować się powinny; tym sposobem pokazałoby się, jeżeli takowe części składają liczbę 15507, albo o wiele od niej różnią się; lecz, podobnież wykonać to wygodnie można, podnosząc do fześcianu, pierwiastek 43; to jest mnożąc 43, przez 43, co uczyni 1849, i tę mnogość znowu przez 43 co mi da 79507. Skąd pokazuje się, że liczba 43, jest fześciennym pierwiastkiem doskonałym.

Jeżeli liczba zadana mieć będzie więcej iak 6 cyfer; można rozumować iak w następującym przykładzie.

Niech będzie zadano wyciągnąć pierwiastek sześcienny z liczby 596947688.

$$\begin{array}{r}
 596,947,688 \mid 842 \\
 849,47 \\
 192 \\
 \hline
 592704 \\
 \hline
 42436,88 \\
 21168 \\
 \hline
 596947688 \\
 \hline
 000000000
 \end{array}$$

Uważam pierwiastek téy liczby, iako złożony z dzieśiątków i iednościów; dla czego, naprzód odłączam trzy ostatnie cyfry.

Część 596947, zamykająca w sobie sześcian dzieśiątków, ponieważ ma w sobie ieszcze więcey iak trzy cyfry, pierwiastek iey, mieć także będzie więcey iak iedną cyfrę, a zatem mieć będzie, dzieśiątki i iedności, trzeba więc dla znalezienia sześcianu pierwszych dzieśiątków, oddzielić ieszcze trzy cyfry 947.

To założywszy, szukam sześciennego pierwiastka pierwszego przedziału 596; znayduię 8, i piszę ie na boku.

Podnoszę do sześcianu 8, i odiawszy mnogość 512 od 596, zostaje mi 84, które piszę pod 596.

Do tych 84, spuszczam następujący przedział 947, co mi uczyni 84947; od których odłączam dwie ostatnie cyfry 47.

Pod częścią 849, piszę 192, to jest potrójność kwadratu pierwiastka 8, i dzielę 849 przez 192; znalazłszy wieloraz 4, przypisuję go do pierwiastka.

Zeby sprawdzić ten pierwiastek i oraz żeby resztę wynaléśdź, podnoszę do sześcianu liczbę 84, i mnogość 592704, odeymuię od liczby 596947; zostaje mi reszta 4243.

Do

Do tęj reszty, spuszczam dalej przedział 688, i uważając pierwiastek 84, iako iedną szczególnie liczbę, która wyraża dzieliątki szukanego pierwiastka; w przedziale spuszczonym 688, oddzielałam dwie ostatnie cyfry 88, a część 42436 dzielę przez potrójny kwadrat z 84, to iest przez liczbę 21168; a znalazłszy wieloraz 2, przypisuję go do znalezionej dawniey pierwiastka 84.

Dla sprawdzenia pierwiastka 842, i wynalezienia reszty ieżeli będzie iakowa, podnoszę do sześcianu 842, i mnogość 596947688 odejmuję od zadanej liczby 596947688; ponieważ nic mi nieozostało, wnoszę stąd, że 842 są zupełnym pierwiastkiem liczby 596947688; która musiała być doskonałym sześcianem.

Trzeba uważać nadto iód. Ze we wszystkich tych działaniach za wieloraz czyli pierwiastek nigdy nad 9 więcey, brać niepotrzeba.

2re. Gdyby cyfra, za pierwiastek wzięta, była zbyt mocna, to łatwo da się postrzedz, boby odeymdowania uczynić niemożna było; w takowym razie, zmniejszy się kolejno pierwiastek o 1, 2, 3, i. t. d. iedności, aż odeymdowanie da się odprawić.

147. Kiedy liczba zadana nieiest sześcianem doskonałym, w ten czas znaleziony, pierwiastek niebędzie doskonałym, ale tylko przybliżonym; i rzadko trafia się, żeby przestać można, na samym pierwiastku w liczbach całych wynale-

zionym. Do tém dokładniéyszego zbliżenia się, tak daleko iak się podoba, dzieśiatne liczby są bardzo wygodną przyśługą; lubo doskonałego ze wśzyłtkiém pierwiaśtką, dōyśdź w takowym razie niemożna.

Chcąc do pierwiaśtką sześcianu niedokonałego, tak daleko iak potrzeba wyciąga przybliżyć się, na końcu takowey liczby, trzy razy tyle cyfer przydać potrzeba, ile zechcę mieć dzieśiatnych w pierwiaśtku, potém, wyciągnięcie pierwiaśtką, czyni się iak w poprzedzających przykładach; po odprawioném działaniu, po prawey ręce pierwiaśtką, tyle cyfer oddziela się kryśką, ile dzieśiatnych mieć chciałem.

P R Z Y K Ł A D.

Chcę mieć przybliżony pierwiaśtek sześcienny z liczby 8755, o iednę setną. Zebym miał setne w pierwiaśtku, trzeba mi dwóch dzieśiatnych; muszę więc na końcu liczby 8755, dodać sześć zerów.

A dopiero z liczby 8755000000, wyciągnąć pierwiaśtek sześcienny.

$$\begin{array}{r}
 8,755,000,000 \mid 2061 \\
 \hline
 07,55 \\
 12 \\
 8000 \\
 \hline
 7550,00 \\
 1200 \\
 8741816 \\
 \hline
 131840,00
 \end{array}
 \qquad
 131840,$$

131840,00

127308

8754552981

447019.

Podług wzwyż przepisanego porządku, dzielę tę liczbę na przedziały, od prawey ku lewey ręce, w każdym po 3 cyfry.

Z ostatniego przedziału 8, wyciągam pierwiastek sześcienny, to jest 2, i piszę ie na miejscu należącemu pierwiastkowi. Podnoszę do sześciannu 2, i mnożę 8 odiawszy od 8, mam resztę 0; do niey spuszczam następujący przedział 755, którego dwie ostatnie cyfry 55, odłączam; pod zostającą częścią 7, piszę 12, potrójny kwadrat pierwiastka; a dzieląc 7 przez 12, wypada mi wieloraz 0, które przypisuję do pierwszego pierwiastka.

Podnoszę do sześciannu pierwiastek 20, mam 8000, które odęymuię od 8755, zostaje mi się 755; do tych spuszczam przedział następujący 000, i dwie ostatnie jego cyfry 00, odłączam po prawey ręce; pod pozostałą częścią 7550 piszę 1200, potrójność kwadratu pierwiastka 20, a dzieląc 7550 przez 1200, znajduię wieloraz 6, i przypisuję go do pierwiastka.

Podnoszę do sześciannu pierwiastek 206, i mnożę odęymuię od 8755000, zostaje mi reszta 13184; do niey spuszczam ostatni przedział 000, którego dwie ostatnie cyfry odłączymy, pod pozostałą częścią 131840, piszę 127308, potrójność kwadratu znalezionej pierwiastka 206. Dzielę 131840 przez 127308, i mam wieloraz 1; który przypisuję do pierwiastka 206. Podnoszę do sześciannu 2061, i mnożę 8754552981, odęymuię od 8755000000; zostanie mi reszta 447019.

Pierwiastek tedy sześcienny przybliżony, z liczby 8755000000, będzie 2061; lecz iako liczba 8755000000 jest 1000000 razy większa od 8755, pierwiastek iej będzie 100 razy większy od pierwiastka li-

czyby 8755. ponieważ 1000000 jest sześcianem liczby 100; przeto pierwiastek sześcienny liczby 8755, będzie 20,61.

Chcąc przybliżenie takowe jeszcze dalej pociągnąć, na końcu pozostały reszty, trzy zerów dodaćby trzeba, i zwyczajne dalej odprawić działanie, iak się z spuszczonej przedziałami, wyżej robiło.

148. Ponieważ w mnożeniu ułamków przez ułamki, potrzeba było mnożyć licznika przez licznika, i mianownika przez mianownika; przeto chcąc podnieść do sześcianu ułamek, trzeba licznika i mianownika jego podnieść do sześcianu. Wzajemnie, z ułamka chcąc wyciągnąć sześcienny pierwiastek, należy wyciągnąć pierwiastek takowy, niemniéj z licznika, iak z mianownika. Tak pierwiastek sześcienny ułamka $\frac{27}{64}$ jest $\frac{3}{4}$: ponieważ pierwiastkiem sześciennym 27u są 3, a 64ech, są 4.

149. Lecz jeżeli sam tylko będzie mianownik doskonałym sześcianem; w tym razie trzeba wyciągnąć z licznika, przybliżony pierwiastek sześcienny, i takowemu pierwiastkowi, pierwiastek sześcienny mianownika, dać za mianownika.

Chcąc mieć np. pierwiastek sześcienny ułamka $\frac{1}{11}$; ponieważ licznik nie jest doskonałym sześcianem; wyciągam z niego przybliżony pierwiastek

sześcienny, i mam 5,22, to jest zbliżony o jedną setną; i podobnież z mianownika 343, wyciągnąwszy pierwiastek sześcienny, który jest 7 mam ułamek $\frac{5,22}{7}$, to jest przybliżony pierwiastek ułamka $\frac{1}{49}$; albo obróciwszy na dziesiętne (92) 0,74, pierwiastek przybliżony na $\frac{1}{100}$.

150. Jeżeli mianownik nie jest doskonałym sześciannym, natenczas oba wyrazy ułamka, trzeba rozmnóżć przez kwadrat mianownika; tym sposobem, nowy mianownik stawszy się sześciannym, będzie sobie można postąpić podług wyżej wzmiankowanego przepisanja.

Np. gdybym chciał z ułamka $\frac{3}{49}$ wyciągnąć sześcienny pierwiastek; mnożę licznika i mianownika przez 49, to jest przez kwadrat mianownika 74, mam $\frac{147}{74}$, które mają też samą wartość, co $\frac{3}{49}$. Pierwiastek tedy sześcienny ułamka $\frac{147}{74}$, będzie $\frac{5,22}{7}$; albo na dziesiętne obróciwszy, mam 0,75 na pierwiastek sześcienny ułamka $\frac{1}{49}$, przybliżony o jedną setną.

Gdyby całkowitki z uławkami złączone były, trzebaby w ułamek wszystko przemienić, i potem z takowego ułamka sześcienny pierwiastek wyciągnąć (148 i dalej).

Można także, czy się całkowitki znajdują, czy nie, ułamek obrócić na dziesiętne; lecz potrzeba pamiętać o tém, żeby przemiana takowa, trzy razy tyle dzie-

fiatnych miała, ile ich chcę mieć w pierwiaſtku.

Tak, gdybym ſzukał pierwiaſtka ſześciennego. liczby $7\frac{3}{11}$, zbliżonego o jedną tyſięczną; ulamek $\frac{3}{11}$ przemieniam w 0,272727272; tak dalece że chcąc mieć pierwiaſtek ſześcienny z liczby $7\frac{3}{11}$, trzeba mi go wyciągnąć z liczby 7,272727272, który mi wypadnie 1,937.

151. Chcąc wyciągnąć pierwiaſtek ſześcienny z liczby zawieraiący w ſobie dzieſiątne; trzeba na końcu iey dodać zerów liczbę doſtarczaiącą, tak żeby liczba dzieſiątnych, była 3, albo 6, albo 9, i. t. d. a natenczas pierwiaſtek ſześcienny wyciąga ſię, iak gdyby kryſki niebyło; po odprawioném zaś działaniu, po prawey ręce pierwiaſtka, oddziela ſię kryſką trzecią część cyfer, ile ich ſię w zaſtaney liczbie znaydowało; tak, że gdyby w pierwiaſtku niewyſtarczało, do takowego oddziału cyfer, trzeba to nadgrodzić zerami, po lewey ręce pierwiaſtka przydanými.

Tak, mając wyciągnąć pierwiaſtek ſześcienny, z liczby 6,54, o jedną tyſięczną przybliżony; dodaję 7 zerów, i z liczby 654000000, wyciągam pierwiaſtek ſześcienny, który będzie 1870; oddzielał w nim 3 cyfry, ponieważ w ſześciannie, 9 dzieſiątnych znayduie ſię. i mam 1,870 albo proſto 1,87; to ieſt pierwiaſtek ſześcienny, z liczby

6.54. Podobnymże sposobem liczby 0,0052 znaydę pierwiastek sześcienny 0,1732 o iednę dziesiętyfiaczną przybliżony.

*O Stósfunkach, Proporcjach, Progressyach, i o niektórych regułach gruntu-
iących się na nich.*

152. To słowo *stósfunek* (ratio) w Matematyce znaczy, *wypadek wynikający z przystósowania do siebie dwóch ilościów.*

153. Jeżeli w przystósowaniu dwóch ilościów, celem naszym iest wiedzieć, o wiele iedna drugą przewyższa, albo iest przewyższona, wypadek takowego przystósowania, który iest różnicą dwóch ilościów, nazywa się *stósfunek Arytmetyczny.*

Tak, jeżeli stósfuję 15 do 8u chcąc dóysdź różnicy 7; liczba 7, która iest wypadkiem przystósowania, iest stósfunkiem arytmetycznym 15stu do 8iu.

Chcąc wyrazić że tym sposobem stósfuiemy iedną ilość do drugiey, iedna od drugiey, punktem odłączając się zwykła; tak 15. 8. znaczy, że uważamy stósfunek arytmetyczny 15stu do 8iu.

154. Jeżeli w przystósowaniu dwóch ilościów, uważamy wiele razy iedna drugą w sobie mieści, albo w niey iest umieszczona, wypadek z takowego przystósowania,

wania, nazywa się *stosunek Geometryczny*.

Np. gdy stósuję 12 do 3, uważając wiele razy 12, mieści w sobie 3, liczba 4, wyrażająca liczbę takowych razy, jest stósunkiem Geometrycznym 12^u do 3^{ech}.

Chcąc wyrazić w tym rozumieniu wzięte przystósowanie, dwóch ilościow; iedna od drugiey, dwiema kropkami oddzielać się zwykła.

Wyrażenie to, 12 : 3; znaczy, że uważam stósunek Geometryczny 12^{stu} do 3^{ech}.

155. Z dwóch ilościow, które do siebie są przystósowane, ta, co się wymawia albo pisze naypiérwéy, zowie się *poprzednik* (antecedens), druga zaś nazywa się *następnik* (consequens).

Tak, w stósunku 12 : 3; 12 jest poprzednik, a 3 następnik, oba nazywają się *wyrazami stósunku* (termini rationis).

156. Zeby mieć stósunek arytmetyczny dwóch ilościow; nie trzeba, tylko odciągnąć mnieyszą od większey.

157. Zeby mieć stósunek Geometryczny dwóch ilościow; trzeba rozdzielić iedną przez drugą.

158. Wartość stósunku takowego, odtąd wynaydować będziemy, dzieląc poprzed-

przédnika przez następника. Tak stófunek $12:3$, iest 4; a stófunek $3:12$, iest $\frac{3}{12}$ albo $\frac{1}{4}$.

159. Stófunek arytmetyczny nieodmiénia wartości, kiedy do obu wyrazów dodaie się, albo od obu, odéymuie się iednakowa ilość; ponieważ różnica między niemi (na któręý stófunek zawisł) zostaiie nieodmiénna.

160. Stófunek Jeometryczny, nieodmiénia takżę wartości swoiéý, kiedy oba wyrazy przez iednęż liczbę rozmnażaią się, albo rozdzielaią. Bo ponieważ stófunek Jeometryczny (157), zawisł na wielorazie z rozdzielonego poprzednika przez następnika; stófunek takowy iest ilością ułamkową, która przez rozmnożenie lub rozdzielenie obu wyrazów swoich przez tęż samę liczbę, odmienić wartości swoiéý niemoże.

Tak, stófunek $3:12$, iest ten sam co $6:24$ pochodzący z rozmnożenia obu wyrazów przez 2; albo $1:4$. wynikaiący z rozdzielenia przez 3.

161. Ta własność, służy do prościęszego wyrażenia proporcýi, między ilościami.

Tak, gdybym miał uważać stófunek długości dwóch armat, z których jedna jest długa $3\frac{1}{2}$, druga $4\frac{1}{2}$; obróciwszy wszystko na ułamek, mówię że stófunek ten, jest tenże sam, co $\frac{1}{2}$ do $\frac{1}{2}$, albo (przywiódłszy ułamki do wspólnego mianownika), tenże sam co $\frac{4}{8}$ do $\frac{6}{8}$, albo naostatek mianownika odrzuciwszy, (co na jedno wychodzi, jak gdybym oba wyrazy stófunku przez 12 rozmnożył), jest tenże sam co 44 do 57.

162. Gdy cztery ilości są takie, że stófunek dwóch pierwszych jest tenże sam, co dwóch ostatnich; w ten czas mówi się że te cztery ilości czynią *proporcją*; i ta proporcya, będzie arytmetyczna, albo jeometryczna, jeżeli stófunek między niemi, będzie arytmetyczny, albo jeometryczny.

Cztery ilości następujące, 7, 9, 12, 14, czynią proporcją arytmetyczną; bo różnica dwóch pierwszych jest też sama, co dwóch ostatnich.

Zeby to wyrazić, że cztery ilości są w proporcji arytmetycznéy: pisać się tak zwykły 7.9:12.14. to jest, dwa wyrazy każdego stófunku jedną kropką, a dwa stófunki dwiema kropkami oddzielać się. Kropka, oddzielająca dwa wyrazy każdego stófunku, znaczy: *ma się do*, a dwie kropki oddzielające dwa stófunki, znaczą, *iak*; dla tego chcąc wymówić proporcją wyżej napisaną, mówi się 7, *ma się do*

do 9, iak 12 ma się do 14; co ieszcze skrócić można tym sposobem; 7 jest do 9 iak 12 do 14.

Cztery następujące ilości, czynią proporcją jeometryczną 3, 15, 4, 20, ponieważ 3 zawiera się tyle razy w 15, ile 4 we 20.

Chcąc naznaczyć że takowe ilości są w proporcji jeometrycznéy, następującym sposobem pisać się zwykły 3:15::4:20; to jest, dwa wyrazy każdego stosunku dwiema kropkami, a dwa stosunki czterema kropkami, oddzielają się. Dwie kropki znaczą *ma się do*, a cztery kropki znaczą *iak*; tym sposobem mówi się 3 *ma się do* 15, *iak* 4 *do* 20.

Trzeba tylko uważać, że w proporcji arytmetycznéy, przed słowem *iak* dodaie się słowo *arytmetycznie*.

163. Pierwszy i ostatni wyraz proporcji, nazywają się *skrayne* (extrema), drugi zaś i trzeci zowią się *średnie*, (media).

Jako w proporcji znajdują się dwa stosunki, a zatem dwa poprzedniki, i dwa następniki; tak w pierwszym stosunku mówi się, *pierwszy poprzednik*, *pierwszy następnik*; w drugim, *drugi poprzednik*, *drugi następnik*.

164. Gdy w proporcji dwa wyrazy *średnie*, są równe; w ten czas nazywa-

wa się *proporcya ciągła* (proportio continua).

3. 7 : 7. 11. czynią proporcją ciągłą arytmetyczną; pisze się tak — 3. 7. 11; dwie kropki, i liniika między niemi przegradzająca, znaczą, że w wymawianiu, wyraz 7, dwa razy wymówić trzeba.

Proporcya 5 : 20 :: 20 : 80 jest proporcya ciągła jeometryczna, która dla skrócenia pisać się zwykła — 5 : 20 : 80; użycie czterech kropek, i liniiki ich przegradzającej, jest toż samo, iak w proporcji ciągłej arytmetycznej, było użycie dwóch kropek.

165. Stąd cośmy do piero powiedzieli, o proporcjach arytmetycznych i jeometrycznych, winika.

166. Ze w proporcji arytmetycznej, dodawszy do każdego poprzednika, albo (gdy poprzednik będzie większy od następnika), odjąwszy od niego różnicę, w téj proporcji panującą; każdy poprzednik, stanie się swemu następnikowi równy: to albowiem, nie jest co innego, tylko dodać mniejszemu każdego stosunku wyrazowi, co mu brakuje, do wyrównania swemu pobocznikowi; albo odjąć od większego to, czém swego pobocznika przewyższa.

Tak w proporcji 3. 7 : 8. 12, dodawszy różnicę 4 do pierwszego, i do trzeciego wyrazu, będzie 7. 7 : 12. 12; powszechność téj prawdy łatwo pojąć się daie,

2re. Jeżeli w proporcji geometrycznej, każdy następnik rozmnoży się przez stółunek; wszystkie następniki staną się równymi swoim poprzednikom; albowiem mnożyć następnika przez stółunek, jest to brać go tyle razy, ile razy zawiera się w swoim poprzedniku.

Tak w proporcji $12:3::20:5$, rozmnożywszy 3 i 5, każde przez 4, będzie $12:12::20:20$; podobnież w proporcji $15:9::45:27$: rozmnożywszy 9 i 27, każde przez $\frac{1}{9}$, albo $\frac{1}{27}$, które są stółunkiem, będzie $15:15::45:45$.

Własności proporcji Arytmetycznych.

166. Własność fundamentalna proporcji Arytmetycznych jest, że *Summa skrajnych, jest równa summie średnich.*

Np. w proporcji $3.7:8.12$. summa skrajnych 3 i 12. iako też średnich, 7, i 8. zarówno wynosi 15.

O powszechności téj własności, można się przekonać następującym sposobem.

Gdyby dwa pierwsze wyrazy między sobą, i dwa ostatnie także między sobą były równymi, iak w niżej położonej proporcji.

$$7. 7: 12. 12.$$

rzecz oczywista, że summa skrajnych, była

byłaby równą summie średnich

Każda zaś proporcya arytmetyczna, do tego stanu być może przyprowadzona (165), dodając każdemu poprzednikowi, albo odéymując od niego śródunek w proporcji panującej. Dodanie takowe, równie sumę skrajnych, iak średnich pomnażające, w równości dwóch summ nie odmienić niemoże; a zatem jeżeli przez takowe dodanie, staia się równemi, toć były i przed dodaniem równemi. Toż samo powiedzieć można o odéymowaniu.

167. Ponieważ w proporcji ciągłej, dwa średnie wyrazy są sobie równe, idzie zatem, cośmy dopiero wywiedli, że w téjże samej proporcji, summa skrajnych jest podwójna, czyli, dwa razy tak wielka, iak wyraz średni, albo że wyraz średni, jest połową summy wyrazów skrajnych.

Tak, chcąc mieć środek arytmetyczny np. między 7 i 15; dodaję 7 do 15, i biorąc summy 22, połowę, mam wyraz średni 11. albo proporcją
 $\frac{7}{11} = \frac{11}{15}$.

Własności proporcjiów Jeometrycznych.

168. Własność fundamentalna proporcji Jeometrycznej, jest, że *mnożość skrajnych*

nych, jest równa mnogości średnich; np. w następującej proporcji $3:15::7:35$; mnożąc z 35 przez 3 i z 15 przez 7, czynią zarówno 105.

Ze ta własność ma miejsce we wszystkich proporcjach, można się o tém przekonać, z niżej położonych dowodów.

Gdyby poprzedniki były równe następnikom swoim, iak w téj proporcji $3:3::7:7$.

rzecz oczywista, że mnogość skrajnych byłaby równa mnogości średnich.

Lecz do tego stanu można zawsze każdą proporcją przyprowadzić (165), mnożąc dwa następniki przez stósunek; to rozmnożenie uczyni wprawdzie, że mnogość skrajnych, będzie pewną liczbę razy większą, iakby inaczej była, albo pewną liczbę razy mniejszą, jeżeli stósunek jest ułamkiem; lecz i w średnich toż samo robi: zatem, ponieważ po takim rozmnożeniu, mnogość skrajnych jest równa mnogości średnich, więc te mnogości musiały być sobie równe, bez tego rozmnożenia.

Można więc, mnogość skrajnych, wziąć za mnogość średnich, i odwrotnie.

Wnieśmy stąd, że w proporcji ciągłej,
mno-

mnogość skrajnych, jest równa kwadratowi wyrazu średniego; że zatem wyraz średni można wynaléśdź, wyciągnąwszy pierwiastek kwadratowy, z mnogości skrajnych.

Tak, chcąc mieć szrodek proporcjonalny geometryczny między 4 i 9; mnożę 4, przez 9, i pierwiastek kwadratowy 6, z mnogości 36, jest żądanym szrodkiem proporcjonalnym.

169. Zatem, mając wiadome trzy pierwsze wyrazy proporcji, gdyby trzeba było wynaléśdź czwarty; *należy rozmnożyć drugi wyraz przez trzeci, a mnogość rozdzielić przez pierwszy; mnogość albo wiém z drugiego przez trzeci, jest równa (168), mnogości z pierwszego przez czwarty; więc rzecz pewna, że mając tę ostatnią mnogość, i rozdzieliwszy ją przez pierwszy wyraz, wypaśdź powinien czwarty (67); więc podobnież znaléśdź można tenże czwarty wyraz, dzieląc przez pierwszy, mnogość wynikającą z rozmnożenia drugiego, przez trzeci wyraz.*

Tak, gdybym potrzebował czwartego wyrazu proporcji, w którejby trzy pierwsze były następujące, $3:8::12$; mnożę 8 przez 12, i mnogość 96, rozdzielam przez 3. Wieloraz 32, jest żądanym czwartym wyrazem; tak, że 3, 8, 12, 32, składają proporcją: w rzeczy samej pierwszym stó-

funkciem są $\frac{1}{8}$; a drugim $\frac{1}{16}$, którego oba wyrazy rozdzieliwszy przez 4 (81), będzie także $\frac{1}{8}$.

Przez temu podobne rozumowanie, pojąć się daie, że mając trzy wyrazy wiadome, można zawsze wynaléśdź czwarty. Jeżeli wyraz którego szuka się, jest ieden z skrajnych, trzeba rozmnożyć dwa śrzednie, a przez wiadomy skrajny, rozdzielić takową mnogość; jeżeli zaś przeciwnie szuka się wyrazu śrzedniego, trzeba rozmnożyć dwa skrajne, a mnogość rozdzielić przez wiadomy śrzedni wyraz.

170. Ta równość między mnogościami skrajnych i śrzednich, niemoże mieć miéysca, tylko w czterech ilościach proporcji jeometrycznéy. W rzeczy saméy gdyby były dane cztery ilości, niebędące między sobą w proporcji jeometrycznéy; mnożąc następniki, przez stósunek dwóch ilościów pierwszych, pierwszy tylko poprzednik, stałby się równy swemu następnikowi; np. niechay będzie, 3, 12, 5, 10, mnożąc następniki 12 i 10, przez stósunek $\frac{1}{4}$, dwóch pierwszych wyrazów 3 i 12, wypadnie 3, 3, 5, $\frac{10}{4}$; w których, rzecz oczywista, że mnogość skrajnych, niemoże być równa mnogości śrzednich; a zatem te mnogości, niemogły między sobą być równe, i

Tom. I. K przed

przed rozmnożeniem następników przez stółsunek $\frac{1}{4}$.

Jaśnie widać, że to rozumowanie, w każdym razie użyć się daie.

Zatém, jeżeli cztery ilości są takie, że mnogość skrajnych, jest równa mnogości średnich, te cztery ilości są między sobą w proporcji.

171. Jeżeli cztery ilości są między sobą w proporcji, zostaną jeszcze w tejże proporcji, choćby skrajne były przedstawione na miejsce średnich, a średnie na miejsce skrajnych.

172. Toż samo także jeszcze będzie, to jest, że proporcja zachowana zostanie, choćby miejsca skrajnych, albo miejsc średnich były przemienione.

Jakoż łatwo zobaczyć można, że w przypadkach dopiero wymienionych, mnogość skrajnych zawsze będzie równa mnogości średnich.

Tak, z jednej proporcji $3:8::12:32$ można złożyć wszystkie następujące proporcje, przez samo przedstawienie ich wyrazów.

$$3:8::12:32.$$

$$3:12::8:32$$

$$32:12::8:3$$

$$32:8::12:3.$$

$$8:3::32:12.$$

$$8:32::3:12$$

$$12:3::32:8$$

$$12:32::3:8.$$

Toż

Toż samo rozumie się, o każdéy innéy proporcyi.

173. Ponieważ trzeci wyraz na miéysce drugiego przedstawić można, i odwrotnie; należy stąd wnieść że bez zniesienia proporcyi, można rozmnożyć lub rozdzielić przez też samę liczbę, dwa poprzedniki; i że toż samo rozumieć się ma o następnikach. Bo tę przemianę czyniąc, dwa poprzedniki proporcyi zadanéy, składałyby pierwszy stosunek, a dwa następniki, drugi. A w tym razie, rzecz oczywista, że to jest rozdzielić dwa wyrazy stosunku, każdy przez też samę liczbę; co podług (160) nieodmienia stosunku.

174. Wszelka odmiana uczyniona w proporcyi, tak żeby summa poprzednika i następnika, albo ich różnica, była przy stosowana do poprzednika, albo do następnika iednakowo w każdym stosunku, zawsze składać będzie proporcya.

Niech będzie dana proporcya np.

$$12:3::32:8.$$

Można z niéy wnieść proporcye następujące.

12 więcéy 3:3::32 więcéy 8:8.

albo 12 mniej 3:3::32 mniej 8:8.

albo 12 więcéy 3:12::32 więcéy 8:32.

albo 12 mniej 3:12::32 mniej 8:32.

Ponieważ, jeżeli do następnika stosuje, łatwo jest widzieć że poprzednik zwięk-

szony, albo zmniéyszony następnikiem, mieścić będzie w sobie tego następnika raz więcéy, albo raz mniéy iak pierwey; a iako to przystósowanie, czyni się tymże sposobem i w drugim stółunku, który z natury proporcyi jest równy pierwłszemu, idzie zatém koniecznie, że dwa nowe stółunki, muszą także byđź równe między sobą.

Jeżeli do poprzednika czyni się przystósowanie, toż samo rozumowanie, ieszcze użyć się daie; wystawuiąc sobie w proporcyi, z którą się takowa odmiana czyni, że poprzednik każdego stółunku, jest przedstawiony na mieysce następnika, i odwrotnie następnik, na mieysce poprzednika; co uczynić wolno (171).

175. Ponieważ przedstawiając trzeci wyraz proporcyi, na mieysce drugiego, i odwrotnie; proporcya ieszcze utrzymuje się (172), trzeba stąd wnieść, że dwa poprzedniki, mieszczą się ieden w drugim tyle razy, ile razy następniki w sobie zawierają się.

A zatém *summa* dwóch poprzedników każdej proporcyi, zawiera w sobie *summę* dwóch następników, albo w niéy jest zawarta, tyle razy, ile ieden z poprze-

dników, zawiera w sobie swego następnika, albo w nim jest zawarty.

Np. w tęg proporcji

$$12:3::32:8$$

12 więcéy 32:3 więcéy 8::32:8. co oczywista.

Lecz żeby się w powszechności o tém przekonać, zważyć tylko należy, że jeżeli pierwszy poprzednik, zawiera w sobie drugiego *np.* 4 razy, summa dwóch poprzedników, zawierać w sobie będzie drugiego pięć razy; i z tęgże samég przychyny, summa dwóch następników, mieści także w sobie będzie drugiego pięć razy; a zatém summa dwóch poprzedników, zawierać w sobie będzie summę następników, iak pięćorakość iednego poprzednika, mieści w sobie pięćorakość swego następnika, to jest (160), iak ieden poprzednik, mieści w sobie swego następnika.

Stąd podobnież dowieśdźby można, że różnica poprzedników, tak się ma do różnicy następników, iak się ma poprzednik do swego następnika.

176. Rzecz oczywista, że dopiero wywiedzione *podanie* (propositio), na to wychodzi; gdyby zadane były dwa równe stosunki.

Np.	-	-	-	4:12.
i	-	-	-	7:21.
				11:33.

Tenże sam stófunek ieszcze wypadnie, dodawszy poprzednika do poprzednika, i następnika do następnika.

A zatem, jeżeli wiele równych stófunków znajduie się, summa wszystkich poprzedników, tak się ma do summy wszystkich następników, iak się ma ieden poprzednik, do swego następnika.

Np. gdyby były dane stófunki równe 4:12::7:21::2:6; powiedzieć można że 4, więcej 7, więcej 2, są do 12, więcej 21, więcej 6, iak iest 4 do 12, albo iak iest 7 do 21.

Albowiem, dodawszy z sobą poprzedniki dwóch pierwszych stófunków, i ich następniki podobnie; nowy stófunek, który, podług tego co okazało się dopiero wyżej, będzie ten sam, co każdy z dwóch pierwszych, będzie także ten sam, co trzeci; a zatem można go dodać z tym trzecim, a stófunek ieszcze wypadnie równy; i tak daley.

177. Stófunek składany (ratio composita) nazywa się ten, co powstaie z dwóch, albo z większey liczby stófunków, których poprzedniki między sobą, i następniki także między sobą, rozmnażaią się.

Np. mając stófunki 12:4 i 25:5; mnogość z poprzedników będzie 300, a z następników 20; stó-

funek 300 do 20 jest, który nazywa się *stófun-
kiem składanym z stófunków 12 do 4 i 25 do 5*.

178. Stófunek takowy, jest tenże sam, iak gdyby był wzięty z osobna każdy stófunek składający, i gdyby liczby, wyrażające takowe stófunki, były rozmnożone przez siebie. Jakóż stófunek 12u do 4ech jest 3; stófunek 25ciu do 5u, jest 5; przeto 3 razy 5, czynią 15, które téż są stófunkiem 300et do 20u; można widzieć, że się to bierze w powszechności, uważając iż stófunek mierzy się (157) przez ułamek, który ma poprzednika za licznika, a następnika za mianownika; więc stófunek składany, powinien być dź ułamekiem, mającym za licznika mnogość z dwóch poprzedników, a za mianownika mnogość z dwóch następników; a zatem mnogości z dwóch ułamków, wyrażają stófunki składane (97).

179. Jeżeli stófunki, które mnożą się są równe; stófunek składany natenczas nazywa się *stófunkiem dwumnożnym*, kiedy tylko dwa stófunki były rozmnożone; *stófunek tróymnożny* jest, jeżeli trzy stófunki były mnożone; i. t. d. (ratio dupla, tripla &c).

180. Jeżeli są dwie proporcye zadane, i są rozmnożone porządnie, to jest, pier-
K 4 wszy

wszystki wyraż iednëy, przez piërwszy wyraż drugiëy; drugi przez drugi, i tak dalëy; cztery mnogości z takowego rozmnożenia wynikające, będą między sobą w proporcyi.

Bo tym sposobem mnożąc dwie proporcye, iest to mnożyć dwa stófunki równe; a zatëm dwa stófunki złożone, z nich powstaiace, powinny byđź równe, a przeto i cztery mnogości wynikające, muszã byđź w proporcyi.

181. Wnieśmy stąd, że kwadraty, sześciany, i wszystkie w powszechności stopnie tym podobne, czterech ilościów proporcjonalnych, będą także między sobą w proporcyi; albowiëm, żeby podnieść iaką proporcya do takowych stopniów, nie trzeba tylką iã rozmnożyć samę przez się pewną liczbę razy.

182. Pierwiaſtki kwadratowe, sześciënne, i wszystkie w powszechności tym podobne, czterech ilościów proporcjonalnych, są między sobą podobnież w proporcyi; albowiëm stófunek pierwiaſtków kwadratowych, dwóch piërwszych wyrazów, nie iest co inſzego, tylko pierwiaſtek kwadratowy stófunku tychże wyrazów (157 i 135); toż samo powiedzieć można, i o stófunku pierwiaſtków kwadratowych,
dwóch

dwóch ostatnich wyrazów: zatem, ponieważ dwa stółunki początkowe, rozumieją się być równe, ich pierwiastki kwadratowe są także równe; a przeto stółunek pierwiastków kwadratowych, dwóch pierwszych wyrazów, będzie równy stółunkowi pierwiastków kwadratowych, dwóch ostatnich wyrazów. Tymże samym sposobem możnaby dowieść téj prawdy, względem pierwiastków sześciennych, czwartych, piątych, i t. d.

Użycie Podaj poprzędzających.

183. Podania dopiero dowiedzione, i które nazywają się *Regułami proporcji*, we wszystkie części Matematyki ustawicznie wpływają. W tém miejscu przedstawiamy na tych, co do Arytmetyki należą, i pocniemy od téj, która wynika stąd, co się powiedziało (169), i która jest fundamentem prawie wszystkich innych.

O Regule Trzech, prostéj i nieskładanéj.

184. Reguły *Trzech* różne naznaczają się gatunki: wszystkich jest célém, wynaléść jeden wyráz proporcji, w której trzy wyrazy będą wiadome.

Reguła Trzech nazwana *prosta i nieskładana* (Regula trium directa simplex) zowie się *nieskładana*, ponieważ wyrażenie pytania, do którego używana bywa, nigdy więcę nad cztery ilości w sobie niezawiera; z których trzy są wiadome, a czwartę potrzeba szukać.

Nazywa się *prosta*; ponieważ spomiedzy czterech ilościów, które w niej uważają się, zawsze znajdują się dwie, co nietylko do drugich dwóch należą, ale tym sposobem od nich zawisły, że ile razy jedna z ilościów, drugą w sobie zawiera, albo w niej jest zawarta, tyle razy ilość z pierwszą ilością związek mająca, zawiera w sobie ilość należącą do drugiej, albo w niej jest zawarta; to jest króćcy powiedziawszy, że ilość i należąca do niej, mogą być zawsze obie, albo poprzednikami albo następnikami w proporcji. W takowym razie dwie ilości główne, nazywają się *prosto proporcjonalne* ilościom do nich należącym.

P R Z Y K Ł A D I.

40 robotników w pewnym czasie, wygotowali
268 sążni roboty; pytam się 60 robotników w tymże czasie wiele wygotować powinni?

Rzecz oczywista, że liczba sążniów, w proporcji robotników powinna się pomnożyć; tak dalece, że jeżeli liczba robotników, będzie podwójna, potrójna, poczwórna, i. t. d. liczba sążniów
po-

powinna być także podwójna, potrójna, poczwórna, i. t. d. zatem widzieć daie się, że szukana liczba sążniów, powinna zawierać w sobie 268, tyle razy, ile liczba 60, należąca do pierwszej, zawiera w sobie liczbę 40, należąca do drugiej; trzeba więc szukać czwartego wyrazu proporcji, któraby przez te trzy poczynala się.

$$40; 60 :: 268:$$

albo rozdzieliwszy pierwsze dwa wyrazy przez 20, co uczynić wolno (160)

$$2:3 :: 268:$$

Tak podług danego przepisu (169), mnożę 268 przez 3, a mnogość 804, dzielę przez 2, co mi daie wieloraz 402 *fq*; a zatem 60 robotników wygotować powinni roboty 402 *fq*.

P R Z Y K Ł A D II.

Wyprawa Artyleryi, w 6 dniach, 34 mile uszła, pytam się, do odbycia 255 mil, w tychże okolicznościach, wiele by iej czasu potrzeba?

Rzecz oczywista, że w proporcji liczby mil, więcej czasu potrzeba, a zatem liczba dni szukana, powinna zawierać w sobie 6 dni, tyle razy, ile 255 mil, zawierają w sobie mil 34: trzeba więc szukać czwartego wyrazu proporcji, któraby przez te trzy zaczynała się 34:255::6.

Rozmnożywszy 255 przez 6, i mnogość 1530 rozdzieliwszy przez 34, mieć będę 45 dni.

P R Z Y K Ł A D III.

Za 52 *f*. 4 *fl*. 5 *cal*. roboty, zapłacono iest 168 *zł*. 9 *gr*. 2 *sz*. pytam się wielebny zapłacić należało za 77 *f*. 1 *fl*. 8 *c*. ?

Cena 77 *f*. 1 *fl*. 8 *cal*. powinna w sobie zawierać cenę 168 *zł*. 9 *gr*. 2 *sz*. zapłaconą za roboty 52 *f*. 4 *fl*. 5 *c*. tyle razy, ile 77 *f*. 1 *fl*. 8 *c*. zawiera

raią

raią w sobie 52 f. 4 ft. 5 c. Trzeba więc szukać czwartego wyrazu proporcji, któraby tak zaczęła się

52 f. 4 ft. 5 c. : 77 f. 1 ft. 8 c. :: 168 złt. 9 g. 2 sz.
to jest, trzeba rozmnożyć 168 złt. 9 g. 2 sz. przez 77 f. 1 ft. 8 c. a mnogość rozdzielić przez 52 f. 4 ft. 5 c. co uczynić można podług przepisów (116 i 122).

Lecz łatwiej ięszcze będzie, pierwsze dwa wyrazy obrócić na najmniejszy gatunek, to jest na cale, po czem, szukać tylko będzie potrzeba czwartego wyrazu proporcji, któraby poczyniała się od tych trzech.

3797 : 5564 :: 168 złt. 9 g. 2 sz.

natenczas mnożąc 168 złt. 9 g. 2 sz. przez 5564 mieć będę 936792 złt. 4 gr; a rozdzieliwszy tę mnogość przez 3797, wieloraz 246 złt. 21 gr 1 sz. ~~3797~~ będzie summą, którą, za roboty 77 f. 1 ft. 8 c. należałoby zapłacić.

Gdyby po obróceniu dwóch wyrazów iednego gatunku, na najmniejsze iedności, znajdowały się ułamki, iak w tym przykładzie, stósunek tych dwóch wyrazów można do prościeyszego wyrażenia przy- prowadzić, podług przepisu (161).

O Regule Trzech odwrotnéy, nieskładanéy.

185. Reguła trzech odwrotna nieskładana (inversa simplex): różni się od reguły trzech prostéy, o któręy mówiliśmy, w tém, że w regule odwrotnéy, iedna z czterech ilościów, które wchodzą w wyrażenie zadania, tak zawiera w sobie drugą tegoż gatunku, iak odwrotnie ilość nale-

należąca do pierwszey, iest zawarta w téy, co należy do drugiéy; to iest, że gdy po rozważeniu zagadnienia, tym czterém ilościom będzie dany przyzwoity porządek do złożenia proporcyi, iedna z tych dwóch głównych ilościów i do niéy należąca, dadzą skrajne, a druga ilość główna, i do niéy należąca, dadzą średnie wyrazy proporcyi. W takowym razie mówi się, że dwie główne ilości, są *odwrotnie proporcjonalne*, ilościom do siebie należącym.

Wreszcie, to nieczyni żadnéy różnicy w sposobie działania; zawsze czwartego wyrazu potrzeba szukać, albo przynajmniej zawsze do tego działania, rzecz można naprowadzić.

Niektórzy Rachmistrze podają regułę gruntuiącą się na wymówieniu zagadnienia, lecz my niepòydzimy za ich przykładem; natura zagadnienia, a nie wymówienie (które bydz może częstokroć błędne) powinna go rozwiązować.

PRZYKŁAD I

30 Ludzi, pewną robotę w 25 dniach wygotowali, pytam się wieleby potrzeba ludzi, do wygotowania w 10 dniach téż roboty? Rzecz wiadoczna, że w drugim razie, tém więcéy ludzi potrzeba, im iest liczba dni mnieysza; a zatem li-

czba

liczba ludzi szukana, powinna zawierać w sobie liczbę 30 ludzi, tyle razy, ile liczba 25 dni im opowiadająca, zawiera w sobie liczbę 10 dni, tym opowiadającą. Nieidzie tu więc rzecz, tylko o wynalezienie czwartego wyrazu proporcji, poczynającą się od tych trzech.

$$10 \text{ d.} : 25 \text{ d.} :: 30 \text{ lu.}$$

to jest, trzeba rozmnożyć 30 przez 25 a mnożość 750, rozdzielić przez 10, co uczyni 75 ludzi.

P R Z Y K Ł A D II.

Stopa Londyńska ma się do stopy Francuskiej :: 15:16. pytam się wiele uczynią stóp Francuskich, Londyńskich stóp 720.

Rzecz oczywista, że chcąc wymierzyć długość zadaną, mniey potrzeba stóp Francuskich iak stóp Londyńskich, w tymże stosunku, w jakim jest pierwsza miara, odwrotnie większa od drugiej; tak, że rozwiązując zagadnienie, idzie, o wynalezienie czwartego wyrazu proporcji, któraby od tych trzech poczynala się.

$$16:15::720:$$

Rozmnożywszy więc 720 przez 15, a mnogość rozdzieliwszy przez 16, mieć będę 675, to jest liczbę stóp Francuskich, które wyrównywiają 720 stópom Londyńskim.

P R Z Y K Ł A D III.

Pewny konwój, w 18 dniach, idąc 5 godzin na dzień, może odprawić pewną naznaczoną drogę; lecz potrzeba wyciąga, zeby stanął na miejscu w 12 dniach, odpoczynki odciągawszy, pytam się wiele godzin ma czynić na dzień?

Rzecz oczywista, że każdego dnia, powinien uysdz o tyle więcej nad 5 godzin, ile liczba na-

znaczona 12 dni, jest odwrotnie mniejsza od liczby 18 dni, którychby był użył, gdyby podróż niebyła przyspieszona. Tak więc, natura zagadnienia pokazuje, że trzeba wynaleźć czwarty wyraz proporcji poczynaiący się od trzech następujących.

$$12:18::5:$$

Rozmnożywszy tedy 18 przez 5, i mnogość rozdzieliwszy przez 12, mam $7\frac{1}{2}$ to jest liczbę godzin, codziennę podróż, tego konwoiu.

O Regule Trzech składanęj.

186. W dwóch regułach trzech, któreśmy opisali, ilość szukana, i ilość tegoż gatunku, w wyrażenie zagadnienia wchodząca, mają między sobą stosunek nieskładany, i wymierzony przez stosunek dwóch innych ilościów, podobnie wchodzących w wyrażenie zagadnienia.

W regule trzech składanęj, stosunek ilości szukanęj, do ilości tegoż gatunku, która wchodzi w wyrażenie zagadnienia nie jest dany przez ieden tylko prosty stosunek, dwóch innych ilościów, ale przez wiele prostych stosunków, które (177) po rozważeniu zagadnienia, potrzeba złożyć.

Kiedy zaś takowe stosunki, są złożone, natenczas reguła staie się regułą nieskładaną: lepięj to objaśniać następujące przykłady.

PRZY

30 ludzi, w 18 dniach, wygotowali roboty 132 sążni, pytam się wiele takowej roboty wygotują 54 ludzi w 28 dniach?

Rzecz iasna, że ta robota zawiśła, nietylko od liczby ludzi, ale i od liczby dni.

Zeby na te obie rzeczy, mieć wzgląd przyzwoity, uważać trzeba, że 30 ludzi robiąc przez 18 dni, tyle tylko zrobią, co 18 razy 30 ludzi, to jest co 540 ludzi zrobią przez ieden dzień.

Podobnież 54 ludzi, robiąc przez 28 dni, nie zrobią tylko tyle, co 28 razy 54 ludzi, albo 1512 ludzi, robiąc przez ieden dzień.

Więc to zagadnienie, odmiienia się w następujące: 540 ludzi, zrobili 132 sążnie, pytam się wiele zrobią 1512 ludzi, w tymże samym czasie? to jest, szukać potrzeba czwartego wyrazu proporcji, któraby od tych trzech poczyniała się.

$$540 l : 1512 l : 132 f :$$

Rozmnożywszy 1512 przez 132, a mnogość rozdzieliwszy, przez 540, mam na rozwiązanie zagadnienia 369 f. 3 ft. 7 c. 2 l. $\frac{2}{3}$.

P R Z Y K Ł A D II

Człowiek ieden, idąc 7 godzin na dzień, potrzebował 30 dni, do odbycia mil 230; gdyby 10 godzin szedł na dzień, w równym pośpiechu, pytam się wieleby potrzebował dni do odbycia mil 600?

Gdyby w obu razach, szedł też samę liczbę godzin na dzień, rzecz iasna, żeby tym więcej dni potrzebował, im więcej mil ma do odbycia; lecz ponieważ w drugim razie, większą liczbę godzin, każdego dnia ma do podróży, przeto mu też mniej czasu potrzeba będzie; zatem działanie należy po części do reguły trzech prostych, a po-

a po części do reguły trzech odwrotney.

Można go przywieść do reguły trzech prostey, uważając, że idź przez 30 dni po 7 godzin na dzień, iesto idź 30 razy 7 godzin, albo 210 godzin; a tak to zagadnienie, można przemienić w następujące: Do odbycia 230 mil, potrzeba było 210 godzin, wiele godzin potrzeba będzie do odbycia mil 600? Wynałazłszy liczbę godzin, rozdzieliwszy zagadnienie, rozdzielić ją potrzeba będzie przez 10; wieloraz pokaże dni żądane; człowiek albowiem, o którym mowa, przez 10 godzin dnia, powinien być w drodze.

Trzeba więc szukać czwartego wyrazu proporcji, poczynając się od trzech następujących.

$$230 m : 600 m :: 210 g.$$

Po odprawionem działaniu, czwarty wyraz wypadnie 547 godzin i $\frac{1}{10}$; te rozdzieliwszy przez 10, jako liczbę godzin, przez które ów człek codziennie idzie, będzie 54 dni i $\frac{1}{10}$, albo 54 d. $\frac{1}{10}$.

O Regule Spółki (societatis)

187. Regula *Spółki*, iest tak nazwana dlatego, że służy do podzielenia między kilku spółników, zysku, albo straty, wynikających z ich spółki.

Celem iey, iest rozdzielić zadaną liczbę, na części, mające między sobą stósunki zadane.

Regula tym końcem ułożona, zasadza się na tém cośmy ustanowili (176); objaśniemy ją w następującym przykładzie.

Daymy że trzeba rozdzielić *np.* 120, na trzy części, któreby ten sam stosunek między sobą miały, co liczby, 4, 3, 2. Wyrażenie zadania, daie następujące dwie proporce.

4:3 :: pierwsza część do drugiej

4:2 :: pierwsza część do trzeciej

albo (172) te dwie następujące.

4 jest do pierwszej części :: 3 do drugiej

4 jest do pierwszej części :: 2 do trzeciej.

Tak, że mam te trzy stosunki równe: 4 jest do pierwszej części, :: 3 do drugiej :: 2 do trzeciej.

Zatém widzieliśmy (176), że summa poprzędników kilku stosunków równych, ma się do summy następników, iak ieden podrzędnik do swego następnika; można tu więc powiedzieć, że summa 9, trzech części proporcjonalnych tym, których szukamy, ma się do summy części szukanych 120; iak iedna którakolwiek z trzech części proporcjonalnych, do części odpowiadają.

Reguła więc, zawiśla na tem 10d. *Zadanie* w summe części proporcjonalne zadane; 277. Ułożyć tyle reguł trzech, ile części trzeba wynaleść; gdzie w każdej, pierwszym wyrazem będzie summa zadanych części proporcjonalnych, drugim, liczba do rozdzielenia zadana, a trzecim wyrazem iedna z zadanych części proporcjonalnych: tak, w zadaniu, któreśmy za przykład wzięli, trzeba odprawić działanie, z trzema następującemi regułami.

$$9:120::4:$$

$$9:120::3.$$

$$9:120::2.$$

w których, czwarte wyrazy bydź pokażą się 53 $\frac{1}{3}$, 40, 26 $\frac{2}{3}$; mające stosunek żądany, między sobą, i w rzeczy samej składające liczbę 120.

W re-

Wreszcie łatwo jest domyślić się, iż niekoniecznie trzeba układać tyle reguł trzech, ile jest części do znalezienia zadanych: bez ostatniój o-
bęysdź się można, odiawszy od zadanej liczby, sumę pierwizych części wynalezionych.

P R Z Y K Ł A D II.

Do trzech Fortec, ma bydź rozdana liczba naczynia szalcowego, to jest 4500 rydlów, 2500 motyk minierskich, 4550 kilofów, 820 kilofow gło-
wiastrych, 820 kilofów do skal, 2200 łopat, 2210 no-
żów do chróstu, i 800 siekier. To rozdanie każde-
go gatunku naczynia, ma bydź w proporcyi li-
czby, iak dawniocy te trzy miéysca były opa-
trzone; to jest, pierwsza Forteca miała 6000, dru-
ga 1400, a trzecia 1100; jest pytanie, wiele się
każdemu z tych miéysc, podług wyrażonéy dopie-
ro proporcyi, każdego naczynia dostać powinno?

Proporcya z dawnego opatrzenia.

1a Forteca	-	-	-	6000
2a	-	-	-	1400
3a	-	-	-	1100
				Summa - 8500.

Ponieważ każdy gatunek naczynia, powinien bydź rozdany w proporcyi liczb 6000, 1400, i 1100, więc znależdź można wiele każdemu miéy-
scu, którego gatunku dostanie się, np. motyk;
wyrachówawszy czwarty wyraz, następujących
trzech proporcjów.

$$\begin{aligned} 8500:4500 \text{ albo } 85:45::6000 \\ 85:45::1400 \\ 85:45::1100 \end{aligned}$$

Tymże sposobem postąpić sobie będzie należało,
w wyrachowaniu liczby kilofów, łopat i. t. d. któ-

re, na każde miejsce bydź mają rozdane: po odprawionem działaniu, liczby podziału takowego, wypadną następujące.

Naczynia	Fortece		
	1a	2ga	3cia,
4500 rydlów.	3177	741	582
2500 motyk minierskich	1765	412	323
4550 kiloſów	3212	749	589
820 kiloſów głowiaſt:	579	135	106
820 kiloſſ. do ſkał -	579	135	106
2200 łopat	1553	362	285
2210 nożów do chroſtu	1560	364	286
800 ſiekier - - - -	565	132	103
18400	12990	3030	2380

P R Z Y K Ł A D I I I.

Trzech furmanów mają między ſiebie rozdzielić 1500 złt. Pierwſzy zawiózł pakę o 50 mil, wążącą centt. 20; drugi odwiózł 15 centt. o 75 mil; a trzeci 30 centt. o 60 mil. Pytam ſię co każdemu należy?

Z by to zadanie, do poprzedzaiącej reguły przyſtoſować, trzeba te różne przewozy, przemienić na iedną odległość.

20 centt. o 50 mil zawiezionych, powinny bydź zapłacone, iak 50 razy 20 centt. albo 1000 centt. zawiezione o iedną milę. Podobnież 15 centt. odwiezione o 75 mil, mają bydź zapłacone, iak 75 razy 15 centt. albo 1125 centt. odwiezione o iedną

dnę milę. Naostatek 30 *centt.* odwiezione o 60 mil, powinny. być zapłacone, iak 60 razy, 30 *centt.* albo 1800 *centt.* odwiezione o jedną milę.

Zadanie więc, będzie tóż samo, iak gdyby trzech furmanów równie daleko zawiezli, pierwszy 1000 *centt.* drugi 1125 *centt.* a trzeci 1800 *centt.* Trzeba więc rozdzielić 1500 *złt.* na 3 części proporcjonalne liczbom 1000, 1125, i 1800, szukając czwartego wyrazu proporcjów następujących.

$$\begin{array}{lclclclcl} 8925 : 1500 :: 1000 : 382 \text{ złt. } 4 \text{ gr. } 2 \text{ sz. } & \frac{142}{117} \\ 3925 : 1500 :: 1125 : 429 & 28 & 0 & \frac{42}{117} \\ 3925 : 1500 :: 1800 : 687 & 26 & 2 & \frac{82}{117} \end{array}$$

P R Z Y K Ł A D IV.

Obóz Artyleryczny Woyska, składa się np. z 156 sztuk armat; woysko ma być na 3 części rozdzielone, tym sposobem, żeby moc pierwszej części, była do drugiej :: 5 : 4 a moc pierwszej do trzeciej :: 7 : 3. Rzecz idzie o rozdzielenie Artyleryi, w teyże proporcji.

Ponieważ moc pierwszej części, jest wyrażona przez 5, w pierwszym stósunku, a w drugim przez 7, trzeba ją naprzód do tego stanu przyprowadzić, żeby w jednej liczbie, w obu stósunkach wyrażona być mogła; co się łatwo uczynić daie, dwa wyrazy pierwszego stósunku mnożąc przez 7, a dwa wyrazy drugiego, przez 5, co nieodmienia stósunków. Natenczas mocności, pierwszej, drugiej, i trzeciej części woyska, będą między sobą proporcjonalne tak, iak liczby : 35, 28, i 15.

Rzecz więc idzie, o rozdzielenie 156, na trzy części, proporcjonalne liczbom 35, 28 i 15, co się wykona sposobem w pierwszym przykładzie danym, podług którego, wypadnie następujący podział 70, 56, i 30.

O Progresjach arytmetycznych.

188. Progresja arytmetyczna, jest ciągiem rzęd wyrazów, z których każdy, przewyższa, albo jest przewyższony, od tego co go poprzedza, tą samą ilością.

Np. rzęd następujący.

÷ 1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34. 37. i. t. d.

Jest progresja arytmetyczna, ponieważ każdy wyraz, przewyższa swego poprzednika tą samą ilością, która tu jest 3.

Dwie kropki linią przedzielone, które na początku progresji widzieć da się, znaczą, że w wymawianiu progresji, każdy wyraz powtarzać trzeba, oprócz pierwszego i ostatniego, iako to: 1, ma się do 4, iak 4 do 7, iak 7 do 10, i. t. d.

Progresja nazywa się *rosnąca* (crescens), albo *ubywająca* (decrescens), gdy wyrazy co raz powiększają się, lub umniejszają; lecz iako obydwóch są też same własności, odmieniwszy tylko słowa, *większający w mniejszy*, albo *dodanie w odjęcie*, przeto uważać ją tu tylko będziemy iako rosnącą.

189. Z definicyi więc progresji aryt-

me-

metryczney, pokazuje się iasnie, że mając pierwszy wyraz, i różnicę powszechną, czyli stółunek progressyi; wszystkie inne wyrazy dadzą się złożyć, ten stółunek przydawając koléwno, a zatém:

Drugi wyraz, iest złożony z pierwszego, więcéy stółunek.

Trzeci, złożony z drugiego, więcéy stółunek; a zatém z pierwszego wyrazu, i podwóynego stółunku.

Czwarty, złożony z trzeciego, więcéy stółunek; a zatém z pierwszego, więcéy, potróynny stółunek, i. t. d.

190. Stąd w powszechności powiedzieć można; *Że bądź którykolwiek wyraz progressyi arytmetyczney, iest złożony z pierwszego, więcéy stółunek tyle razy powtórzony, ile wyrazów przed nim nayduie się.*

191. Przeto, ieżeli pierwszym wyrazem iest zero, każdy inny wyraz progressyi, będzie w sobie zawierał stółunek, tyle razy, ile wyrazów przed nim nayduie się.

192. Ten fundament, może mieć dwa następujące użycia:

1^od. Służy do wynalezienia, bądź któregokolwiek wyrazu progressyi, bez wyrachowania poprzedzających: gdyby np.

potrzeba było wynaléśdź 100tmy wyráz, nastépującéy progressyi.

— 4. 9. 14. 19. 24. i. t. d.

Ponieważ żądany wyráz, ma bydź wyráz 100tmy, ma więc 99 wyrázów przed sobą; a będąc złożony z piérwshzego wyrázu 4; i ż stóśunku 5, powtórzzonego 99 razy; będzie zatém 4, więcéy 495; to iest 499.

193. 2re. Tenże sam fundament służy iészczé, do zwiázania, dwóch iakichkolwiek liczb, rzédem złożonym z tylu liczb, ile się podoba, tak że wíszyskie, składać będą progressyą arytmetyczną; co się nazywa, *wcisnąć* między dwie zadane liczby, wiele *śródków proporcjonalnych arytmetycznych*, albo prosto, wiele *śródków arytmetycznych*.

Np. można zwiázac 1. i 7. przez 5 liczb, które z liczbą 1. i 7, składać będą progressyą arytmetyczną; liczby takowe są: 2, 3, 4, 5, 6; lecz ponieważ, niezawsze z piérwshzego weyźrzenia pomiarkować się daie, które powinny bydź te liczby, przy pomocy wyżéy założonego fundamentu, wynaléśdź ie można zawsze, nastépującym sposóbein.

W tym razie niepotrzeba więcéy, tylko znaléśdź stóśunek, który ma w téy progressyi panować.

A ponieważ, większa z tych dwóch liczb, ma być ostatnim wyrazem progressy, powinna zatem być złożona z pierwszey, to jest z mniejszey z tych liczb, więcę słońek tyle razy wzięty, ile wyrazów przed nią znajduje się; przeto, odiawszy od większey z tych dwóch liczb, mniejszą, reszta powinna być złożona, z słońku tyle razy powtórzonego, ile ma być wyrazów, przed większą liczbą; to jest że ta reszta, jest mnogością wynikającą z rozmnożenia tego słońku, przez liczbę wyrazów poprzedzających większą liczbę; a zatem (67) rozdzieliwszy tę resztę, przez liczbę wyrazów poprzedzających większą liczbę, z wielorazu wypadnie słońek panujący.

A że liczba wyrazów, poprzedzających wyraz większy, jest o jedną jedność większa, od liczby wyrazów środkowych, które wcisnąć potrzeba, między obydwa; przeto chcąc między dwie zadane liczby, tyle ile się podoba wcisnąć środków arytmetycznych, trzeba odciągnąć mniejszą z tych dwóch liczb, od większey, a resztę rozdzielić przez liczbę środków, pomnożonych jedną jednością.

Np. gdyby między 4 i 11, potrzeba było wciśnąć 8 szródków arytmetycznych; odciągamy 4 od 11, zostaje mi 7, które rozdziałam przez 9, to jest przez liczbę szródków, pomnożoną o jedną jedność; wieloraz $\frac{7}{9}$, jest różnicą która w tej progressyi panować będzie, iako to

$$\div 4. 4\frac{7}{9}. 5\frac{14}{9}. 6\frac{21}{9}. 7\frac{28}{9}. 8\frac{35}{9}. 9\frac{42}{9}. 10\frac{49}{9}. 11.$$

Podobnież gdyby było zadano, znaleźć szródków arytmetycznych między 0, i 1; odciągamy 0, od 1, zostaje się 1; który rozdzielić trzeba przez 10, to jest przez liczbę szródków pomnożonych jednością; co daje $\frac{1}{10}$ albo 0,1 na różnicę, a zatem progressya wypadnie $\div 0. 0,1. 0,2. 0,3. 0,4. 0,5. 0,6. 0,7. 0,8. 0,9. 1.$

194. Stąd widzieć można, że między dwiema liczbami, choćby między sobą najbliższymi, można zawsze, tyle ile się podoba, wciśnąć szródków arytmetycznych.

Więcey o Progressyach arytmetycznych nie niepowiemy; bo tylko dla Logarytmów o których niżey, tu o nich wspomnieliśmy; w inlżem miéyscu znajdziemy okazać powrócić do nich.

O Progressyach Jeometrycznych.

195. Progressya Jeometryczna, jest ciągły rząd wyrazów, z których każdy zawiera w sobie poprzedzającego, albo w nim jest zawarty, równą liczbę razy; np.

$$\frac{1}{3} : 6 : 12 : 24 : 48 : 96 : 192.$$

jest progressya jeometryczna; każdy albowiem wyráz, swego poprzedzającego, równą liczbę razy w sobie zawiera, to jest 2.

Takowa liczba razy, nazywa się stófunkiem progressyi.

Cztery kropki tę progressyą poprzedzające, toż samo znaczenie mają, co dwie kropki przed progressyą arytmetyczną położone. (188).

Progressya nazywa się *rosnąca*, albo *ubywająca*; gdy wyrazy co raz powiększają się lub umniejszają.

Progressya jeometryczną uważać będziemy zawsze, iako rosnącą; ponieważ własności obydwóch są iednakowe, przemieniwszy tylko słowo *mnożyć* w słowo *dzielić*, albo *zawierać*, w słowo *bydź zawartym*.

Ponieważ drugi wyráz, zawiera w sobie pierwszy, tyle razy, ile w stófunku znayduie się iednościów; więc jest złożony z pierwszego, rozmnożonego przez stófunek.

Ponieważ trzeci wyráz, zawiera w sobie drugi, tyle razy, ile jest iednościów w stófunku, więc jest złożony z drugie-

go,

go, rozmnożonego przez stósunek, a zatem, z pierwszego, rozmnożonego przez stósunek, i jeszcze raz rozmnożonego przez stósunek; to jest z pierwszego, rozmnożonego, przez kwadrat, albo drugi stopień stósunku.

Ponieważ czwarty wyraz, zawiera w sobie trzeci, tyle razy, ile w stósunku znajduje się jednościółw, jest więc złożony z trzeciego, rozmnożonego przez stósunek, a zatem z pierwszego, rozmnożonego przez kwadrat stósunku, i jeszcze raz rozmnożonego przez stósunek; to jest, rozmnożonego przez sześcian, albo trzeci stopień stósunku.

Np. w progressyi wyżey położonę, wyraz 6, jest złożony z pierwszego wyrazu 3, rozmnożonego przez stósunek 2; wyraz 12, jest złożony z pierwszego wyrazu 3, rozmnożonego przez kwadrat 4, stósunku 2; wyraz 24 jest złożony z pierwszego wyrazu 3, rozmnożonego przez sześcian 8, stósunku 2.

196. W podobnym rozumowaniu dalej postępując, widzieć daie się, że wyraz bądź którykolwiek progressyi geometryczney, jest złożony z pierwszego, rozmnożonego przez stósunek wyniesiony do stopnia, oznaczonego przez liczbę wyra-

zów, które poprzedzają takowy którykolwiek wyraz.

Zatém idzie, że jeżeli pierwszym wyrazem progressyi, jest iedność; każdy inny wyraz, będzie złożony, z samego sfunkku, wyniesionego do stopnia, oznaczotego przez liczbę wyrazów, które go poprzedzają; bo mnożenie przez pierwszy wyraz, który jest iednością, niepomnaża mnogości.

Chcąc wynieść iakową liczbę do stopnia któregokolwiek, *np.* do siódmego; podług tego, cośmy o tém wyżey powiedzieli, trzeba tę liczbę rozmnożyć przez siebie, sześć razy, raz po raz; tak, chcąc wynieść 2 do siódmego stopnia; mówię 2 razy 2, są 4; 2 razy 4, są 8; 2 razy 8, są 16; 2 razy 16, są 32; 2 razy 32, są 64; 2 razy 64, są 128; którato liczba, będzie siódnym stopniem liczby 2; lecz takowe dzialanie można skrócić różnemi sposobami; *np.* mogę zaraz kwadować 2, co mi uczyni 4; podnieść do szescianu te 4, co mi da 64; i naostatek rozmnożyć przez 2, przez co mieć będę 128; albo też mogę podnieść do szescianu 2, uczyni mi 8; kwadować 8, uczyni mi 64; rozmnożywszy 64 przez 2, wypadnie podobnie 128; Rowem, mało na tém zależy iakim odprawi się to porządkiem, byleby 2 znajdowały się bydz czynnikami w mnogości, siedm razy.

197. Fundament dopiero podany (196), do złożenia któregokolwiek wyrazu progressyi, i uwaga którąśmy dopię-

pięro uczynili, służyć nam mogą, do wyrachowania, któregokolwiek zechcemy wyrazu progressyi, bez rachowania poprzedzających.

Gdyby np. zadano było wyrachować, iakiby był dwunaśty wyraz następujący progressyi

$$\ddot{\vdots} 3:6:12:24 \text{ i. t. d.}$$

Ponieważ wiem (196), że dwunaśty wyraz, powinien być złożony z pierwszego, rozmnożonego przez stósunek, wyniesiony do stopnia oznaczonego, przez liczbę wyrazów, dwunaśty wyraz poprzedzających; przeto widzę, że chcąc go złożyć, trzeba mi rozmnożyć 3, przez iedynaśty stopień stósunku 2; żebym ten iedynaśty stopień znalazł, podnoszę do sześcianu 2, co mi daie 8 podnoszę do sześcianu te 8, i mam 512; to jest, dziewiąty stopień stósunku: naostatek ten dziewięty stopień 512, rozmnażam przez 4, to jest, przez drugi stopień, i mam 2048, to jest iedynaśty stopień stósunku 2: mnożę więc 2048 przez 3, i wypadnie mi na dwunaśty wyraz progressyi 6144.

198. Drugie użycie tego fundamentu jest, że między dwiema zadanemi liczbami, można wynaléśdź tyle, ile się podobą śródków proporcjonalnych. Gdyby zadano, było wynaléśdź trzy śródki geometryczne, między 4, i 64; zastanowiwszy się nad tém cokolwiek, widzieć można, że takowe śródki geometryczne byłyby 8, 16, 32, iakoż $\ddot{\vdots} 4:8:16:32:64$ czynią progressyą geometryczną; lecz
igdy-

gdyby inſze liczby albo inſza liczba ſrzodków jeometrycznych zadane były, nietak łatwo dałyby ſię poſtrzedz.

Przeto, podług wyżey założeń u-wag, dadzą ſię wynaleſdź następującym ſpoſobem.

Cała rzecz idzie, o wynaleziénie ſtółfunku, który ma w progreſſyi panować; bo ten znalazłszy, koléynémi mnożenia-mi, przez ten ſtółfunek, łatwo będzie złożyć wſzystkie wyrazy.

Niechay będzie *np.* zadano, żeby wynaleſdź dziewięć ſrzodków jeometrycznych między 2, i 2048.

Więc 2048, będą oſtatnim wyrazem progreſſyi jeometrycznéy, która między piérwſzym i oſtatnim, ma mieć 9 wyrazów; a zatém wyraz 2048, ieſt złożony, z piérwſzego wyrazu 2, rozmnożonego przez ſtółfunek, wynieſiony do ſtopnia oznaczonego, przez liczbę wyrazów, poprzedzających wyraz 2048; przeto (67), rozdzieliwſzy 2048 przez piérwſzy wyraz, wieloráz będzie ſtółfunkiem, wynieſionym do ſtopnia oznaczonego, przez liczbę wyrazów poprzedzających wyraz 2048; a zatém wynalezłszy piérwiałtek tego ſtopnia, będzie i ſtółfunek progreſſyi wynaleziony: widziéć ieſt w tym

tym razie, że ten stopień powinien być dziesiąty; bo ponieważ między 2 i 2048, dziewięć wyrazów ma znajdować się, idzie zatem że ich przed wyrazem 2048, dziesięć będzie; trzeba więc z wielorazu, który wypadnie po rozdzieleniu liczby 2048 przez 2, wyciągnąć dziesiąty, czyli dziesiątego stopnia pierwiastek.

199. Ponieważ w każdym innym razie, tegoż samego użyć można rozumowania; wnieśmy więc w powszechność, że między dwie liczby zadane, chcąc wyciągnąć tyle ile się podoba śródków geometrycznych, trzeba rozdzielić większy wyraz przez mniejszy, a z wielorazu, wyciągnąć pierwiastek tego stopnia, który oznacza liczba śródków, pomnożona o jedną jedność.

Tak, do naszego przykładu nazad wracając, dzielę 2048 przez 2, co mi daie wieloraz 1024; tego wielorazu szukam dziesiątego pierwiastka, który jest 2; zatem i stosunkiem progressy 1:2; chcąc teraz złożyć śródków zadane, mrozę pierwszy wyraz 2, przez kolejne stopnie stosunku 2; tym sposobem złożywszy dziewięć śródków, wpadam nakoniec na liczbę 2048 iak następuje:

* Niepodaliśmy sposobu wyciągnięcia z liczby dziesiątego pierwiastka, z tem tak się ma, iak z kwadratowym lub sześciennym: pierwiastek kwadratowy niepowinien mieć tylko jedną cyfrę, gdy liczba

2:4:8:16:32:64:128:256:512:1024:2048.

Podobnież, gdyby zadano było wynaleść cztery środki geometryczne, między 6. i 48; rozdzielić 48 przez 6, i z wielorazu 8, wyciągam pierwiastek piąty; iako 8 niemoże mieć pierwiastka piątego zupełnego, tak między 6 i 48, w liczbach niemożna naznaczyć doskonałych czterech środków geometrycznych. lecz do tego pierwiastka, można się przybliżyć tak blisko jak się podoba, sposobem podobnym temu, któryśmy do pierwiastka kwadratowego i sześciennego opisali, a który w Algebrze damy.

Tym czasem, dowód jest natém żeby to pojąć, iż się może znajdować liczba, która cztery razy rozmnożona przez siebie, zbliża się co raz bardziej do oddania nazad 2u, i że toż samo o każdej innej liczbie, i każdym innym pierwiastku, rozumieć trzeba; stąd wniesmy, że między dwiema liczbami iakiemikolwiek, można zawsze tyle, ile się podoba wynaleść środków geometrycznych, bądźto doskonałych, bądźto wziętych przez przybliżenia, pociągnięte do takiego stopnia, iak zechcemy. To już mamy wszystko, czego nam potrzeba było, żebyśmy do Logarytmów przystąpić mogli.

Tom. I.

M

O

zadana niema więcej nad 2 cyfry; pierwiastek sześcienny jednę tylko powinien mieć cyfrę, gdy liczba zadana, nie zawiera w sobie więcej nad trzy cyfry; podobnież pierwiastek dziesiąty, niebędzie miał więcej iak jednę cyfrę, gdy liczba zadana niebędzie miała więcej nad 10; toż samo i o innych pierwiastkach rozumieć trzeba; trzydziesty np. jednę tylko cyfrę mieć będzie, gdy liczba zadana, 30 cyfer nieprzechodzi; działania takowe, podobnymże sposobem, iak z pierwiastkiem kwadratowym i sześciennym uczyniło się, możnaby okazać. Lecz to iasniwy w Algebrze zobaczymy.

200. *Logarytmy są liczby w progresyji arytmetycznéj, odpowiadające każdemu wyrazowi, równegoż rzędu liczb, w progresyji jeometrycznéj położonych; mając np. progresyją jeometryczną i arytmetyczną następujące.*

$$\ddot{=} 2:4:8:16:32:64:128:256: \text{i. t. d.}$$

$$\div 3.5.7. 9.11.13. 15. 17. \text{i. t. d.}$$

Każdy wyrząd niższego rzędu, nazywa się Logarytmem wyrazu, który na podobnymże miejscu w wyższym rzędzie jest położony.

201. Przeto, taż sama liczba, może mieć nieskończoną liczbę różnych logarytmów, ponieważ téżże samej progresyji jeometrycznéj, nieskończona liczba różnych progresyów arytmetycznych odpowiadać może.

Ponieważ tu logarytmów uważać inaczej niemyślimy, tylko ile służą do użycia w liczebnym rachunkach, przeto zastanawiać się niebędziemy, nad uważaniem różnych progresyów jeometrycznych i arytmetycznych, które do siebie mogłyby być przyśtósowane; przystąpimy prosto do tych progresyów, które obrano do złożenia tablic logarytmowych zwyczajnych.

202. Za progressyą jeometryczną wzięto progressyą dziesiętną; za progressyą zaś arytmetyczną, wzięto liczby, w porządku naturalnym idące; to jest, dwie następujące progressye.

$\div$	1.	10.	100.	1000.	10000.	100000.	1000000.	i. t. d.
$\div$	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	i. t. d.

A tak, zawsze łatwo będzie rozeznąć, jaki jest logarytm liczby wyrażonéy przez iedność, po któręy następuje tyle zerów ile się podoba. Logarytm takowy, zawiera w sobie zawsze tyle iednościów, ile następuje zerów, po iedności, odpowiadającego mu wyrazu.

203. Co się tyczyć logarytmów należących do liczb pośrednich, między wyrazami progressyi dziesiętnéy, gdyby na nie niebyło innego sposobu, iak przez samę arytmetykę, możnaby je znaleźć iak następuje.

204. Po zrozumianéy definicyi logarytmów, rzecz iasna, że chcąc mieć logarytm któręykolwiek liczby, np. 3ek; trzeba żeby ta liczba mogła składać część progressyi jeometrycznéy fundamentalnéy. A lubo 3, bydz niemożę częścią progressyi jeometrycznéy $\div$ 1: 10: 100, i. t. d. przecięz daie się poiąć,

że gdyby między 1, i 10, wciśnąć znaczną liczbę *śrządków* jeometrycznych (199); ponieważ w tym razie, od 1, do 10, postępowałoby się tém ściśléyszemi stopniami, im liczba takowych *śrządków* byłaby więkfsza; przeto iedna z tych dwóch rzeczy trafićby się musiała: to iest, że albo ieden który z tych *śrządków*, byłby właśnie liczbą 3, albo przynajmniej znalazłyby się dwie liczby iedna po drugiéy, między którémiby liczba 3 była umieszczona, i z których każda tém mniej od 3 różniłaby się, imby więkfsza liczba była *śrządków* wciśnionych.

To założywszy; gdyby podobnie między 0, i 1, wciśnąć tyle *śrządków* arytmetycznych, ile się wciśnęło *śrządków* jeometrycznych między 1, i 10, każdy wyrząd *progresyi* jeometrycznéy, mając za logarytm swój, wyrząd odpowiadający w *progresyi* arytmetycznéy, można by wziąć w dopięro wymienionéy *progresyi* arytmetycznéy, za logarytm *zech*, liczbę, któraby znaydowała się w podobném miéyscu, iak się znayduje liczba 3, w *progresyi* jeometrycznéy; albo gdyby 3, niebyły doskonałym wyrazem *progresyi* jeometrycznéy, można by wziąć w *progresyi* arytmetycznéy,

ten

ten wyraż, któryby odpowiadał wyrazowi w progressyi jeometryczney, liczbie 3, naybliższemu.

I tymto sposobem w rzeczy saméy, gdyby niebyło, innych środków, iak które Arytmetyka podaie, możnaby logarytmy wynaléśdź. Bądź co chce, to iest pewna, że się na tém gruntuie logarytmów wyrachowanie.

205. Trzeba sobie więc w myśli wystawić, że między 1, i 10, wciśnawszy 10000000 środków jeometrycznych, podobną ich liczbę między 10, i 100, podobnąż między 100, i 1000 i. t. d. takąż także liczba środków arytmetycznych między 0, i 1, między 1, i 2, między 2, i 3, i. t. d. wciśnięta była; że pierwsze wszystkie w iednym rzędzie napisałwszy, a drugie także wszystkie, tymże porządkiem podniemi; szukano w górnym rzędzie liczby, naybardziéy do 3 przybliżaiący się, i odpowiadaiącą iéy na dole liczbę, wzięto za logarytm trzech; podobnież w górnym rzędzie szukano liczby naybardziéy przybliżaiący się do 2; i odpowiadaiącą iéy liczbę z rzędu dolnego, wzięto za logarytm dwóch; że toż samo na liczby 4, 5, 6, i. t. d. uczyniono; naostatek przeniosłszy w iedną kolumnę, iak w nastę-

puiaćey tablicy zobaczyć można, liczby 1, 2, 3, 4, 5, i. t. d. w kolumnie poboczney przypisano, wyrazy progressyi arytmetyczney, które znalazły się bydź im odpowiadające, albo przynajmniejey najbardziej do nich przybliżające się; stąd poiać można ułożenie logarytmów, i porządek ich, iaki się znajduje w pospolitych tablicach.

TABLICA Logarytmów, liczb naturalnych od 1^o aż do 200.

<i>Liczby</i>	<i>Logarytmy</i>	<i>Liczby</i>	<i>Logarytmy</i>	<i>Liczby</i>	<i>Logarytmy</i>
0	nielk.prz:	24	1.380211	48	1.681241
1	0.000000	25	1.397940	49	1.690196
2	0.301030	26	1.414973	50	1.698970
3	0.477121	27	1.431364	51	1.707570
4	0.602060	28	1.447148	52	1.716003
5	0.698970	29	1.462308	53	1.724276
6	0.778151	30	1.477121	54	1.732394
7	0.845098	31	1.491362	55	1.740363
8	0.903090	32	1.505150	56	1.748188
9	0.954243	33	1.518514	57	1.755875
10	1.000000	34	1.531479	58	1.763428
11	1.041393	35	1.544062	59	1.770852
12	1.079181	36	1.556303	60	1.778151
13	1.113943	37	1.568202	61	1.785330
14	1.146128	38	1.579784	62	1.792392
15	1.176091	39	1.591065	63	1.799341
16	1.204120	40	1.602060	64	1.806180
17	1.230449	41	1.612784	65	1.812913
18	1.255271	42	1.623249	66	1.819544
19	1.278744	43	1.633468	67	1.826075
20	1.301030	44	1.643453	68	1.832509
21	1.322219	45	1.653121	69	1.838849
22	1.342423	46	1.662758	70	1.845008
23	1.361728	47	1.672298	71	1.851125

<i>Liczby</i>	<i>Logary- tmny</i>	<i>Liczby</i>	<i>Logary- tmny</i>	<i>Liczby</i>	<i>Logary- tmny</i>
72	1.857312	115	2.0606098	158	2.198657
73	1.865321	116	2.064464	159	2.201397
74	1.869232	117	2.068186	160	2.204120
75	1.875061	118	2.071882	161	2.206826
76	1.8810814	119	2.075547	162	2.209515
77	1.886491	120	2.079181	163	2.212188
78	1.892095	121	2.082785	164	2.214844
79	1.897627	122	2.086360	165	2.217484
80	1.903090	123	2.089905	166	2.220108
81	1.908485	124	2.093422	167	2.222716
82	1.913814	125	2.096910	168	2.225309
83	1.919079	126	2.100371	169	2.227887
84	1.924279	127	2.103804	170	2.230449
85	1.929419	128	2.107210	171	2.232996
86	1.934494	129	2.110590	172	2.235528
87	1.939519	130	2.113943	173	2.238046
88	1.944483	131	2.117271	174	2.240549
89	1.949390	132	2.120574	175	2.243038
90	1.954243	133	2.123852	176	2.245513
91	1.959041	134	2.127105	177	2.247973
92	1.963788	135	2.130334	178	2.250420
93	1.968483	136	2.133539	179	2.252853
94	1.973128	137	2.136721	180	2.255273
95	1.977724	138	2.139879	181	2.257678
96	1.982271	139	2.143015	182	2.260071
97	1.986772	140	2.146128	183	2.262451
98	1.991225	141	2.149219	184	2.264813
99	1.995635	142	2.152288	185	2.267172
100	2.000000	143	2.155336	186	2.269513
101	2.004321	144	2.158362	187	2.271842
102	2.008600	145	2.161368	188	2.274153
103	2.012837	146	2.164353	189	2.276462
104	2.017033	147	2.167317	190	2.278754
105	2.021189	148	2.170262	191	2.281033
106	2.025306	149	2.173186	192	2.283301
107	2.029384	150	2.176091	193	2.285557
108	2.033424	151	2.178977	194	2.287802
109	2.037426	152	2.181844	195	2.290035
110	2.041393	153	2.184691	196	2.292256
111	2.045323	154	2.187521	197	2.294466
112	2.049218	155	2.190332	198	2.296664
113	2.053079	156	2.193125	199	2.298851
114	2.056905	157	2.195900	200	2.301027

206. Uważmy względem tablic logarytmowych, że pierwsza cyfra każdego logarytmu, nazywa się *Cechą* (chara-
M 4 cte-

cteristica); albowiem z tęg cyfry docho-
dzić można, w którym dziesiątku zawie-
ra się liczba, do której ten logarytm
należy. *Np.* jeżeli liczba iakowa ma cę-
chę 3, zaraz wiem że należy do tyśią-
ców, bo logarytm 10000a jest 3; a ia-
ko logarytm 10000y jest 4, tak każda lic-
ba od 10000a aż do 10000, niemoże
mieć logarytmu tylko 3 i ułamek; na
więc za cęchę 3, a drugie cyfry wyra-
żają ułamek obrócony na dziesiątne.

Własności Logarytmów.

Własności logarytmów, o których tu
mówić będziemy, są po większey części,
właściwe takiemu ułożeniu logarytmów,
w którym progressya geometryczna fun-
damentalna, poczyną się od jedności, a
progressya, arytmetyczna od zero. Uży-
cia ich, które ślad wniesiemy, niebyłyby,
też same, gdyby obie progressye, albo
jedna z nich tylko, inaczej się zaczyna-
ła: lecz to nienależy do zamysłu nasze-
go.

207. Przysłósuymy więc progressyą
geometryczną którąkolwiek, lecz żeby
ięj pierwszým wyrazem była jedność,
do progressyi arytmetycznéy, także ia-

kię

kiękolwiek, lecz żeby ię pierwszym wy-
razem było zero.

Np. następujące dwie progressye:

1:3:9:27:81:243:729:2187:6561: i. t. d.

0.4.8.12.16. 20. 24. 28. 32. i. t. d.

Z natury i doskonałej wzajemności, tych dwóch progressyw, pochodzi, że ile razy w pierwszej, słoſunek musiał być czynnikiem do złożenia któregokolwiek wyrazu tej progressyi, tyle razy słoſunek drugiej progressyi, musiał być dodany, do złożenia wyrazu w tej progressyi, odpowiadającego progressyi geometrycznej; np. w wyrazie 2187, słoſunek 3, jest czynnikiem 7 razy, i w wyrazie 28, słoſunek 4, zawiera się także 7 razy.

Jakoż, podług tego co się powiedziało (190 i 196), słoſunek jest czynnikiem w którymkolwiek wyrazie progressyi pierwszej, tyle razy, ile wyrazów przed nim znajduje się; w drugiej zaś, wyraz którykolwiek, składa się z słoſunku tyle razy wziętego, ile wyrazów jest przed nim. A że z obu stron jest równa liczba wyrazów; więc t. d.

Wnieśmy stąd, że którykolwiek bądź wyraz progressyi geometrycznej, będzie mieć zawsze w progressyi arytmetycznej wyraz odpowiadający, który w sobie zawierać będzie słoſunek tyle razy, ile razy, słoſunek progressyi geometrycznej, jest czynnikiem w wyrazie progressyi swojej.

208. A zatem, Gdy dwa wyrazy progressyi geometrycznej rozmnożone bę-

dą ieden przez drugi, i oraz dwa tey-
razy odpowiadające progressyi arytmetry-
czney gdy będą dodane ieden z drugim,
takowa mnogość i summa, w tych progres-
syach będą sobie odpowiadać.

Albowiem mnogość, będzie złożo-
na z stółunku, będącego tyle razy czyn-
nikiem, ile razy mieści się, tak w iednym
wyrazie rozmnożonym, iak w drugim;
a summa dwóch wyrazów dodanych, bę-
dzie złożona z stółunku progressyi aryt-
metyczney, dodanego tyle razy, ile ra-
zy mieści się, tak w iednym wyrazie
dodanym, iak w drugim; a tak, ponie-
waż są wzięte dwa wyrazy odpowida-
jące sobie w obu progressyach, mnogość
i summa, muszą sobie także wzajemnie
odpowiadać.

209. Zatem, przez dodanie dwóch
wyrazów progressyi arytmetryczney, mo-
żna dóysdź mnogości wyrazów odpo-
wiadających, w progressyi jeometryczney,
rozumiejąc że obie progressye są dosta-
tecznie przedłużone.

Np. dodawszy dwa wyrazy 8 i 24, które od-
powiadają wyrazom 9 i 729, mam 32, które zna-
wu odpowiadają wyrazowi 6561; skąd wnosię,
że mnogość z 729 przez 9, jest 6561; iakóż tak
jest w samey rzeczy.

210. Więc, ponieważ liczby naturalne składające pierwszą kolumnę wzwyż położony tablicy, są wyciągnięte z progressyi geometryczney, zaczynający się przez jedność, iako też ponieważ logarytmy ich, są wyrazami odpowiadającymi w progressyi arytmetyczney, poczynający się przez zero; trzeba stąd wnieść, że *dodawszy logarytmy dwóch liczb, wypadnie logarytm ich mnogości.*

Po tém, co się dotąd powiedziało, następujące użycia łatwo dadzą się pojąć,

Użycia Logarytmów.

211. Chcąc mnożyć przez logarytmy, trzeba dodać logarytm mnożnego z logarytmem mnożnika, summa wypadła, będzie logarytmem mnogości; przeto szukając téj summy między logarytmami w tablicy, znajdzie się mnogość, obok położona.

Np. gdyby zadano było, rozmnożyć 14 przez 13.

Znajduję w wyżej położony tablicy że logarytm liczby 14 jest	-	-	1,146128.
logarytm liczby 13	-	-	1,113943
	Summa	-	2,260071.

odpowiada w téjże tablicy liczbie 182, która jest w rzeczy samej mnogością, z 14u rozmnożonych przez 13.

212. Zeby skwadrować jaką liczbę, dosyć jest logarytm iéy zdwoić; ponieważ, dla rozmnożenia liczby przez siebie samę, trzebaby dodać logarytm iéy z sobą samym.

213. Na tymże fundamencie, chcąc podnieść do sześcianu liczbę iakową, logarytm iéy potrzeba stroić; a powiedziawszy w powszechności, chcąc wynieść liczbę iakową, do iakiegokolwiek stopnia, trzeba wziąć tyle razy iéy logarytm, ile znayduie się jednościów w liczbie, oznaczaiący ten stopień, to jest, rozmnożyć iéy logarytm przez liczbę, która oznacza takowy stopień; np. zeby iaką liczbę wynieść do siódmego stopnia; trzeba logarytm iéy rozmnożyć przez 7.

214. A zatém chcąc wyciągnąć kwadratowy, sześcienny, czwarty i. t. d. pierwiastek z liczby zadanéy; trzeba rozdzielić logarytm liczby takowéy, przez 2, 3, 4. i. t. d; to jest, w powszechności mówiąc, przez liczbę która oznacza stopień pierwiastka, iaki ma być wyciągniony.

Np. chcąc wynaleść pierwiastek kwadratowy liczby 144; znalazłszy w tablicy logarytm téy liczby 2,158362, biorę jego połowę, 1,079181; szukam między logarytmami, w którym miejscu liczba

liczba 1,079181 znajduje się; widzę że odpowiada liczbie 12, a zatem 12 będą kwadratowym pierwiastkiem liczby 144.

Gdybym chciał mieć siódmy pierwiastek z liczby 128; szukam w tablicy, ię logarytmu, i znajduję: 2,107210; biorę téj liczby siódmą część, albo ją dzielę przez 7; i patrzę, której liczbie, odpowiada wieloraz 0,301030; znajduję że odpowiada 20ⁱⁿ które są w rzeczy samej siódmym pierwiastkiem liczby 128.

215. Chcąc wynaléśdź wieloraz, rozdzielonéj liczby iednéj przez drugą; trzeba odiać logarytm dzielnika, od logarytmu dzielnego, zostaiącemu logarytmowi, szukać w tablicy liczby odpowiadaiący; takowa, będzie żądanym wielorazem.

Np. chcąc rozdzielić 187 przez 17; szukam w tablicy, logarytmów tych dwóch liczb, i znajduję.

Logarytm liczby 187	-	-	2,271842
Logarytm - 17	-	-	1,230449

Różnica - 1,041393.

która odpowiada w tablicy liczbie 11; zatem 11, są wielorazem żądanym.

Gdyby dzielenie niémogło byđź spełna odprawione, logarytm po odieciu resztuiący, tylko po części byłby znaleziony w tablicy, lecz podamy potém sposób, co w takowym razie czynić potrzeba.

Przy-

Przyczyna téy reguły, zasadza się na tém, że iako wieloraz rozmnożony przez dzielnika, powinién nazád oddać dzielnego (68), tak logarytm wielorazu, dodany (210) do logarytmu dzielnika, powinién złożyć logarytm dzielnego; a zatém logarytm wielorazu, wart tyle co logarytm dzielnego, maiey logarytm dzielnika.

216. Po tém, cośmy dopiéro powiedzieli, łatwo widziéć się daie, że chcąc odprawié regułę trzech przez logarytmy; trzeba dodać logarytm drugiego wyrazu, do logarytmu trzeciego, a od summy odjąć logarytm wyrazu piérwszego.

217. Uważyć nam tu należy, że szukając w tablicach pospolitych logarytmu powstaiącego z iakowych działań, zaślých z innémi logarytmami; ieżeli między szukanym logarytmem, a logarytmem w tablicach położonym, różnica niebędzie większa, nad iedną iedność ostatniéy cyfry, różnicę takową za nic sobie poczytać trzeba; logarytmy albo wiém wszystkich liczb pośrzednich, w progressyi dziesiatnéy, nie są tylko logarytmy przybliżone, prawie około o iedną połowę dziesiatnéy, siódnego mieysca, czyli dzieliéć milionowéy cząstki.

O Liczbach, których Logarytmy niezna-
dują się w Tablicy.

218. Ułamki, i całkowitki z ułamka-
mi połączone, nie mają w tablicy swoich
logarytmów, toż samo rozumieć trzeba,
o pierwiastkach kwadratowych, sześcién-
nych, i. t. d. liczb, które nie są dosko-
nałemi stopniami takowych pierwiastków.

Gdyby potrzeba było znaleźć, loga-
rytm liczby całej z ułamkiem połączonej;
trzeba naprzód wszystko obrócić w uła-
mek, a potem odjąć logarytm mianownika,
od logarytmu, nowo złożonego licznika.

Np. Chcąc mieć logarytm liczby $8\frac{3}{11}$; szukam
logarytmu ułamka $\frac{3}{11}$, który znajdę, odejmując
logarytm 11/11, 1,041393, od logarytmu 91, 1,959041,
reszta pozostała 0,917648, jest logarytmem liczby
 $8\frac{3}{11}$; ponieważ $8\frac{3}{11}$, albo $\frac{91}{11}$ nieco innego jest, tyl-
ko 91, rozdzielone przez 11. (90).

219. Gdyby ułamek połączony z cał-
kowitką, był dziesiętnym ułamkiem; w
tym razie, bez żadnego względu na kry-
stkę, która odłącza dziesiętne w liczbie
zadanej, szukać potrzeba logarytmu ta-
kowey liczby, który znalazłszy, od cęchy
jego, odejmie się tyle jednościów, ile cy-
fer dziesiętnych, w zadanej liczbie znaj-
dowało się.

Np.

Np. Chcąc znaleźć logarytm liczby 1,53, biorę logarytm liczby 153, który jest: 2,184691, lecz ponieważ ten logarytm, należy do liczby 100 razy większy jak jest 1,53, przeto odéymuję od cęchy jego 2 jedności, które są logarytmem 100^{ty}, co (216) odpowiada rozdzieleniu przez 100, i mam 0,184691, to jest logarytm liczby 1,53.

220. Taż sama przyczyna dowodzi, że chcąc mieć logarytm iakowego ułamka, trzeba podobnież odjąć logarytm mianownika, od logarytmu licznika; lecz ponieważ takowe odéymowanie nieda się uczynić, gdyż logarytm mianownika będzie większy od logarytmu licznika; przeto przeciwnym sposobem odjąć potrzeba będzie, logarytm licznika od logarytmu mianownika; reszta która pokaże różnicę, o wiele odéymowanie niemoгло być uczynione, będzie logarytmem ułamka, dodawszy takowéy reszcie znak, oznaczający, że odéymowanie niebyło spełna zrobione. Znak takowy jest taki—który wymawia się *mniéy*; tak logarytm ułamka $\frac{1}{57}$ będzie.

— 0,917648 *

221. Ten znak, służy do przypomnienia w rachunkach, że z logarytmami ułam-

* Liczby przed któremi znak — jest położony, uważają się liczbami przeczącemi (negativus). W Algebrze mówić o nich będziemy: tym czasem ostrze-

ułamków, w działaniach, wcale sobie przeciwnie postąpić trzeba iak z logarytmami całkowitek, albo iak z logarytmami całkowitek z ułamkami złączonych; to iest, że ieżeliby trzeba mnożyć przez ułamek, to logarytm iego odiać należy; mając zaś przeciwnie dzielić przez ułamek, to logarytm iego ma bydź dodany.

Co do mnożenia: przyczyna przepisanego postępku na tém zawisła, że mnożyć przez ułamek, iestto iedno, co rozmnożyć przez licznika, a rozdzielić przez mianownika; a zatém odprawując działanie przez logarytmy, trzeba dodać logarytm licznika, a potém odiać logarytm mianownika, albo co na iedno wychodzi, odiać tylko, zbytek logarytmu mianownika nad logarytm licznika; więc ten zbytek iest właśnie logarytmem ułamka.

Co się tycze dzielenia: przyczyna przepisanego w téy mierze działania, niemiędzy łatwo daie się poiać; iakóż dzielić przez $\frac{3}{4}$ np. iest iedno (101) co rozmnożyć przez $\frac{4}{3}$, a zatém czyniąc to działanie przez logarytmy, trzeba dodać lo-

Tom. I.

N

ga-

gamy, że to byłoby, mieć fałszywe ich wyobrażenie, ktoby ie poczytał za liczby mniey wartościace iak zero. Albowiem niemoże bydź nic mnieyszego nad zero.

garytm liczby $\frac{4}{3}$, to jest różnicę między logarytmem *4ech*, a logarytmem *3ech*, albo między logarytmem mianownika zadanego ułamka, i logarytmem licznika jego.

222. Gdyby ułamek, którego logarytmu szuka się, był wyrażony w dziesiętnych; natenczas takowego logarytmu szukać potrzeba, iak gdyby ułamek dziesiętny zadany, niemiął kryski, i odjąwszy ten logarytm, od tyiu iedności, ile było cyfer dziesiętnych, pozostałéy reszcie, trzeba dać znak —.

Np. Chcąc mieć logarytm liczby 0,03; szukam logarytmu liczby 3, który jest 0,477121; odéymuję go od 2, i reszcie dodawszy znak —, mam, —1,522879, albo logarytm liczby 0,03.

223. Może się trafić, iakóż się bardzo często przytrafia, że przemiéniwszy w ieden ułamek, całkowitkę i ułamek, których logarytmu szuka się, licznik, granice tablic przechodzi.

Np. Szukając logarytmu $53\frac{821}{764}$; ta liczba przemiéniona w ułamek, uczyni $\frac{40821}{764}$, którego licznik przechodzi granice nayobszerniejszych tablic.

Należy więc wiedzieć, iakim sposobém znalazdź można w powszechności, logarytm liczby, tablicę przewyższaiący.

Spó-

Spółb który podamy, nieieft ŃiŃy, lecz do użycia poŃpolitego ieft więćy iak doŃtatećzny. Nim do opifaia go przyŃtapićmy, uwaźmy przodem.

224. *16d.* Ze dodaić 1, 2, 3, i. t. d. iednoŃciów, do ćchy logarytmu iakowćy liczby, ta liczba mnoźy Ńię przez 10, 100, 1000, i. t. d. poniewaź ieft to dodać logarytm 10*u*, albo 100*u*, albo 1000*ca*, i. t. d. (202 i 211).

2*re.* Przeciwnym Ńpołobćm, odiać 1, 2, 3, i. t. d. iednoŃciów, od ćchy logarytmu, ieft to rozdzielić liczbę odpowiadaić, przez 10, 100, 1000. i. t. d.

225. To załoićwŃy, niechay zadano bćdzie *np.* wynalćŃź logarytm liczby 357859.

Po prawćy ręce tćy liczby, oddziela*m* kryŃkć tyle cyfer, ile potrzeba, żeby Ńię reŃzta mogła znałćŃź w tablicy *u*. W tym razie oddziela*m np.* dwie cyfry, co mi da 3578,59 to ieft, liczbę Ńto razy mnićŃŃ, od zadanćy liczby 357859.

Szukam w tablicy, logarytmu liczby 3578, i znajduię 3,5536403; biore oraz na boku tego logarytmu połoićonć różnicę *u* 1214, mićdzy tym

N 2

loga-

u Rozumićmy tu poŃpolite tablice logarytmów, które do 20000 albo do 10000 przynajmnićy idć. Tablice Pa Rivard, i Xa de la Caille Ńć dobre i wygodne; a ieŃŃŃe dokładnićŃŃe Ńć Pa Gardiner, wydane z pomnoźeniem w Aweniionie R. 1770.

u Te różnice znajduia Ńię poŃpolicie w tablicach, na boku Ńamychźe logarytmów.

logarytmem, a logarytmem liczby 3579; to zrobiwszy, układam następującą regułę trzech: *Jeżeli różnica między dwiema liczbami 3578 i 3579 o jedną jedność, dacie mi różnicę między ich logarytmami 1214, wiele mi da między dwiema liczbami 3578,59 i 3578, różnica 0, 59? to jest, szukam czwartego wyrazu proporcyi, któraby się od tych trzech poczynala.*

$$1 : 1214 :: 0,59$$

Takowy czwarty wyraz wypadnie 716,26, albo opuściwszy dziesiątne, prosto 716; dodając więc 716 do logarytmu 3,5536103, który był logarytm liczby 3578, i mam 3,5537119; to jest, logarytm liczby 3578,59: teraz żeby mieć logarytm liczby 357859, nie trzeba więcéy tylko dodać dwie jedności, do céchy wynalezione go logarytmu, i będzie żądany logarytm 5,5537119; liczba albowiem 357859, jest sto razy większa, od liczby 3578,59.

Gdyby cyfry, które po prawey ręce oddzielić potrzeba, były wszystkie zera; znalazłszy w tablicy logarytm części po lewéy ręce pozostałej, nie trzeba więcéy nic czynić, tylko do céchy tyle jednościów dodać, ile zerów odłączyło się.

O Logarytmach, których liczby nieznaną się w Tablicy.

226. Ta wiadomość niémniéy jest potrzebna, od poprzedzaiący. W dziele-
niu np. rzadko trafia się, żeby wieloraz był liczbą całą; zatem czyniąc działanie przez logarytmy, w tablicy nieda się znaleźć logarytm resztuiący, chyba w ten czas, gdy wieloraz jest liczbą całą: i ty-
fiąc innych podobnych przypadków trafić się może.

227. Niech nam zadano będzie znaleźć, iakićy liczbie odpowiada logarytm zadany, bądźto że przechodzi tablicę, bądź też że wpada między dwa logarytmy w tablicy.

Od cęchy, odiać potrzeba tyle cyfer ile należy, ażeby znaleźć można w tablicy, pierwsze cyfry logarytmu zadanego. Po tém przygotowaniu, jeżeli wszystkie cyfry znajduią się w tablicy, liczba szukana, będzie taż sama, która na boku w tablicach iest położona, lecz ież na końcu tyle zerów przydać potrzeba, ile iednościów od cęchy odieło się.

Np. logarytm 7,2273467 znajduie się w tablicy, odiawszy trzy iedności od cęchy, i odpowiada liczbie 16879; wnoszę więc stąd, że logarytm zadany 7,2273467 odpowiada liczbie 16879000.

Jeżeli w tablicy, tylko pierwsze cyfry logarytmu znajduią się, postąpić sobie potrzeba, iak w następującym przykładzie.

Zeby znaleźć, do której liczby należy logarytm 5,2432768, odeymuię od cęchy dwie iedności; natenczas logarytm 3,2432768 wpada między logarytmy liczby 1750 i 1751, liczba więc, której ten logarytm odpowiada, iest 1750 i ułamek.

Zeby tego ułamka doszedł, odcinam od mego logarytmu 3,2432768, logarytm liczby 1750, to iest 3,242768, i mieć będę różnicę 2388.

Biorę także w tablicy różnicę 2481, między logarytmem 1751 i 1750, potem układam regułę trzech następującą.

Jeżeli 2481, różnica między logarytmami 1751 i 1750, daie iedną iedność różnicy, między temi liczbami;

Jaką różnicę dać powinna, różnica 2388, między moim logarytmem, a logarytmem liczby 1750?

Znayduię czwarty wyraz $\frac{2188}{2481}$; a tak logarytm 3,2432768, odpowiada liczbie $1750\frac{2188}{2481}$ około; a zatem logarytm zadany, należący do liczby sto razy większej, będzie miał liczbę sobie odpowiadającą $175000\frac{218800}{2481}$, to jest $175096\frac{524}{2481}$; a na dzielnię obróciwszy, odpowiadająca liczba wypadnie 175096,25.

228. Gdyby logarytm zadany, wpadł między logarytmy położone w tablicy, nie trzeba odéymować z céchy żadnej jedności, a zatem i żadnych zerów na końcu działania dodawać; wreszcie tymże samym sposobem iak wyżej, postępować sobie będzie należało.

229. Lecz ponieważ proporcya której w tym sposobie używamy, nie jest (ściśle ią wzięwszy) doskonała * i nieprzybliża się do prawdy, tylko gdy liczby których szukamy są wielkie; przeto gdyby logarytm zadany był niższy, od logarytmu liczby 1500, dla większej doskonałości, trzeba do céchy dodać tyle jednościów, ile można żeby logarytm tablic nieprzeszedł; i znalazłszy liczbę w tablicy do od-
powia-

* Ta proporcya jest wzięta, iak gdyby różnice logarytmów, były doskonale proporcjonalne, różnicom liczb; co nigdy doskonale nieprawdzi się, lecz w większych nieco liczbach, do doskonałości dosyć się przybliża; na czem można przestać, w użyciach pospolicznych.

powiadania naybliższą, po prawéy ręce iéy, odłączy się tyle cyfer kryską, ile iednościów do céchy dodało się, na czém przestać można nayczęściéy; lecz chcąc mieć więcéy dzieśiatnych, trzeba ułożyć proporcya iak wyżej (227), i czwarty wyráz na dzieśiatne obróciwszy, takowe przypisać, do dzieśiatnych znalezionych w tablicy.

Np. Gdyby zadano było, logarytm 0,5432725, iakiéy liczbie odpowiada? ponieważ ten logarytm, wpada między logarytmy 3ech i 4ech, a zatem liczba, do której należy, iest daleko niższa od 1500; przeto przydawszy trzy iedności do iego céchy, szukam tego logarytmu, to iest logarytmu 3,5432725; znajduię że wpada między logarytmy 3493 i 3494, stąd wnoszę że liczba szukana, iest 3,493, z różnicą tylko, o iedną tyśiączną okolo. Lecz ieżeli na takowym przybliżeniu się, ieszcze niedosyć; wezmę różnicę między moim logarytmem, i logarytmem liczby 3493, to iest 739; wezmę podobnież różnicę między logarytmami liczb, 3493 i 3494, i szukać będę, rozumuiąc iak wyżej (227). czwartego wyrazu proporcyi, od następujących trzech, poczynaiący się.

$$1243 : 1 :: 739$$

Ten czwarty wyráz obrócony na dzieśiatne, uczyni 0,594; a zatem liczba żądana będzie 3,493594.

Wreszcie, takowe powtórne przybliżenie się, ma także swoje granice; ponieważ logarytmy tablic, niebędąc doskonałe okolo o poł iedności dzieśiatnéy siódmego miéysca, różnice, tym małym błędem są podobnież zarażone; lecz przybliżenie można zawsze pociągnąć bezpiecznie aż na trzy dzieśiatne:

siatne: wreszcie, rzadko trafia się potrzeba, tak dalekiego przybliżenia; uwaga którąśmy tu podali, powinna niemniej służyć, w użyciach téżże samej proporcji, wyżey położonych (225 i 227).

230. Chcąc mieć ułamek, któremu odpowiada logarytm zadany *przeczący*; ten logarytm odjąć potrzeba, od 1, 2, 3, albo 4, i. t. d. iednościów, podług rozległości tablic; a znalazłszy liczbę odpowiadającą pozostałemu logarytmowi, po prawey ręce iey oddzielić trzeba kryšką, tyle cyfer, od wielu iednościów, był odciągniony ów logarytm.

Np. Chcąc wynaleśdź iakiemu ułamkowi odpowiada logarytm — 1,5327325; odéymuię logarytm 1,5327325 od 4. i zostaje mi 2,4672675; który w tablicach, znajduie się między logarytmami liczb 293 i 294; wnoszę stąd że ułamek żądany jest między 0,0293 i 0,0294; to jest, że jest 0,0293 przybliżony o iednę dziesiętyśiączną.

Wrzeczy samey, odjąć od 4, logarytm zadany 1,5327325, jestto (221), rozmnożyć 10000 przez ułamek, do którego należy tenże zadany logarytm, albo co na iedno wychodzi, jestto rozmnożyć ten ułamek przez 10000; a zatém liczba znaleziona, jest 10000 razy większa; trzeba ją więc, rachować za dziesiętyśiączne.

Tego wszystkiego, cośmy dotąd mówili, znajdziemy niżej bardzo częste użycia. Teraz nam dosyć na tém będzie — gdy podamy niektóre przykłady, które-

by

by nas przekonały o użyteczności logarytmów, co do łatwości i prędkości w rachowaniu.

P R Z Y K Ł A D I.

Mam szukać np. Wielorazu liczby 17954. rozdzielonej przez 12836, przybliżonego aż o jedną tyśiączną.

Logarytm 17954 - - - 4, 2541612.

Logarytm 12836 - - - 4, 1084297.

Reszta 0, 1457315.

Tę resztę szukając w tablicach, z cechą mocniejszą o 4 jedności, znajduję liczbę odpowiadającą 13987; a zatem wieloraz żądany jest 1, 3987.

P R Z Y K Ł A D II.

Zadano mi jest wyciągnąć pierwiastek sześcienny, przybliżony o jedną tyśiączną, z liczby 53.

Logarytm 53 *ech* jest - - - 1, 7242759.

Trzecia część, albo trójka jego (215) 0, 5747586.

Którę szukając w tablicy, z cechą mocniejszą o 3 jedności; znajduję liczbę odpowiadającą 3756, a zatem żądany pierwiastek będzie 3, 756.

Zeby poznać użyteczność Logarytmów, nie trzeba tylko poszukać takowego pierwiastka podług podanego wyżej sposobu (146).

P R Z Y K Ł A D III.

Niechay będzie zadano, rozmnożyć 4, 53 przez 0, 527.

(219) Logarytm 4, 53 - - - 0, 6560982.

(222) Logarytm 0, 527 - - - 0, 2781894.

więc (221) - - - - - 0, 3779088.

który jest (227) logarytmem liczby 2, 38731.

Wreszcie, w tym i tym podobnych przykładach, nie ma potrzeby udawać się do reguł danych (219 i 222),
do-

dosyć jest, dodać razem logarytmy dwóch liczb zadanych, iak gdyby dziesiętnych niebyło, a znalazłszy liczbę odpowiadającą, odłączyć (64) tyle dziesiętnych, ile ich było w obu czynnikach.

P R Z Y K Ł A D IV.

Jest zadano, znaleźć cztery śródkki proporcjonalne Jeometryczne, między liczbami $2\frac{2}{3}$ i $5\frac{1}{4}$.

Trzebaby podług (99) dla wynalezienia sfunkku progressyi, rozdzielić $5\frac{1}{4}$ przez $3\frac{2}{3}$, i z wielorazu wyściągnąć piąty pierwiastek.

Przez logarytmy, jest działanie próscieysze; szukam logarytmów liczb $5\frac{1}{4}$ albo $2\frac{2}{3}$, i $2\frac{2}{3}$, albo $\frac{4}{3}$; Znajduję, 0,7596678 i 0,4259687. Odęymuię ten ostatni, od pierwszego (216), i reszty (215) biorę piątą część; która będzie, 0,0667398, to jest logarytm szukanego sfunkku. Liczba, temu logarytmowi odpowiadająca jest 1,1661, przybliżona o jedną dziesięć tyśiączną. A tak, chcąc mieć śródkki proporcjonalne żądane, nieotrzeba nic więcey, tylko rozumnożyó pierwszy wyraz $2\frac{2}{3}$, przez 1,1661: a potem mnożość znowu przez 1,1661, i. t. d.

Lecz do prędkiego odprawienia takowych mnożeń, ieszcze użyć można logarytmów; dosyć jest dodać koleyno wynaleziony logarytm sfunkku, raz, dwa, i t. d. wzięty, do logarytmu pierwszego wyrazu $2\frac{2}{3}$ także wynalezionego, wypadki będą następujące.

Log: $2\frac{2}{3}$ - 0,4259687,		śródkki proporcjonalne odpowiadai:
więcey log:	sfunkku 0,4927085.	3, 109
więcey 2 razy log:	sfunkku 0,5594483.	3, 626
więcey 3 razy log:	sfunkku 0,6261881.	4, 228
więcey 4 razy log:	sfunkku 0,6929279.	4, 931

O Dopelnieniu arytmetyczném
i użyciu onego.

231. Kiedy w działaniu czynioném przez logarytmy, znajduia się logarytmy, które trzeba odéymować; przez następującą uwagę działanie uczynić można prościéyszym. Mając odéymować liczbę bądź iakąkolwiek, od drugiéy, która jest iednością, po sobie tyle zerów mającą, ile w pierwszéy cyfer znajdzie się; działanie wychodzi, na napisanie tylko różnicy między 9, i każdą cyfrą liczby zadanéy, oprócz ostatniéy, w którém pisze się różnica między 10, i ostatnią cyfrą.

Np. mając 526927, odjąć od 1000000; odéymuję kolejno cyfry 5, 2, 6, 9, 2 od 9, ostatnią zaś cyfrę 7, odéymuję od 10, i mieć będę resztę 473073.

Ta reszta, nazywa się *dopelnieniem arytmetyczném* (complementum arithmeticum) liczby zadanéy.

Odéymowanie tym sposobém zrobione, jest tak proste, że go za działanie liczyć niemożna; idzie zatem, że chcąc złożyć wypadek iakowy, z dodania i odjęcia kilku liczb wynikający, działanie da się zawsze przemienić w samo dodawanie.

Np. trzeba dodać dwie liczby 672736 i 426452, od ich summy odjąć dwie liczby 432752, i 118675;
to

to działanie wyciąga dwoyga dodania, i iednego odeymowania; zamiast których działań, używam następującego:

672736

426452

Dopełnienie arytmetyczne liczby 432752 567248

Dopełnienie arytmetyczne liczby 118675 881325

Summa 2547761

to jest, dodaę razęm dwie pierwsze liczby zadane, i dopełnienia arytmetyczne dwóch ostatnich; summa wypadnie 2547761; pierwszą cyfrę 2, od lewéy ręki poczynając, przemazać trzeba, a pozostałe cyfry 547761 będą żądanym wypadkiem.

Przyczyna tego działania łatwo poiąć się daie; uważając że zamiast odjęcia liczby 432752, iak zadano było, dodaę dopełnienie ięy arytmetyczne, to jest 1000000, mniej 432752; czynię więc oraz odjęcie zadane, i pomnożenie o 1000000, to jest o ieden dziesiątek pierwszej cyfry wypadku; a zatem ile dopełnień arytmetycznych przydam, tyle mieć będę dziesiątków za wiele, względem pierwszej cyfry wypadku.

Użycie tego w logarytmach, jest oczywiste.

P R Z Y K Ł A D I.

Niech zadano będzie rozdzielić 3760 przez 79; trzebaby odjąć logarytm liczby 79, od logarytmu liczby 3760; zamiast tego działania piszę.

Log: 3760. - - - - 3,5751878.

Dopełn: aryt: log: 79 - 8,1023729.

Summa 11,6775607.

A tak 1,6775607, jest logarytmem wielorazu, który odpowiada liczbie 47,59 przybliżoney o iedną setną.

P R Z Y K Ł A D II.

Gdyby potrzeba było rozmnożyć $\frac{571}{4}$, przez $\frac{312}{4}$; należałoby (97) rozmnożyć 675 przez 952, i 527 przez 377, a potem rozdzielić pierwszą mnogość przez drugą. Przez logarytmy, działanie skńczy się na tem, co następuje.

Log:

Log: 675 - - - - - 2,8293038.

Log: 952 - - - - - 2,9786369.

Dopeł: arytm: Logarytmu 527 7,2781894.

Dopeł: arytm: Logarytmu 377 7,4236590.

Summa 20,5097897.

A zatem, logarytm mnogości jest 0,5097897, którego szukając z cechą większą o trzy jedności, odpowie liczbie 3,234.

Dopełnienie arytmetyczne użyć się daie, do wyrażenia logatytmów ułamkowych, pod tąż postacią iak liczb całych, i do użycia ich w rachunkach tymże sposobem. Przez co, uniknąć można różności logarytmów *przeczących* i logatytmów *twierdzących* (positivus). Pamiętać tylko potrzeba że cecha logarytmu ułamków właściwie rzeczonych, o 10 jednościów będzie zamocna.

Np. chcąc mieć logarytm ułamka $\frac{1}{4}$, który (89) nie jest co innego tylko 3, rozdzielone przez 4; zamiast odjęcia logarytmu 4 *rech* od logarytmu 3, to jest, zamiast odjęcia logarytmu 3, od logarytmu 4, i dania reszcie (220) znaku —; dodając do logarytmu 3, dopełnienie arytmetyczne logarytmu 4;

Log: 3. - - - - - 0,4771213.

Dopeł: arytm: logarytmu 4. - - - 9,3979400.

Summa 9,8750613.

Summa, jest logarytmem ułamka $\frac{1}{4}$, którego cecha o 10 jednościów jest zamocna. Zunięszczenia takowego, niema potrzeby zaraz czynić; można to odłożyć na koniec działań, które będą z tym logarytmem przedsięwzięte.

Taż sama reguła służy do ułamków dziesiętnych.

Tak, chcąc mieć logarytm ułamka 0,575, który nie jest co innego tylko $\frac{575}{1000}$; do logarytmu 575, dodaję dopełnienie arytmetyczne logarytmu 1000, co w ogólności mówiąc, na jedno wychodzi, iak wzięść logarytm ilości dziesiętnej zadanej, iak gdyby w tej ilości kryłki nie było, i do céchy tego logarytmu dodać tyle jednościów, ile czyni różnica między 10, i liczbą cyfer dziesiętnych. W niniejszém zadaniu np. do céchy logarytmu 2,7596678, liczby 575, dodam 7, to jest różnicę między 10, i liczbą 3ech dziesiętnych, znajdujących się w ilości 0,575; i mieć będę logarytm 9,7596678, to jest logarytm ułamka 0,575; tego nieprzepominając że cécha o 10 jednościów będzie zamocna.

Dopełnień arytmetycznych tak używając, zamiast przeczących logarytmów ułamkowych; nie jest trudniej znaleźć w tablicy, wartości dziesiętne tychże ułamków. Wiedząc że logarytm zadany, jest albo zawiera w sobie jedno lub kilka dopełnień arytmetycznych; wiem że cécha jego będzie zamocna o tyle dziesiątków, wiele wchodzi dopełnień arytmetycznych; a tak, jeżeli liczbę tych dziesiątków przechodzi, łatwo ją będzie zmniejszyć, i znaleźć liczbę iakię logarytm odpowiada, i która będzie albo sama cała, albo cała z ułamkiem złączona.

Lecz jeżeli cécha będzie mniejsza, iak liczba dziesiątków, o które jest zawielka; logarytm należy zapewne będzie do ułam-

ułamka, który znajde następującym sposobem. Szukam podług (226 i dalej), której liczbie logarytm zadany odpowiada; a znalazłszy, oddzielę kryłką po prawej ręce, tyle dziesiątków cyfer, ile cęcha, ma w sobie dziesiątków zbytnich.

Np. gdyby mi był zadany logarytm 8,7322350 wynikły z działania, w które weszło iedno dopełnienie arytmetyczne; ponieważ cęcha mniey waży iak 10, widzę że ten logarytm odpowiada ułamkowi. Szukam naprzód (227) iakię liczbie odpowiada 8,7322350, uważając ją iako logarytm liczby całej; znajduję że odpowiada liczbie 539802600; oddzieliwszy 10 cyfer, mam 0,0539802600, wartość przybliżoną ułamka, logarytmowi odpowiadającego.

Lecz ponieważ bardzo rzadko trafia się, żeby potrzeba było ułamków, w tak wysokim stopniu przybliżonych, można działanie skrócić; zmniejszając zaraz cęchę zadanego logarytmu, o tyle ile potrzeba, żeby ją znalazł można było w tablicach, i biorąc tylko liczbę odpowiadającą, oddzieli się tyle cyfer mniey, iak przepisuje poprzedzająca reguła, ile iednościów od cęchy odcięło się.

Tak, w danym wyżey przykładzie, cęchę o 5 iednościów zmniejszam, i znalazłszy liczbę odpowiadającą 5398, oddziela 5 cyfer tylko, i mam 0,05398.

W podnoszeniu liczby do stopniów, uważać trzeba (213) że mnożąc logarytm przez liczbę, która oznacza stopień podniesienia, mnożyć się także będzie ten zbytek, o który cęcha była zawielka; a zatem, wynosząc do trzeciego stopnia np, jeżeli w logarytmu zadany wchodzi dopełnienie arytmetyczne, to jest, jeżeli cęcha o 10 jednościów jest zawielka; cęcha logarytmu sześciannu będzie o 30 jednościów zawielka, i tak o innych; łatwo ją więc, do należytej wartości zaraz przyprowadzić można, albo też to potem nadgrodzić.

W wyciąganiu pierwiastków, gdy wchodzi dopełnienia arytmetyczne w logarytmy użyte; żeby uniknąć wszelkiey omyłki, trzeba pamiętać dodać i odjąć od cęchy tyle dziesiątków ile potrzeba, ażeby to, o wiele będzie zamocna czyniło tyle dziesiątków, ile znajduje się jednościów w liczbie, oznaczającej stopień pierwiastka; i według reguły pospolitey rozdzieliwszy przez liczbę, oznaczającą stopień pierwiastka, cęcha będzie właśnie o 10 jednościów zamocna.

Np. gdyby potrzeba było sześciennego pierwiastka ułamka $\frac{276}{347}$; do logarytmu 276, dodać dopełnienie arytmetyczne logarytmu 547.

Logarytm 276	-	-	2,440901.
Dopeł: aryt: logarytmu liczby 547	7,2620127.		

Summa 9,702918.

Do którejto cęchy dodać - - 20.

29,702918.

ażeby stała się o trzy rotki zamocną, i mam 29,702918, którego logarytmu wzięta jedna trójka 9,9009773, jest logarytmem żadanego sześciennego pierwiastka, lecz z cęchą o 10 jednościów zamocną; przeto według tego co się wyżej powiedziało, znajduje pierwiastek sześcienny o jedną dziesiątą tyśiączną przybliżony 0,7961.

T A B L I C A

W A G i M I A R

W A R Y T M E T Y C E U Ż Y W A N Y C H

T U D Z I E Ż C H A R A K T E R Y S Ł U Ż A C E D O O Z N A C Z E N I A I C H.

M O N E T A.

Charaktery Poddziały.

L.	znaczy	Liwra Franczka			denarów
s.		Sold Francuzki.	1. Sold		12
d.		Denar Francuzki.	1. Liwra	20	240

Czas

d.	znaczy	.	.	.	.	dzień.
g.	.	.	.	.	.	godzina.
1.	.	.	.	.	.	minuta.
11.	.	.	.	.	.	minuta wtóra
						min: wtóre.

		1. min:	60
	1. godz:	60	3600
1. dzień	24	1440	86400

W A G A

Waga grzywienna Paryzka (Poids de marc)

fr.	znaczy	.	.	.	.	font
G.	.	.	.	.	.	grzywna
U.	.	.	.	.	.	uncya.
D.	.	.	.	.	.	dragma.
S.	.	.	.	.	.	skrupuł.
z.	.	.	.	.	.	ziarno.

)1(

Ziar-

					1 skrup:	24			
					1 drag:	3	72		
					1 unc:	8	24	576	
					1 grzyw:	8	64	192	4608
1 funt	1	16	128	384	9216				

Waga Angielska (de Troy)

Tę wagi używają w Anglii, do ważenia rzeczy drobnych i drogich, uncya waży 585 $\frac{1}{2}$ ziarn, wagi Paryzkićy.

Ziarna

					1 skrup:	20		
					1 drag:	3	60	
					1 unc:	8	24	480
1 funt	12	96	288	5760				

Waga Angielska, (Avoir du poids)

Tę wagi używają w Anglii, do ciężarów, i wielkich rzeczy, jest także w użyciu w Artyleryi; uncya waży 533 $\frac{1}{3}$ ziarn, wagi Paryzkićy.

dragmy

		1 unc:	16
1 funt		16	256
1 Cent:	112	1792	28672

Mia-

Miara długości.

111

s. znaczy	.	.	.	.	.	sążeń
ft.	.	.	.	.	.	stopa
c.	.	.	.	.	.	cal
l.	.	.	.	.	.	linia
p.	.	.	.	.	.	punkt

Punkta

		1 linia	12
	1 cal	12	144
1 stopa	12	144	1728
1 sążeń	6	72	864
			10368

Każda kratka w téy tablicy, oznacza wiele miar się jednościów, wyżéy napisanego gatunku, w iedności pierwizéy, od którój linia poczyyna się, i takowe iedności, są po prawéy ręce w kratkach położone, w linii poziemnén z główną iednością.

Krok polpolity zawiera w sobie	2 $\frac{1}{2}$ ft.
Krok Geometryczny	5 ft.
Łokieć Paryzki	3 ft. 7 cal: 10 l. $\frac{3}{4}$
Stopa Paryzka rozdzielona na	1440 części.
Stopa Londyńska ma takichże	1351, 7
Stopa Reńska	1392.

Przydatek wag i miar krajowych pospolitey używanych, tudzież monet zagranicznych.

1. Cwierć:

1 Połhoć: 2

1 Łót: 2 4

1 Grzyw: 16 32 64

1 funt 2 32 64 128

1 Kam: 32 64 1024 2048 4096

1 Cetn: 5 160 320 640 1280 2560

WAGA.

Szyfont waży
Kam: 13. albo
416. funtów.

Miary.

Łokieć Warszawski ma w sobie części 2632, takich na łokich 1440. Stopa Francuzka rozumie się być podzielona.
 Łokieć Litewski jest równy dwóm stopom Paryzki n.

Poddziały Łokcia.

				1 Punkt
				1 Linia
				1 Cal.
				1 Stopa
1 Łokieć.	2	24	288	3456

Poddziały Sznuła mierniczego.

				Linii
				1 Cal.
				1 Stopa
				1 Łokieć
1 Sznuł.	70	75	150	1800
1 Pręt	7 ½	15	180	2160
1 Łokieć	2	24	288	3456

w Litwie Pręt podziela się jeszcze na 10. pręcików

M O N E T A.

WE FRANCYI.

Luidor, jest sztuka złota wartująca 24. liwry.
 Wielki talar, sztuka srebrna, warta 6. liwrów.
 Mały talar, sztuka srebrna, warta 3. liwry.
 Kupcy Warszawscy, rachują na czerwony Złoty
 10. liwr: i 12. soldów.

w HOL-

w *HOLLANDYI.*

Den: Holl:

Czerw: złot: daje się pospolicie
w 5. zł: i 5. stywr.
a w banku waży
tylko 5. złot.

				1. Fenik.	8
			1. Styw:	2	16
		1. Szyling	6	12	96
	1. Złot.	3 $\frac{1}{3}$	20	40	320
1. Taler.	2 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{3}$	50	100	800
1. Liwr.	2 $\frac{2}{5}$	6	20	120	240
					1920

Pieniądze Bankowe, w Amsterdanie różnią się, od pi-
niędzy biegu zwyczajnego, tak że 104. albo 105. Złł,
w zwyczajnym biegu, nieważą tylko 100. Złł: w Banku.

w *ANGLII.*

Denarów

	1. Sold a.	
	Szeling.	12
1. Liwr-		
sterling.	20	240
1. Gwinea	1 $\frac{1}{4}$	21 $\frac{1}{2}$
		258

Kupcy Warszawscy, biorą Liwr-sterling, za 40. Złł. Poll.

w *NIEMCZECH.*

w Wiedniu, Pradze, Frakforcie nad Menem, w Norymberdze
w Augszpurgu; na Monetę Państwa Cesarzskiego

Feników

Czerw: złot: waży 4. złot.
10. gr: (m. l. w.)

	1. Grayc.	4
	1. Złoty	60
1. Taler	1 $\frac{1}{2}$	90
		360

			Feników
	1. Dbry grofz.	12	
	1. Taler.	24	288
1. Czerw: Złot:	2 $\frac{3}{4}$	66	792
			czasem mniej czasem więcej.

w Berlinie, Frakf: nad Odrą, Magdeburg: i Margr: Brandeb:
Przed uftanowieniem Banku R. 1765, rachowano iak w Saxonii

			Denary.
zaś pouftanowie-	1. Sold.	12	
niu Banku,	1. Liwr.	30	360
1. Czerw: Zł:	2 $\frac{3}{4}$	66-68	792

W WROCŁAWIU I ŚLĄSKU PRUSKIM.

			Denary.
Rachują także na pieniądze	1. Grofz.	20	
Śląskie; Taler zwyczajny	1. Taler.	30	600
czyni 1 $\frac{1}{8}$. tal: Śląs.			

W HAMBURGU.

			Denary.
Takich 116. soldów,	1. Sold.	12	
nieczynią w Banku, tyl-	1. Grzyw.	16	192
ko 100. sold.	1. Taler.	3	48
			176

W KRO-

w KROLEWCU, MEMMELU, GDANSKU,

v1

Feniki.

w Gdańsku jest moneta Gdań-
ska i Pruska: na Pruską
Czerw: Zł: waży
9. Zł: na Gdańską,
zł: 9. i 20. gr.
(m. l. w.)

			1. Szeląg	6
			1. Grosz	3
			1. Złoty.	30
			1. Taler.	3
				90
				270
				1620

w MOSKWI.

Moskwiewki

w Hollandyi biorą rubla
24 50. foldów; a w banku
24 48. foldów.

			1. Kopyka	2
			1. Grzyw:	10
			1. Rubel.	10
				100
				200

w KURLANDYI.

Groszy

Czerw: zł: waży 2, talery
albo 6. złor.

			1. Złoty.	30
			1. Taler.	3
				90

w RZYMIE.

Pół kwadryn.

Szkud złoty, waży
1324. półkwadry:

			1. Kwadr:	2
			1. Baiok.	5
			1. Paul.	10
			1. Teston	3
				30
				150
				300
			1. Szkud.	3 $\frac{1}{3}$
				10
				100
				500
				1000

Czerw: zł: Pap: waży 21. Paulów. (m. l. w.)

		1. Sold.	12
	1. Lira.	20	240
1. Dukat.	$6 \frac{1}{5}$	124	1488

Dukaty Bankowe są inſze; 100. duk: bank: waży 960. lirów
Duża bank: dzieli ſię na 24. gr. w Hollandyi biorą go za 90. fen:
Flamm: Czerwony złoty zaś Hollenderſki, waży $2 \frac{2}{5}$ duk: bank:
Weneckie. (m. l. w.)

w GENU Y I.

Denary

	1. Sold	12
1. Lira	20	240

100. Lirów bankowych.
waży 115. Lir: zwyczajnych.
Czerw: zł: wypada na 13. lir:
i 8. sold.

Szkud złoty waży 1. Lir 8. sold.
Szkud ſrebrny 7. 12.
Piaſtr - - - 5.
Szkud w wexłach 4.

w KONSTANTYNOPOLU.

Manteiry

Cz: zł: ofszacowany ieſt .. na 160. Paras,			1. Aſper	+
ale podług ceny wexłowej w Am- ſterdamie, waży 150. far:		1. Paras.	3	12
Cekin ofszacowano na 155. Paraſi: ſą też		1. Beſlik.	$1 \frac{2}{3}$	5
i piaſtry; ważące		1. Olik.	$3 \frac{1}{3}$	10
po 100. 1. Now: ſlot.	8	16	$26 \frac{2}{3}$	80
Aſprów.				320
1. Star: ſlot.	$1 \frac{1}{8}$	9	18	30
				90
1. Piaſtr.	$1 \frac{1}{2}$	12	24	40
				120
				480

Dla porównania wartości tych monet, z krajową, doſyć
będzie wiedzieć, że 3. złote Polſkie waży.

w Francyi . 2. Liwry.	w Hamburgu 18. Soldów bank.
w Hollandyi . 140. Denarów.	w Krolewcu 44. Groſzy 2. ſzel.
w Anglii . 22. Denarów.	w Petersburgu 38. Kopełków.
w Wiedniu . 45. Graycarów.	w Rzymie 192. Baioków.
w Saxonii . 12. Dobrych gros.	w Wenecyi 4. Liry.
w Berlinie . 11. Soldów.	w Genui 502. Denarów.
w Śląſku . 45. Graycarów.	w Konſtantynopol: 80. Aſprów.

Tę cwałnacyi iednakże, nie lubią trzymać ſię kupcy; iako o tem
mieliſmy okazy, dokładnię powiedzieć na inſtém mięyſcu.

T R E S C

FUNDAMENTOW.

Iłość, jest to wszystko, co-
kolwiek daie się zwię-
liżyć albo zmniejszyć. l. 1.
Arytmetyka jest nauka li-
czebna. l. 2.
Jedność, jest wyraz przy-
mówienia wszelkiéy ilości,
do drugiéy ilości, tegoż ga-
tunku. l. 4.
Liczba wyraża wiele jest ie-
dnościów, albo części iedno-
ściów, w iakiéy ilości. l. 5.
Liczba niemianowana, jest
która żadnego gatunku nie
wyraża. l. 6.
Liczba mianowana, jest
która iakowy gatunek rzeczy
wyraża. l. 6.
Liczenie, jest nauka wyma-
wiania, i wystawiania liczb. 7.
Praktyka liczenia, gruntu-
je się na tym fundamencie
powszechnéy zgody, że gdy

jest wiele cyfer w iednéy li-
nii napisanych, z iednościów
wyrażonych przez każdą z
takowych cyfer, każda wár-
ta dzieścić razy więcéy, iak
iedność cyfry, po prawéy rę-
ce będącéy, a dzieścić razy
mniéy, iak iedność cyfry, po
lewéy ręce położonéy. l. 15.

Liczby samotne, niemaią
w sobie tylko ieden gatunek
iednościów. . . . l. 18.

Liczby wielorakie wyraża-
ią ilości, których części są
do różnych iednościów przy-
stósowane. . . . l. 18.

Dzieśiatne, są części, co-
raz dzieścić razy mniéysze,
iak iedność; wyrażaia się przez
cyfry po prawéy ręce iedno-
ściów położone; od tychże
iednościów kryską będąc od-
dzielone. l. 21.

Liczba, staie się dzieśiąt razy większą lub mnieyszą, gdy się kryśka o jedno mięysce, na prawą posuwa, albo na lewą cofa. . . l. 28.

Dodawanie, iest działanie, przez które w iedney szcze-gólnie liczbie, wyraża się wartość całkowita, wielu liczb iednego gatunku. l. 32.

Odęymowanie, iest działanie, przez które wynayduje się reszta, zbytek, albo różnica, między dwiema liczbami, iednakowego gatunku. . . l. 34.

Mnożenie, iest działanie, przez które, powtarza się liczba tyle razy, ile iest iedno-ściów w drugiey liczbie. l. 40.

Liczba, która się powtarza, nazywa się mnożny, ta zaś co wskazuje, wiele razy liczba pierwsza była powtórzo-na, nazywa się mnożnik; wypadek zaś z mnożenia, nazywa się mnogość. l. 41.

Czynnikami, nazywają się liczby, które się mnożą iedną przez drugą. . l. 42.

Mnożenie, iest powtórzone dodanie mnożnego, tyle ra-zy, ile się nayduie iedno-ściów w mnożniku. l. 43.

Mnogość, iest zawsze tę-że samęy natury, co mno-żny. . . l. 47.

W mnożeniu części dzie-śiątnych, mnogość powin-

na mieć, tyle cyfer dzieśią-tnych, ile ich nayduie się w obu czynnikach. . l. 54.

Dzielenie, iest działanie, przez które szuka się, wiele razy iedna liczba, w drugiey zawiera się. . . l. 55.

Liczba, która się dzieli, nazywa się dzielny, przez którą się dzieli, iest dziel-nik, a ta co się nayduie, nazywa się wieloraz. l. 58.

Dzielnę, iest zawsze ró-wny mnogości wynikają-ćey, z rozmnożenia dzielni-ka przez wieloraz. . l. 58.

Natura iednościów wie-lorazu, nie może być w po-wszeczności naznaczona, tyl-ko przez rodzaj zadania, któ-re iest okazyą dzielenia. l. 59.

Dzielenie części dzieśią-tnych, iest toż samo, co liczb całych, uważając tylko, że- by liczbę dzieśiątnych dziel-nego, zrównać z liczbą dzie-śiątnych dzielnika. l. 65.

Ułamek, nazywa się, ied-ną, albo wiele części iedno-ści, podzielonę, na iakąkol-wiek liczbę równych czę-ści. . . l. 74.

Ułamek, wyraża się przez dwie liczby, z których iedna wskazuje, na wiele części ied-ność iest podzielona, i na-zywa się mianownik; drug-żunczy wiele takich czę-ści wchodzi w wartość ułam-ka

ka, i nazywa się licznik. l. 76.

Licznik i mianownik nazywają się dwa wyrazy ułamka. l. 78.

Wyrażenie ułamkowe, którego licznik jest większy od mianownika, jest wartością większą jak jedność. l. 79.

Kiedy wyrażenie ułamkowe, większe wartością jak jedność, wartości jego dóysdź można, dzieląc licznika przez mianownika. . . . l. 80.

Liczbę całą, można przemienić w ułamek gatunku oznaczonego, mnożąc ją przez mianownika tego ułamka. l. 80.

Wartość ułamka nieodmienna się, mnożąc, lub dzieląc, oba wyrazy przez tę samą liczbę. . . . l. 81. 82.

Na tym fundamencie, można dać przyczynę przywiezienia, wielu ułamków do wspólnego mianownika; albo do najprościjszego wyrażenia. . . . l. 83. 84. 86.

Liczba pierwsza, jest ta, która nie ma innego dzielnika, tylko jedność, albo siebie samę. . . . l. 87.

Ułamek można uważać, jako wieloraz pochodzący z podzielenia, w którym licznik był dzielnym, a mianownik dzielnikiem. l. 89.

Ułamek można przemienić na dziesiętne, dzieląc li-

cznika przez mianownika, przydawszy mu wprzód, tyle zerów, ile zechcę mieć dziesiętnych. l. 92.

Chcąc dodać ułamki, albo je odjąć, trzeba wprzód żeby były przywiezione do wspólnego mianownika; potem dodają się lub oddejmują liczniki, a summie lub reszcie, przydaje się mianownik wspólny. l. 94. i 95.

Chcąc rozmnożyć ułamek przez ułamek, trzeba rozmnożyć licznika przez licznika, i mianownika, przez mianownika. l. 97.

Chcąc rozdzielić ułamek, przez ułamek, trzeba je rozmnożyć, ale, ułamek dzielnika, wprzód przewrócić. l. 101.

Dóysdź wartości ułamka, jest to szukać, wiele wartości, w częściach pomniejszych, głównej jedności, który część wyraża. . . l. 104.

Ułamek ułamka, jest równy mnogości wszystkich ułamków, które wchodzi w jego wyrażenie. l. 108.

Dodawanie, i oddejmowanie liczb wielorazowych, różni się od liczb samotnych, tylko przez rozmaite podziały jedności. l. 110. 111.

Liczba, jest częścią wielokrotną drugiej, gdy w

nię

nić mieści się pełna. l. 113.

W mnożeniu liczb wielorakich, mnięysze gatunki, uważają się iak ułamki, iedne na przeciw drugich, i na przeciw główney iedności. . . . l. 115.

W dzieleniu liczb wielorakich, trzeba dzielnika zrobić zawżę, liczbą samotną l. 122. i dalej.

Kwadrat liczby, jest mnogość téżę liczby z rozmnożenia ię, przez siebie samę, pochodząca. . . l. 123.

Pierwiaszek Kwadratowy, jest liczba, która rozmnożona przez siebie, ten kwadrat złożyła. . . l. 124.

Kiedy liczba niejest doskonałym kwadratem, pierwiaszek iego nazywa się pierwiaszek przybliżony. . 126.

Kwadrat liczby, złożony z dzieśiątków i iednościów, zawiera w sobie, kwadrat dzieśiątków, podwóyną mnogość dzieśiątków przez iedności, i kwadrat iednościów. . . . l. 127.

Na tym fundamencie gruntuje się, wyciągnięcie kwadratowego pierwiaszka, z liczby, złożony z więćę iak z dwóch cyfer. l. 129. i dalej.

Chcąc przybliżyć się do pierwiaszka kwadratowego, liczby, która niejest doskonałym kwadratem, trzeba

dodać na końcu téy liczby, dwa razy tyle zerów, wiele chcę mieć dzieśiątnych w pierwiaszku. . . l. 133.

Chcąc wyciągnąć kwadratowy pierwiaszek z ułamka, trzeba wyciągnąć takowy pierwiaszek z licznika i z mianownika, jeżeli oba wyrazy ułamka są doskonałymi kwadratami; jeżeli nie, przemienia się ułamek, na dzieśiątne, w liczbę parzystę cyfer dzieśiątnych, i dopiero pierwiaszek kwadratowy wyciąga się. l. 135. i dalej.

Sześcian liczby, jest mnogość téżę liczby rozmnożony przez swój kwadrat. . . . l. 140.

Pierwiaszek sześcienny, jest liczba, która rozmnożona przez swój kwadrat, odda daie nazad sześcian. l. 142.

Sześcian, liczby złożony z dzieśiątków i iednościów, zawiera w sobie sześcian dzieśiątków, potrójny kwadrat dzieśiątków rozmnożony przez iedności, potrójność dzieśiątków rozmnożoną przez kwadrat iednościów, i sześcian iednościów. . . . l. 145.

Na tym fundamencie gruntuje się wyciągnięcie pierwiaszka sześciennego z liczby, złożony z więćę, iak z trzech cyfer. . . l. 146.

Można przybliżyć się do pierwiastka sześciennego liczby, która nie jest doskonałym sześcianiem, dodawszy na końcu tej liczby, trzy razy tyle zerów, ile mieć zechcę dzielnych, w pierwiastku. . . . l. 147.

Cheąc wyciągnąć sześcienny pierwiastek z ułamka, wyciąga się pierwiastek sześcienny z licznika, i z mianownika. . l. 148. i dalej.

Stosunek jest wypadek z przybliżowania do siebie dwóch ilościów. . l. 152.

Stosunek Arytmetyczny, zawił, na różnicy dwóch ilościów przybliżowanych do siebie. . . . l. 153.

Stosunek Jeometryczny, zawił na liczbie razy, ile jedna ilość druga w sobie zawiera. . . . l. 154.

Stosunek Arytmetyczny nieodmienna się, gdy dwóm jego wyrazom doda się, albo od obu odćymnie się, też sama ilość. . l. 159.

Stosunek Jeometryczny, nieodmienna się, gdy oba wyrazy, mnożą się albo dzielą, przez tę samą liczbę i 60.

Cztery ilości, są w proporcji, gdy stosunek dwóch pierwszych, jest równy stosunkowi dwóch ostatnich. Proporcja jest arytmetyczna, albo ieometryczna, podług

natury stosunków, one składających. . . . l. 162.

Proporcja ciągła jest ta, w której wyrazy średnie są sobie równe. . l. 164.

W każdej proporcji arytmetycznej summa skrajnych, jest równa summie średnich. . . l. 166.

W proporcji arytmetycznej ciągłej, summa skrajnych, jest dwa razy tak wielka, jak wyraz średni. . . . l. 167.

W proporcji ieometrycznej, mnogość skrajnych jest równa mnogości średnich. . . . l. 168.

A jeżeli proporcja jest ciągła, mnogość skrajnych jest równa kwadratowi wyrazu średniego. . . l. 168.

Czwarty wyraz proporcji ieometrycznej, jest równy mnogości drugiego, rozmnożonego przez trzeci, rozdzielony, przez pierwszy wyraz. . . . l. 169.

Jeżeli cztery ilości są takie, że mnogość skrajnych jest równa mnogości średnich, te cztery ilości są w proporcji. . . l. 170.

Jeżeli cztery ilości są w proporcji, nieprzełączą być takie, choć skrajne na miedzy-
sce średnich będą przełącz-
wione, a średnie na miedzy-
sce skrajnych, albo choć
miedzy-

mieysca średnich, lub skrajnych wyrazów, zostaną przemienione. . l. 171. i 172.

Można rozmnożyć albo rozdzielić przez tę samą liczbę, dwa poprzedniki albo dwa następniki, bez zepsucia proporcji. . . l. 173.

Wielką odmianę w proporcji uczyniwszy, tak że summa poprzednika i następnika, albo ich różnica, jest przystosowana, do poprzednika, albo do następnika, jednakowym sposobem w każdym stosunku; proporcja zawsze zostanie. . l. 174.

Summa, albo różnica poprzedników proporcji, ma się do summy albo różnicy następników, jak się ma jeden poprzednik do swego następnika. . . l. 175.

W ciągu wielu jednakowych stosunków, summa poprzedników, ma się do summy następników, jak jeden poprzednik, do swego następnika. . l. 176.

Stosunek składany, powstaje z dwóch lub więcej stosunków, których poprzedniki mnożą się między sobą, a następniki między sobą. 177.

Stosunek jest dwumnożny, tróymnożny i. t. d. gdy się składa, z dwóch, trzech, i. t. d. stosunków równych. 179.

Mnogosc dwóch, albo więcej proporcjów, rozmnożonych, porządkiem albo ieden wyraz przez drugi, pierwszemu odpowiadający, są w proporcji. . . l. 180.

Kwadraty, sześciany, iłowem wszystkie stopnie liczb czterech ilościów w proporcji będących, są także w proporcji. . . l. 181.

Pierwiastki kwadratowe, sześcienne, i. t. d. czterech ilościów w proporcji będących, są także w proporcji. . . l. 182.

Reguły trzech, jest cellem, wynaléść wyraz proporcji, gdy trzy wyrazy są zadane. . . l. 183.

Reguła trzech jest nieskładana gdy wyrażenie iey, nie zawiera w sobie tylko części wyrazy, z których jednego szukać potrzeba, a trzy są dane. . . l. 184.

Reguła trzech jest prosta, gdy ilości główne, są tym do których należą, prosto proporcjonalne. . l. 184.

Reguła trzech jest odwrotna, gdy ilości główne, tym do których należą, są odwrotnie proporcjonalne. l. 185.

Reguła trzech jest składana, gdy wyrażenie iey, ma w sobie więcej, jak trzy wyrazy wiadome; można ją przy-

przywieść do stanu porcy, w której stosunki są składane. . . . l. 186.

Reguły ipółki jest celen, rozdzielić liczbę na wiele części, któreby między sobą, miały dane stosunki. l. 187.

Progresyja arytmetyczna jest rząd wyrazów, też samę różnicę mających. l. 188.

Którykolwiek wyraz progresyji arytmetycznej, składa się z pierwszego, więcę tyle razy stosunek, albo różnica, ile wyrazów przed nim znajduje się. l. 190.

Progresyja iometryczna, jest rząd wyrazów, z których każdy zawiera w sobie równą liczbę razy, wyraz następujący, albo w nim jest zawarty. . . . l. 195.

Którykolwiek wyraz progresyji iometrycznej rosnącej, składa się z pierwszego, rozmnożonego tyle razy, raz poraż przez stosunek, ile wyrazów przed nim znajduje się. . . . l. 196.

Logarytmy są liczby w progresyji arytmetycznej, które, wyraz w wyraz, odpowiadają, podobnemu rządowi liczb, w progresyji iometrycznej ogdącemu. 200.

W układaniu logarytmów w polpolite użycie wziętych, na odpowiadanie progresyji

iometrycznej dzielącej: 1: 10: 100: 1000: i. t. d. obra- no progresyja arytmetyczną, 0, 1, 2, 3, i. t. d. . l. 201.

Cecha logarytmu liczby, znaczy w którym dzielniku zawiera się ta liczba, l. 206.

Summa logarytmów dwóch liczb, jest równa logarytmowi, ichże mnożności. l. 210.

Logarytm któregokolwiek stopnia liczby, jest równy logarytmowi, tej liczby, rozmnożonemu, przez liczbę, która ten stopień oznacza. lic. 213.

Logarytm pierwiastka liczby, jest równy logarytmowi tej liczby, rozdzielonemu przez stopień pierwiastka. . . . l. 214.

Logarytm wielorazu, wypadłego z rozdzielenia liczby iakićy, jest równy logarytmowi dzielnego, mnię logarytmu dzielnika. l. 215.

Logarytm liczby całej złączony z ułamkiem, znaleźć można, przemieniając, tę liczbę całą w ułamek, i odycmując logarytm mianownika, od logarytmu licznika. . . . l. 218.

Logarytmem ułamka, jest różnica między logarytmami licznika i mianownika, przed którą pilze się znak, ostrzegający, że ta różnica

jest

jest liczbą, którą ięszcze od-
iącbv trzeba; tak że logary-
tmy, powinny być w prze-
ciwném rozumieniu użyte,
jak są te, które służą do mno-
żenia, i dzielenia liczb ca-
łych. . . l. 220. i 221.

Dopełnienie arytmetyczne
liczby, jest różnica, między
tą liczbą, i jednością, po

którey następuje tyle zerów.
ile jest cyfer w tej liczbie
liczb. 231.

Przez użycie dopełnień
arytmetycznych, odęymowa-
nie, przemienia się w doda-
wanie, i logarytmy ułam-
ków, do tych samych reguł
przyprowadzić można, które
służą do liczb całych. l. 231.

K O N I E C

Treści Fundamentów.



FUNDAMENTA
JEOMETRY.

THE
END
OF
THE
WORLD



FUNDAMENTA IEOMETRYI.

Rozległość, w ktòrey ciało
iakowe mieści się, ma za-
wsze trzy wymiary; *długość, széro-
kość i głębokość* albo *grubość*.

Lubo te trzy wymiary razem za-
wsze znayduią się, we wżysłkiem co
tylko iest ciałem, przecież często
trafia się że ie w umyśle odłączamy;
tak gdy myślimy o głębokości rzé-

ki, rowu, i. t. d, długość ich, albo szerokość nas niezatrudnia, podobniez sądzac, wiele *wiązek chróstowych*, (falcine) na *powłokę dziobitni* potrzeba (chemise de la batterie) nieuważamy tylko długość ię i szerokość, bez żadnego względu na grubość.

Trzy tedy gatunki rozległości mamy uważać to iest:

Rozległość w długości tylko, co nazywamy *linią*.

Rozległość w długości i szerokości tylko, co nazwiemy *powierzchnią* (superficies) *równią*, albo *plaszczyzną*.

Nakoniec rozległość w długości szerokości i głębokości, którą nazwiemy, *pełnością*, *bryłą* albo *ciałem* (solidum)

Rozbierzemy kolęyno własności tych trzech gatunków rozległości; i to iest celém téy nauki którą Geometrią nazywamy,

ROZDZIAŁ PIERWSZY.

O *Liniiach*.

2. Końce linij nazywają się *punkta*.
Toż

Toż linie mają miejsca, w których linia jest przecięta; albo gdzie się linie schodzą.

Punkt uważać można, iako częsteczkę rozległości, która ma nie-kończenie mało, długości, szerokości, i głębokości.

Śląd, iednego punktu, któryby się tak ruszał, żeby zawsze ku iednemu i temuż samemu punktowi dążył, iest, co się nazywa *linią prostą*.

Naykrótsza droga, od iednego punktu do drugiego *AB.* (fig. 1) iest *fig. 1.* linia prosta.

Przeciwnie nazywa się *linią krzywą* śląd punktu, któryby w swoim ruchu za kazdym stąpieniem, nie-kończenie mało, na bok zwracał się.

Jawna iest, że ieden iest tylko gatunek linii prostey, a niekończona liczba gatunków, różnych linii krzywych.

Linie proste albo krzywe, które na papierze, lub na iakieykolwiek inney równi ciągniemy, niemogą się obejść bez iakoweyś szerokości; ołówek albowiem, pióro, słowem każde narzędzie którego do tego używamy, niekończy się nigdy taką ostrością, żeby ta mogła być bez wżelkiey długości, i szerokości uważana. A zatem linie takowe, tyl-

ko za wyobrażenie linii właściwych, być poczytane powinny.

fig. 1

3. Chcąc wyciągnąć linią prostą miernę długości, np. gdyby ją prowadzić potrzeba było, na papierze przez punkta A i B . (fig. 1.) wiemy, że się używa do tego linijalu który przykłada się na dwa punkta, albo bardzo blisko A i B , żeby od obu punktów równo odstawał, i ołówkiem albo piórem, wzdłuż tego linijalu powiedzioném, kryśli się linia AB .

Lecz gdy nieco przydłuższą linią wyciągnąć trzeba, w punkcie A przyczepia się koniec sznurka, kredą usmarowanego, a drugi koniec przytwierdziwszy do B , wypręża się sznurek, do góry podniesiony nad AB , który tego spuszczoney, na równią przylega, zostawia ślad; ten będzie żądaną linią prostą.

Gdy o linią bardzo długą rzecz idzie, lecz którey końce od iednego, do drugiego punktu widzieć się daia, na tém się prześtawiać zwykło, że między ięć końcami, znaczy się tylko pewna liczba punktów takowey linii.

fig 2.

Np. chcąc wytknąć linią w polu; na iednym końcu B . (fig 2.) stawia się łaska BD , która przy pomocypionu, ile możności prostopadle być utwierdzona powinna; tymże samym sposobem na drugim końcu A , stawia się druga łaska AD ; potem stanawszy przy tymże punkcie A , kilka lub kilkanaście różnych innych łasek, w różne punkta C, C , i. t. d. między A i B utwierdzić trzeba, tak, żeby przyłożywszy oko iak najbliżej można do AD , i poglądaiąc na łaskę BD , żeby mówię łaska CD , która ma być wstawiona, prosto w BD wpadała;

naten-

natenczas wszystkie punkta C, C, C , tym sposobem wynalezione będą na linii AB znajdować się.

Tymże samym sposobem trzeba by sobie postąpić, gdyby linia prosta AB miała być przedłużona.

Gdy oba końce A i B , niemożną być ieden od drugiego widziane, trzeba się udać do sposobów które podamy niżej.

4. Linie mierzyć się zwykły, przez drugie linie; lecz powiedziawszy w powszechności miara pospolita linii, jest linia prosta. Mierzyć iaką linią prostą, lub krzywą, lub też bądź iakąkolwiek odległość, jest to szukać, wiele razy takowa linia albo takowa odległość, mieści w sobie linią prostą wiadomą, określony długości, która w takowym razie uważa się iako iedność.

Ta iedność, wcale od upodobania zawisła. Dla tego też jest bardzo wiele gatunków miar, do mierzenia takowych linii; na końcu tego tomu, widzieć można tablicę miar, do wiadomości najpotrzebniejszych.

5. Dla tém łatwiejszego zrozumienia tego co o liniach powiedzieć mamy, daymy że figury, w

których ie uważać będziemy, są wyknięte, na powierzchni płaskiej. Nazywa się tak powierzchnia ta, na którą przyłożyć można linię prostą, w każdym rozumieniu, to jest że takowa równia wszędzie będzie od linii prostej dotknięta.

6. Spomiędzy wszystkich linii krzywych, w tych fundamentach, uważać tylko będziemy *okrąg kół* (*periferia circuli*). Nazywa się tak linia krzywa *BCEFDG*. (fig 3) której wszystkie punkta, są równo oddalone od jednego punktu *A*, wziętego na równi, na której jest opisana. Punkt *A* nazywa się *środek* (*centrum*); linie proste *AB*, *AC*, *AF*, i. t. d. które idą od tego punktu do okręgu, nazywają się *promienie* (*radius*), i te wszystkie promienie są równe, ponieważ mierzą odległość od środka, do każdego punktu okręgu,

Linie iak *BD*, które przechodząc przez środek, kończą się z obu stron na okręgu nazywają się *średnicami* (*diameter*); ponieważ każda średnica składa się z dwóch promieni, wszystkie zatem średni-

ce w iednymże kole są sobie równe. Jawną jest oprócz tego, że każda średnica dzieli okrąg na dwie części doskonale równe; albowiem zmyśliwszy sobie figurę tak złożoną, żeby samo zagięcie przez średnicę BD przechodziło, wszystkie punkta BGD , powinny się schodzić z punktami $BCED$: inaczej znaydowałyby się punkta w okręgu, które od środka byłyby nierówno oddalone.

Części BC , CE , ED , i. t. d. w okręgu, nazywają się łukami, (arcus); co się zaś nazywa kołem (circulus) jest sama płaszczyzna, okręgiem $BCFDGB$ obwiedziona.

Linija prosta DF , która się ściąga od końca łuku D , do drugiego końca F , nazywa się cięciwą tego łuku. (chorda).

7. Łatwo widzieć się daie, że cięciwy równe, tegoż samego okręgu, albo okręgów równych, podcinają łuki równe, i odwrotnie. Albowiem, jeżeli cięciwa DG jest równa cięciwie DF , wystawmy sobie, przeniesioną cięciwę DG i z łukiem; przyłożywszy cięciwę DG , na cię-

ciwę

ciwe DF , rzecz oczywista, że ponieważ punkt D , jest spólny, punkt G padając, na punkt F , wszystkie punkta łuku DG , powinny przypaść na łuk DF ; bo gdyby który z tych punktów, nieprzypadł na łuk DF , łuk DG , niemiąłby wszystkich punktów, równo oddalonych od środka A .

8. Zgodzono się na to powszechnie, żeby cały okrąg koła wielkiego lub małego dzielić na 360 równych części, którym dano nazwisko *stopniów* (gradus); stopień dzieli się znowu na 60 równych części, które nazywają się *minutami*, każda minuta dzieli się na 60 równych części, nazwanych *minutami wtóremi*, poddzielając zawsze po 60. części dostają kolejne nazwiska, *minut pierwszych wtórych, trzecich, czwartych*, i. t. d.

Znak stopnia jest.

Znak minuty pierwszej	-	-	'
wtorej	-	-	"
trzeciej	-	-	'''
czwartej	-	-	'''

Tak chcąc naznaczyć 3 stopnie, 24 minut, 55 wtórych, pisze się $3^{\circ}24'55''$

O kątach i miarze ich

9. Dwie linije AB , AC , które się zbiegają z sobą, mogą między sobą czynić większą lub mniejszą otwarcie. 7. tość iako widzieć się daie w *fig. 4. 6. 7.* rach 4, 6 i 7.

Otwar-

Otwartość takowa BAC , iest to co się nazywa *kątem* (angulus), i ten kąt nazywa się *prostokryslny* (rectilineus) albo *krzywokryslny* (curvilineus) lub też *różnokryslny* (mixtilineus), gdy linije które go obéymuią, są albo obie proste, albo obie krzywe, albo téż iedna prosta a druga krzywa.

Niemowimy tu teráz, tylko o kątach prostokryslnych.

10. Zeby doskonałe kąta wyobrażenie powziąć, trzeba sobie zmyślić że linija prosta AB , była na przód do linij AC przyłożona, i zeby ią do położenia iak się znajduje AB przyprowadzić, obrócono ią na punkcie A (iak się obraca nogą cyrkla na swoiéy osi); ilość tedy ta, o którą linija AB iest podniesiona, nazywa się właściwie *kątem*.

To wyrozumiawszy, poiać można, że wielkość kąta niezawisła od wielkości iego ramion, tak dalece, że kąt uczyniony przez linije AC , AB (fig 4) iest wcale tenże sam, fig 4. który zrobili linije AF , i AE przedłużone; iakóż linija AB i linija AE , każda

każda o iednęż ilość obrócić się musiała, nim przyszła do tego położenia.

Punkt A , gdzie się obie linije AB i AC schodzą, nazywa się *wierzchołkiem kąta* (vertex) dwie zaś linije AB i AC , są *ramionami* iego (crura)

W naznacczeniu kąta używać będziemy trzech liter, z których iedna znaczy wierzchołek, a drugie dwie wzdłuż ramion są położone; w wymawianiu zaś takowych liter, literę wierzchołek znaczącą, umieszczemy zawsze we śródku; tak oznaczając kąt między dwiema linijami AB , AC zawarty, powiemy kąt, CAB albo BAC .

- fig 4.* Baczność ta, iest osobliwiey potrzebna, gdy kilka kątów mają swóy wierzchołek w iednymże punkcie; bo gdyby *np.* w *fig 4.* powiedziano było kąt A , niemożnaby wiedzieć, czy o kącie BAC , lub też, o kącie BAD , mowa; lecz gdy się osobno ieden kąt tylko znayduje, iak *np.* w *fig. 5.*
- fig. 5.* można powiedzieć prostą kąt a ; to iest oznaczyć go literą iego wierzchołka.

fig 4. II. Ponieważ kąt BAC (*fig 4*) nieiest co innego, tylko ilość, o którą ramię AB , musiało na punkcie A obrócić się, żeby z położenia A C , do położenia AB przyszło, i ponieważ w takowym obrocie, każdy

punkt

punkt linii AB , np. punkt B , zawsze w iednéyże odległości od A będący, koniecznie czynić musi łuk koła, który powiększa się lub zmniejsza, właśnie w tymże samym stopunku, iak i kąt zmniejsza się albo powiększa, zatem naturalnie łuk takowy należy wziąć za miarę; lecz ponieważ każdy punkt linii AB , czyni łuk rozmaitey długości, przeto niesamę długość łuku brać trzeba, lecz liczbę stopniów i części stopnia, które w każdym łuku, uczynionym przez każdy punkt linii AB , będą zawsze też same; albowiem te wszystkie punkta, zaczynając, postępując, i kończąc bieg swój w iednymże czasie, czynić powinny jednaką liczbę niby kroków, cała różnica na tém zawisła, że punkta, od punktu A bardziéy oddalone, są krokami niby, większemi. Można zatem powiedzieć:

12. Ze kąt którykolwiek BAC (fig 4) ma za miarę liczbę stopniów i części stopnia, łuku między fig. ramionami tegoż kąta zawartego, i 4 z wierszchołka iego, iako ze środka nakręslonego.

Tak gdy w dalszym przeciągu mówić się będzie ten i ów kąt, ma za miarę, ten albo ów łuk: rozumieć trzeba, że ma za miarę liczbę stopniów i części stopnia takowego łuku.

13. Zatem *chcąc rozdzielić kąt na kilka równych części*, nie trzeba więcej, tylko rozdzielić łuk, który mu za miarę służy, na tyle równych części, ile potrzeba, i przez punkta podzielenia, linije do wierzchołka kąta tego wyciągnąć. O podziale łuków niżej mówić będziemy.

14. Jako też *chcąc zrobić kąt równy drugiemu*; np z punktu a , linij ac (fig 5)

4. *chcąc zrobić równy kąt*, kątowni BAC (fig 4); trzeba, otwartością cyrkla upodobaną, z punktu a jako ze środka, nakryślić łuk nieokreślony cb ; wstawivszy potem jedną nogę cyrkla w wierzchołek A danego kąta BAC , tąż samą otwartością, rysuy łuk BC , między dwoma ramionami kąta tego zawarty, a wzięwszy cyrklem odległość od C do B , przenieś ją z c w b , co ci da punkt b , przez który, i przez punkt a , wyciągnąwszy liniją ab , będziesz miał kąt bac , równy kątowni BAC .

W rzeczy samey kąt bac , ma za miarę bc (12) a kąt BAC , ma za miarę BC . Lecz te dwa łuki są równe, ponieważ należąc do okręgów równych, mają oprócz tego cięciwy równe (7); odległość albowiem od b do c była zrobiona tąż sama co odległość od B do C . więc, t. d.

fig. 6, 15. Kąt BAC (fig 6) nazywa się kąt prosty (rectus), gdy jedno z jego ramion AB , nienakłania się ku

ku drugiemu ramięciu AC , ani ku przedłużeniu iego AD .

Nazywa się kąt *ostry* (*acutus*) *fig 4.* (fig 4), gdy iedno ramię iego AB nakłania się bardziéy ku ramięciu AC , aniżeli ku przedłużeniu iego AD .

Nakoniec nazywa się kąt *roz-* *fig.*
warty (*obtus*) (fig 7), gdy ie- *7.*
dno ramię iego AB , nakłania się
bardziéy ku przedłużeniu iego AD ,
aniżeli ku samemu ramięciu AC .

16. Wnieśmy stąd co się powie-
działo o miarze kątów (12) iód
że kąt *prosty* ma za miarę 90° , że
kąt *ostry* ma *mniéy* iak 90° , że kąt
rozwarty ma *więcéy* iak 90° .

Jeżeli albowiem linija AE (fig 3), *fig 3.*
nienakłania się ku ramięciu AB ,
ani ku przedłużeniu iego AD , dwa
kąty BAE , DAE . są równe, a za-
tém łuki BE i DE za miarę im słu-
żące, są także równe; a ponieważ
te dwa łuki, składaiąc razém pół
okręgu, są warte 180° , więc ka-
żdy z nich ma 90° , a zatem téż, i
dwa kąty BAE , DAE , każdy z nich
ma 90° .

Stąd pokazuje się jasnie, że BAC, ma mniej, a BAF więcej jak 90° .

17. 2re. Dwa kąty BAC, BAD
fig 6. (fig 4, 6 i 7) które czyni linija pro-
sta AB padająca na drugą liniją pro-
sta CD są warte razem wzięte 180° .

fig 4 Punkt albowiem A (fig 4), można
zawsze uważać za środek koła, któ-
rego natenczas CD, jest średnicą,
a ponieważ dwa kąty BAC i BAD,
mają za miarę dwa łuki BC i BD
które razem składają połowę okrę-
gu, więc wazą razem 180° , albo
tyle, co dwa kąty proste.

18. 3cie. Ze z tegoż samego punk-
tu A, (fig 3) wyciągnawszy tyl-
fig 3. linij prostych ile się podoba AC, AE,
AF, AD, i. t. d. wszystkie kąty BA
C, CAE, EAF, FAD, DAG, GAB,
miedzy niemi zawarte, nigdy wię-
cej nieuczynią tylko 360° , niemoga
albowiem mieć więcej jak cały o-
krąg.

19. Dwa kąty, takie iak BAC i
fig 4. BAD (fig 4), które razem wzięte
czynią 180° , nazywają się spełnie-
niem (supplementum) ieden dru-
diego; tak BAC jest spełnieniem ką-
ta BAD, i BAD jest spełnieniem
kąta

kąta BAC ; ponieważ ieden z tych kątów, ma tyle co by potrzeba przydać drugiemu, żeby 180° uczyniło.

Kąty równe, mają spełnienia równe, i te które mają spełnienia równe, są równe.

20. Wnieśmy stąd, że kąty BAC , *fig. 8.*
 EAD (fig 8.) których wierszchołki na przeciw siebie są położone, i uczynione przez dwie linie proste BD i EC , są równe.

Albowiem BAC ma za spełnienie CAD , i EAD , ma także za spełnienie CAD .

21. Nazywa się dopełnieniem (complementum) kąta albo łuku, to, o co ten łuk jest mniejszy, albo większy iak 90° . Tak (fig. 3.) kąt BAC , *fig. 3.* ma dopełnienie CAE ; kąt BAF , ma dopełnienie FAE . Dopełnienie więc, jest to, co potrzeba przydać do kąta, albo odjąć, żeby był wart 90° .

Kąty ostre, mające dopełnienia równe, będą równe, i odwrotnie; toż samo o kątach rozwartych rozumieć trzeba.

Trafiają się kąty, prawie zawsze, tak w teoryi iak i w praktyce. Przez kąty wynay-
Tom. I, B dować

dować zwykliśmy, położenia różnych miejsc iednych na przeciw drugim; kąty narożnikowe (flanqués), kąty ramiénne (d'épaule) i skrzydełne (de courtine), służą do oznaczenia kierunku różnym liniom Fortyfikacyi. Strzelanie armaty, funduje się na kącie, który czyni linia celu, z linią przedłużenia osi armatney.

Narzędzia służące do mierzenia, albo do robienia takich kątów iakich żądamy, bywają różne; tu mówić niebędziemy tylko o przenośniku (transportator); na końcu tego tomu w Trygonometrii, znaleźć można opisanie innych narzędziów, do celu naszego zmierzających.

22. Narzędzie w figurze 9 narysowane, nazywające się przenośnik, służy do mierzenia na papierze, lub do zrobienia także na papierze, kątów potrzebnych. Użycie jego jest wygodne i częste. Jest to pół koła z mosiądzu, lub z rogu zrobione, na 180^a podzielone. Śródek narzędzia małym wyrżnięciem jest oznaczony w B . Chcąc mierzyć kąt np. BAC (fig. 4, 6 i 7), przykładamy się śródek jego B do wierzchołka A , w kąt który ma być mierzony, promień zaś CB tegoż narzędzia, na iedno ramię AC , tegóż kąta; natenczas bok AB przedłużony, iezli potrzeba, daie poznać na podziale narzędzia, przez który przechodzi, wiele stopniów wynosi, luk przenośnika zawarty między ramionami kąta BAC ; a zatem (12) kąt BAC , wiele ma stopniów.

Chcąc przy pomocy tegoż samego narzędzia, zrobić kąt, mający pewną liczbę stopniów; przykładamy promień narzędzia CB , na linię która ma służyć za ramię żądanemu kątowi, tak, żeby się śródek B znajdował

wał w tym punkcie, gdzie ma bydź kąt wierzchołek; szukając potém na podziale narzędzia, liczby stopniów żądanych; to miejsce na papierze punktem naznaczam; przez ten punkt i przez wierzchołek, ciągnę linię prostą, która z pierwszą, uczyni mi kąt żądany.

O Prostopadłych i pochyłych.

23. Powiedzieliśmy (15) że linia AB (fig. 6.) która się ani ku AC , ani ku AD nienakłania, czyli po obu stronach kąty, które nazywają się *prostemi*.

Taż sama linia AB , jest ieszcze, która nazywa się *prostopadła* (*perpendicularis*) linii AC , albo DC , albo AD .

Po téj definicyi, trzeba uznać za prawdy oczywiste, trzy następujące podania.

24 *16d.* Gdy linia AB (fig. 10.) jest prostopadła drugiej linii CD , ta wzajemnie będzie prostopadła, linii $10. AB$.

Albowiem gdy AB jest prostopadła na CD , kąty AEC , AED są równe; a ponieważ AED jest równy kątowi BEC (20), więc AEC , jest równy BEC , a zatem linia CE

albo CD , nienakłania się ani ku AE , ani ku BE ; więc jest prostopadła linii AB

25. 2re Z iednegóż punktu E , wziętego na linii CD , niemożna wyciągnąć tylko iedną linią prostopadłą tężę linii CD .

26 3cie. Z iednegóż punktu A , zewnątrsz linii CD wziętego, niemożna spuścić tylko iedną linią prostopadłą, tężę linii CD .

Bo inaczéy, nie jest do pojęcia, żeby linia przechodząc przez punkt E , albo przez punkt A , nienakłaniała się ani ku ED , ani ku EC .

27. Liniie, które poczynaiąc się z punktu A , równo od prostopadłej oddalać się będą, będą równe; i im bar-dziéy te liniie, od prostopadłej oddalą się, tém dłuższe będą, a za-tém linia prostopadła, jest ze wszys-tych naykrótsza.

Daymy że dalekość EG , jest równa EF ; przewróciwszy figurę AEG , na figurę AEF , linia AE będąc oby-wdóm spólna, rzecz oczywista, że ponieważ kąt AEG , jest równy ką-towi AEF , linia EG , przystanie na EF , i punkt G , padnie na punkt F ;

gdyż

gdyż linia EG , rozumie się być równą linii EF , a zatem AG , przystanie zupełnie na AF ; a przeto te obie linie są sobie równe. Co do drugiey części podania, rzecz oczywista że punkt C linii CE , będąc więcej oddalony od AB , iak punkt F téż saméy linii CE ; będzie także więcej oddalony, od któregokolwiek punktu linii AB , iak iest punkt F od tegoż samego punktu; a zatem linia AC iest dłuższa iak AF ; więc prostopadła, iest ze wszystkich najkrótza.

28. Linie AF , AC , AG , względem prostopadłej AE i linii CD , nazywają się *pochyle* (*obliqua*). W powyżchności, linia iest pochyła względem drugiey, gdy robi z tą linią kąt ostry, albo rozwarty.

29. Ponieważ (27) pochyłe AF , AG , są sobie równe, gdy równo od prostopadłej są oddalone, trzeba stąd wnieść; że gdy linia na środku E , drugiey linii FG , iest prostopadła, każdy z iey punktów, tak iest oddalony od końca F , iak od końca G ; rzecz albowiem iest oczywista, że co się powiedziało o punkcie A ,

to można do każdego innego punktu linii AE , albo AB , przytóżować.

30. Niemniéy rzecz oczywista, że niema innych punktów, tylko punktu linii prostopadłej AE na $\dot{s}$. zodka FG , które mogą być równo oddalone, tak od F iak od G ; każdy albowiem inny punkt, po prawey albo po lewey ręce prostopadłej, iest oczywiście bliższy iednego z tych punktów, iak drugiego.

A zatem ażeby liniia była prostopadła na drugiey; dosyć iest ażeby przechodziła przez dwa punkta, z którychby każdy, od dwóch wziętych na pierwszey linii punktów, równo był oddalony.

fig. 11. 31. Wnieśmy stąd iód. Ze chcąc wyciągnąć prostopadłą ze środka linii AB (fig. 11.), trzeba zostawić iedną nogę cyrkla w B , i otwartością większą nad połowę AB , rysować łuk IK ; potem, zostawić iedną nogę cyrkla w A , i tąż samą otwartością rysować łuk LM , który przecina pierwszy łuk w C ; ten punkt C , od A i B będzie równo oddalony. Tymże samym sposobem, drugi punkt D , pod linią AB , albo nad nią, wynależdz można, biorąc tąż samę lub inną otwartość cyrkla. Nakoniec przez punkta C i D wyciągnąwszy linią, ta liniia CD , będzie prostopadłą linii AB (30).

32. arc. Z punktu E , wziętego zewnątrz linii

linii AB , chcąc teyże linii wyciągnąć prostopadłą, (fig. 12); wstaw iednę nogę cyrkla w E , i otwartością iego większą, iak naybliższą odległość do linii AB , rysuy drugą nogą, dwa małe łuczki, któreby linią AB w punktach C i D przecięły; potem z tych dwóch punktów iako ze szrodków, i otwartością cyrkla większą iak połowa CD , rysuy znówu dwa łuki, które się w punkcie F przetną; przez ten punkt F i przez punkt E , ciągnij linią EF , która linii AB , będzie prostopadła (30): ponieważ będzie miała dwa punkta E i F , równoległe, każdy od punktów C i D , na linii AB będących.

fig.
12.

33. Gdyby punkt E , przez który prostopadła ma przechodzić, znajdował się na sameyże linii AB , tymże samym sposobem postąpić by sobie trzeba. *Zobacz fig. 13.*

fig.
13.

Naoftatek, gdyby punkt E , znajdował się tak położony, żeby tylko ieden z punktów C albo E , wznaczyć wygodnie można; w tym razie, trzebaby przedłużyć linią AB ; a tak dziełanie wyńdzie na toż samo, iak w poprzedzających przypadkach. *Zobacz fig.*

fig.
14, 15.

14. i 15. W fig. 15 widzieć można, sposób wyciągnięcia prostopadłej z końca linii AB .

34. Gdy wiele prostopadłych wyciągnąć trzeba; dla skrócenia roboty, i oraz dla uniknienia omyłki, któraby z wielości ciągów wyniknąć mogła, używa się narzędzia, zrobionego, i wypróbowanego podług podanych sposobów poprzedzających; narzędzie takowe jest, *węgielnica* (norma), która zrobiona bywa, iużto z dwóch linii prostopadłych iedna drugiey, i składających się na osi, dla wygody: iuż też z iedny sztuki drzewa, lub mosiądzu, którego dwa boki, są ieden dru-

giemu prostopadłe. Jedna z linii, albo ieden z boków węgielnicy, przykłada się na linią zadaną, posuwając ten bok póty, póki drugi bok na punkt zadany właśnie nieprzypadnie; dopiero, wzdłuż tego drugiego boku węgielnicy, ołówkiem lub piórem linią pociągnawszy, mieć będziez prostopadłą żadaną.

35. Na polu, gdzie działanie odprawia się w wielkości, zamiast cyrkla, używać się zwykło lasek, łańcuchów, lub sznurów; lecz w użyciu sznurów, trzeba dać baczną, żeby w iednymże działaniu, ile możliwości iednakowo były natężone. Zebyśmy tu użycia ich, powzięli pojęcie, daymy że trzeba, ustanowić na działobitni oporę (fig. 16.) (heurtoir).

Ponieważ to jest sztuka drzewa, o którą koła łoża opierać się powinny, gdy się armata na działobitni stawia, więc ta sztuka, linii strzału, musi być prostopadła, a zatem linii, która przez szrodek *strzelnicy* (embrafure) przechodzi.

Zeby więc tej oporze dać położenie takowe; na płaszczyźnie wierzchniej, równoległe z długością ię, narysować trzeba linią *BC*, na której wezmą się do upodobania równe części *AB* i *AC*, i punkt *A* na linii strzału ustanowi się. To zrobiwszy, w punktach *B* i *C*, zaczep dwa sznury iednakowej długości, oporę na punkcie *A* obracay, póki końce sznurów, w iedenże punkt *D*, na linii strzału nieprzypadną. A tak opora *BC*, będzie linii strzału prostopadłą.

O *Równoległych* (paralela).

36. Dwie linie proste, na téjże saméj

saméy powierzchni wyciągnięte, nazywają się *równoległe*, gdy, choćby nieskończenie daleko wyciągnięte były, nigdy zniysdź się z sobą nie mogą.

Zatém dwie liniie równoległe, między sobą nieczynią kąta.

Więc *dwie równoległe, są wszędzie równo oddalone jedna od drugiey*; to jest, że prostopadła między nimi wyciągnięta, jest wszędzie prostopadła; rzecz albowiém oczywista, że gdyby się w jakimś miéyscu, bliżéy sobie, iak w innym znajdowały, byłyby jedna ku drugiey nachylone, a zatém mogłyby się kiedy zniysdź z sobą.

To założywszy, następujące pięć podań łatwo ustanowić się daia.

37. ród. Gdy dwie liniie równoległe AB i CD, (fig. 17.) są przecięte przez trzecią linią EF, która natenczas zowie się *sieczną*, (secans) kąty BGE, DHE, albo AGH, CHF, które czynią liniie równoległe z sieczną po iednéyże stronie, są sobie równe; liniie albowiém AB i CD, żadnego nakloniénia (36) ku sobie niémaiąc, powinny bydź konie-

fig.
17.

koniecznie, równo z tęż samey strony nakłonię, każda, względem każdéj linii, do którój będzie przystósowana.

38. 2re. Kąty AGH, GHD są sobie równe; widzieliśmy albowiem dopiero, że kąt AGH jest równy kątowi CHF; a ponieważ kąt CHF, (20) jest równy kątowi GHD; więc AGH jest równy kątowi GHD.

39. 3cie. Kąty BGE, CHF są sobie równe; albowiem BGE jest równy, AGH (20); a ponieważ widzieliśmy (37) że AGH, jest równy kątowi CHF, więc BGE, jest równy kątowi CHF.

40. 4te. Kąty BGH, DHG, albo AGH, CHG, są spełnieniem ieden drugiego; albowiem BGH jest spełnieniem kąta BGE, który jest równy (37) kątowi DHG.

41. 5te. Kąty BGE, DHF, albo AGE, CHF, są spełnieniem ieden drugiego; ponieważ DHF, ma za spełnienie kąt DHG, który (37) jest równy kątowi BGE.

42. Każda z tych pięciu własności ma miejsce, gdy dwie linie równoległe są od trzeciéj przecięte:

i odwrotnie, ile razy dwie linie proste będąc przecięte od trzeciej, mają którąkolwiek z tych własność, należy wniesć, że są równoległe; to, właśnie podobnymże sposobem iak wyżej, dowieśdźby można.

Tym kątom, których rozebraliśmy własności, nadano pewne nazwiska, a to ażeby własności wyżej wyrażone, w pamięci tym lepięj utwierdziły się. Kąty BGE i FHC , nazywają się, *zewnątrzne na przemian* (*externus alternus*); ponieważ są z przeciwnych stron linii EF , i zewnątrz równoległych położone. Kąty AGH , GHD nazywają się, *wnętrzne na przemian* (*alternus internus*); ponieważ są z przeciwnych stron linii EF , i wewnątrz równoległych leżące; Kąty BGH , DHG , nazywają się *wnętrzne iednostronne*; są albowiem wewnątrz równoległych, i po iedneyże stronie siecznej EF leżące. Nakoniec kąty BGE , DHF , nazywają się *zewnątrzne iednostronne*; ponieważ zewnątrz równoległych, i po iedneyże stronie siecznej przypadają.

43. Z własnościów które wyliczyliśmy, wniesć można, że gdy dwa kąty ABC , DEF (fig. 18) ku iedneyże stronie obrócone, mają ramiona równoległe, takowe kąty, sobie są równe; zmyśliwszy sobie albowiem ramię DE przedłużone, tak żeby linią BC , w G dotknęło, kąty ABC , DGC , fig. 18.

DGC , będą równe, (37) i z téż saméj przyczyny, kąt DGC , kątowni DEF będzie równy; a zatem i ABC , kątowni DEF musi być równy.

fig.
19.

44. Z tychże samych własności wniesć ieszczé można, że chcąc przez punkt dany C , linią CD , równoległą linii AB (fig. 19) wyciągnąć; trzeba przez punkt C , wyciągnąć do upodobania, linią nieokreśloną CE , któraby linią AB , w którymkolwiek punkcie, E np. przecięła, a potem podług przepisanja (14) przez ten punkt C , wyciągnąć linią CD , któraby z linią CE , kąt ECD , równy kątowi FEB czyniła; linia CD , tym sposobem wyciągnięta, będzie linii AB równoległa (37).

45. Mając wiele równoległych ciągnąć, dla krótkości, i uniknięcia wielorakości ciągów, można użyć węgielnicy następującym sposobem.

Jeden bok węgielnicy, przyłoż na linią prostą zadaną, a drugi bok trzymając wsparty, na linii nieruchomej, posuwaj węgielnicę wzdłuż téj linii, aż pierwszy bok przyjdzie na punkt zadany, linia narysowana wzdłuż tego boku, będzie żądana równoległa.

fig.
20.

46. Na polu chcąc wyciągnąć równoległą linii danej, pospolicie tak się czynić zwykło, ażeby dwie linie były prostopadłe trzeciemy. Tak gdyby potrzeba było, wyciągnąć równoległą jednemu z czoł (face) narożnika (bastion) (fig. 20) w odległości na 200 sążni; na przedłużeniu czoła tego narożnika, obieram sobie punkt F , z którego natyn-

natymże przedłużeniu, spuszcza prostopadłą FA , długą na 200 sążni, z której końca A wyciągam znowu prostopadłą AB , i ta będzie równoległą żądaną.

O liniach prostych uważanych względem okręgów koła; i o okręgach koła, uważanych iedne na przeciw drugim.

47. Krzywość jednokształtna koła, bez dokładniejszego wyvodu oczywiście wnieść każe

1ód. Ze linia prosta niemoże dotknąć okręgu, w więcej iak we dwóch punktach.

2re. Ze w kole, największa cięciwa, podcina największy łuk, i odwrotnie.

Nazywa się w powszechności *secans* (fig. 21), każda linia, iak DE , która dotykając koła we dwóch punktach, części ięey znajdują się zewnątrz tegoż koła; nazywa się *styczna* (tangens) która tylko do okręgu przykładą się, iak AB . fig. 21.

48. Styczna niemoże okręgu dotknąć tylko w iednym punkcie.

Gdyby go albowiem we dwóch pun-

punktach dotykała, wchodziłaby w koło; gdyż poymować się daie, że z tych dwóch punktów, możnaby wyciągnąć do śrózodka liniiie, albo promienie równe, między któremi, można poiać zawsze prostopadłą, wyciągniętą na linii, która te oba punkta łączy: a iako takowa prostopadła, (27) iest krótsza, od każdego z tych promieni, pokazuje się iawnie, że styczna miałaby punkta bliższe śrózodka, iak są te, w których koła dotyka, a zatem wchodziłaby w koło; co się sprzeciwia definicyi, wzwyż założonéy.

fig. 22. Styczna, niemaiąc tylko ieden punkt z kolém spólny, idzie zatem, że promień CA (fig. 22) który do punktu dotknięcia iest wyciągnięty, iest naykrótszą linią, która ze śrózodka, do styczney bydz może wyciągnięta; a zatem (27) iest téyże styczney prostopadłą. A przeto wzaięmnie, styczna w iednym, którymkolwiek punkcie koła A , iest prostopadła końcowi promienia CA , który przez ten punkt przechodzi.

49. Rzecz tedy iasna, że chcąc wyciągnąć styczną, do punktu A zadanego w kole, trze-

ba do tego punktu wyciągnąć promień CA , i na końcu jego postawić prostopadłą, podług podanego sposobu (33).

50. Więc, jeżeli wiele kół (fig. 23) fig. 23.
mają śródek swoje na téjże linii pro-
stej CA , i wszystkie przez tenże
punkt A przechodzą, będą mieć wszy-
stkie spólną styczną TG , prostopadłą
linii CA ; a zatem wszystkie dotykać
się będą.

51. Tak, chcąc narysować koło pewney wiel- fig. 24.
kości, i któreby dotykało koła zadanego BAD
(fig. 24) w punkcie zadanym A ; trzeba przez
środek C , i przez punkt A , wyciągnąć pro-
mień CA , który do upodobania przedłużyć
można; potem z punktu A ku T , albo ku
 V , (jeżeli zechcę żeby jedno z kół, obę-
mowało drugie, lub nie,) wnieść promień dru-
giego koła; dopiero ze środka T albo V ,
i rozwartością promienia TA , lub VA , nary-
sować okrag EF .

52. Prostopadła, przez środek cię-
ciwy wyciągnięta, przechodzi za-
wsze przez środek koła, i przez
środek łuku, przez też cięciwę pod-
ciętego (fig. 25). fig. 25.

Powinna albowiem przechodzić
przez wszystkie punkta równo odda-
lone od końców A i B (30); a
ponieważ rzecz oczywista, że śro-
dek,

dek, jest równo oddalony od dwóch końców A i B , które są okręgu punktami; więc przez środek przechodzić musi.

Niemniéy rzecz iasna, że przez środek łuku, przechodzić także powinna; albowiem jeżeli E jest środkiem łuku, łuki równe AE , BE , mają cięciwy równe (7), więc punkt E , jest równo oddalony od A i od B ; a zatem prostopadła, przez punkt E przechodzić musi.

53. Środek, połowa łuku, i połowa cięciwy, będąc położone wprostkie na jednéjże linii prostej, zawsze, ile razy iaka linia prosta, przechodzić będzie przez dwa z tych punktów, można wnieść, że i przez trzeci przechodzi.

A iako ze środka cięciwy, jedną tylko prostopadłą wyciągnąć można, należy jeszcze wnieść, że jeżeli prostopadła wyciągnięta na cięciwie, przechodzi przez którykolwiek z tych trzech punktów, przez drugie dwa, także koniecznie przechodzić musi.

Z takowych własnościów wnieść daley można.

54. *rod. Sposób dzielenia kąta, lub łuku, na dwie równe części.*

Chcąc rozdzielić kąt BAC (fig. 26) na dwie równe części; rysuj z wierzchołka tego A iako ze środka, promieniem do upodobania wziętym, łuk DE ; potem z punktów D i E , wziętych kolejno za środek, rysuj dwa łuczki, które się w punkcie G przecinają; przez ten punkt G i przez punkt A , wyciągnij linią AG , która (30) będąc na połowie cięciwy DE prostopadłą, łuk DIE (52) na dwie równe części przedzieli, a zatem i kąt BAC ; ponieważ te dwa kąty (12) mieć będą za miarę, dwa równe łuki DI i EI .

fig.
26.

55. *2re. Sposób opisania okręgu koła, przez trzy zadane punkta, które nie są w linii prostej położone.*

Niech będą te punkta, A , B , C , (fig. 27); wyciągnąwszy linie proste AB , i BC , mieć będziesz dwie cięciwy, należące do koła, o którym mowa.

fig.
27.

Wyciągnij z połowy AB (31) prostopadłą; toż samo uczyni z połowy BC ; punkt I gdzie się te obie prostopadłe przecinać będą, będzie środkiem koła. Środek albowiem ten, musi być na linii DE (52) i z tejże samej przyczyny, musi także być na linii FG , musi więc być tam, gdzie się obie schodzą, to jest w I , który jest punktem wspólnym obydwóm linióm.

56. Gdyby protzeba wyciągała, znaleźćś *środek koła, lub łuku już gotowego*; rzecz iasna, żeby tylko trzy punkta na tym łuku do upodobania wzięte, naznaczyć trzeba, i działy iak wyżej przepisano odprawić.

57. Ponieważ jeden tylko punkt I , znajduje się który rozwiązanie zagadnienie, trze-

ba stać wnieść, że przez trzy punkta dane, tylko jedno koło obwieść można, a zatem że dwa okręgi koła, niemogą zniysać się w trzech punktach, bez złączenia się w jedno.

fig. 58. 3cie. Sposob opisania koła przez punkt 28. 29. zadany B (fig. 28 i 29), któreby dotykało drugiego koła w punkcie zadanym A .

Przez środek C , danego okręgu, i przez punkt A , który od drugiego koła ma być dotknięty, wyciągnij promień CA , z obu stron podług potrzeby przedłużony; punkt A złącz z punktem B , przez który ma być żądany okrąg przeprowadzić; ze środka AB , spuść prostopadłą MN , która linią AC , albo przedłużenie iey, w D przetnie; punkt ten D , będzie środkiem koła; zaś AD i BD , będą żadanego koła promieniami; bo ponieważ okrąg żądany, ma przechodzić przez punkt A i przez punkt B , środek iego powinien być na MN (52); nadto, ponieważ tenże okrąg ma dotykać w A , środek iego powinien być na linii CA , (50) albo na iey przedłużeniu; a zatem musi się znajdować w punkcie przecięcia linii CA i MN .

fig. 59. Gdyby zamiast okręgu, potrzeba było 30. żeby linii prostey w punkcie zadanym A (fig. 30) okrąg przechodzący przez punkt B , dotykał się; działanie zostanie toż samo, z tą tylko różnicą, że linia AC , będzie prostopadłą, z punktu A na tę linię prostą wyciągnięta.

fig. 60. 4te. Dwie cięciwy równoległe 31. AB, CD , (fig. 31) zachwytnia między sobą łuki równe AC, BD .
Prostopadła albowiem GI , ze
śro-

Środek G , na AB spuszczone, łuki oba AIB , CID , na dwie równe części dzielić powinna (52); ponieważ będzie prostopadłą, niemniej na AB , iak na iey równoległą CD ; zatem, jeżeli od dwóch łuków równych AI i BI , odetnę dwa łuki równe, CI i DI , łuki pozostałe AC , BD , muszą być równe.

Wnieśmy stąd, że gdy styczna HK , jest równoległą cięciwie AB , punkt dotknięcia I , przypadnie właśnie w połowie łuku AIB .

61. Założone podania (50, 58, i 59) służą w Fortyfikacyi, w rysowaniu dział, i różnych sprzętów Artylerycznych, gdzie często bywa potrzeba łuków, które z sobą dotykać się mają, albo dotykać linii prostych, i przez zadane punkta przechodzić.

O Kątach uważanych w kole.

62. Widzieliśmy wyżej (12), iaką jest miara kątów w powszechności. Tu nie jest myśl naizna, podawać nowy sposób ich mierzenia, ale tylko wyłożyć niektóre własności, które nam w czasie wielce użyteczne być mogą, już to do odprawienia pewnych działań, już też do ułatwie-

twiżenia niektórych dowodzeń.
fig. 63. Kąt MAN (*fig.* 32 i 33) któ-
32. ry ma swój wiérzchołek na okręgu,
33. a iest uczyniony przez dwie cięciwy,
 albo przez iedną cięciwę, i iedną sty-
 czną, ma za miarę zaw sze, połowę
 łuku $BFED$, zawartego między ra-
 mionami iego.

Jeżeli śrzodek C , iest między ramio-
 nami kąta położony; ciagniy przez
 śrzodek C , średnicę FH , ramie-
 niowi AM równoległą, i średnicę
 GE , ramieniowi AN także równo-
 ległą. Kąt MAN (43), iest równy
 kątowi FCE ; będzie zatem miał też
 samę miarę, iak ten, co ma swój
 wiérzchołek we śrzodku koła, to
 iest, że będzie miał za miarę łuk FE ;
 nie trzeba więc tylko dowieśdź, że
 łuk FE , iest połową łuku $BFED$.
 Przeto, ponieważ łuk BF , iest ró-
 wny łukowi AH (60), z przyczyny
 równoległych AM , HF ; tudzież
 z przyczyny równoległych AN , GE ,
 łuk ED iest równy łukowi AG ; więc
 ED , więcéy BF , tyle ważą co AG ,
 więcéy AH , to iest GH ; lecz GH ,
 iako miara kąta GCH , powinna
 bydź równa łukowi FE , to iest mia-

rze kąta FCE , który (20) jest równy kątowi GCH ; więc FB więcej ED , waży tyle co FE ; więc FE jest połową $BFED$; więc kąt MAN , ma za miarę połowę łuku $BFED$, między ramionami swemi zawartego.

Lecz gdyby środek koła, nieznaydował się między dwoma ramionami kąta, ale na stronie jako w kącie MAN (37) widzieć się fig. 37. daie; niemniéy ieszcze prawda będzie, że kąt ten, będzie miał za miarę, połowę łuku BD , między ramionami swemi zawartego. Albowiem, zmyśliwszy sobie styczną AE ; kąt MAN , waży tyle co MAE , mniéy NAE ; ma więc za miarę różnicę miar tych dwóch kątów; to jest (ponieważ środek jest między ramionami ich), połowę łuku BFA , mniéy połowa DFA ; albo co jest jedno, połowę BD .

64. A zatém iód. Wszystkie kąty fig. 34. BAE , BCE , BDE , (fig. 34), które mając wierzchołki na okręgu, między ramionami siedziemi, tenże sam łuk, albo równe łuki zawierać będą; będą sobie równe. Ponieważ

każdy z nich będzie miał za miarę, połowę iednegóż łuku BE (63).

fig. 35. 65. 2re. Każdy kąt BAC (fig. 35) mający wierzchołek na okręgu, i którego ramiona, przechodzić będą przez końce średnicy; będzie kąt prosty, czyli 90° mający: bo między ramionami swemi zawierać będzie, pół okręgu BOC , 180° wartościącego; a że miarą jego byź powinna połowa tego łuku (63), więc mieć będzie 90° .

66. Podanie (65) wywiedzione, między wielu innemi użyciami, mieć może dwa następujące.

fig. 36. 67. 1od. Chcąc wyciągnąć prostopadłą z końca B , linii FB (fig. 36), gdy linii takowej przedłużyć dostatecznie niemożna, żeby się działanie wyżey (33) opisane, wykonać dało; postąpić sobie trzeba następującym sposobem.

Z punktu D , zewnątrz linii FB , do udobania wziętego, i otwartością cyrkla równą DB , ciągnij okrąg $ABCH$, który linią FB , przetnie w iakowym punkcie A ; przez ten punkt i przez środek D , ciągnij średnicę ADC ; z pierwszego punktu C , gdzie średnica ten okrąg przecina, spuść do punktu B , linią CB , która linii FB będzie prostopadłą; kąt albowiem CBA , uczyniony z linią FB , ma wierzchołek swój na okręgu, i ramiona jego przez końce średnicy

dnicy AC przechodzą, więc kąt ten, jest prosty (65); a zatem linia CB , jest linii FB prostopadła.

68. *zre.* Z punktu E (fig. 38) zewnątrz fig. 38.
koła ABD , chcąc okręgowi tego koła wy-
ciągnąć styczną; złącz szrodek C i punkt E ,
przez linią prostą CE ; z linii CE jako z
średnicy, rysuj okrąg $CAED$; który prze-
tnie pierwszy okrąg ABD , we dwóch pun-
ktach A i D ; przez każdy z tych punktów,
i przez punkt E , wyciągnąwszy linie DE ,
 AE , mieć będziesz dwie styczne; które z
punktu E , do okręgu ABD wyciągnąć mo-
żna.

Zeby się przekonać, o tém, iż te linie,
prawdziwie są stycznymi, nie trzeba tylko
wyciągnąć promienie CD , i CA ; dwa kąty
 CDE , CAE , każdy mają wierzchołek swój
na okręgu $ACDE$, i dwa ramiona każdego,
przechodzą przez końce średnicy CE ; a
zatem (65) te kąty są proste; więc DE i
 AE , są prostopadłe końcom promieni CD
i CA ; więc te linie są stycznymi w D i
w A .

69. Przedłużwszy ramie BA
(fig. 32) do upodobania ku I, fig. 32.
zrobi się kąt NAI , mający swój
wierzchołek na okręgu. Kąt ten,
który nie z dwóch cięciw, ale tyl-
ko z jednej cięciwy, i przedłużenia
drugiej składa się, niebędzie miał
za miarę połowy łuku AD , między
ramionami jego zawartego, ale poło-
wę summy dwóch łuków AD i AB
C 4 pod-

podciętych przez ramię AD , i przez ramię IA przedłużone. Albowiem DAI , z kątem DAB , ważąc razem dwa proste kąty; te oba kąty powinny mieć za miarę razem, połowę okręgu; lecz widzieliśmy (63) że kąt DAB , ma za miarę pół DB ; więc DAI , będzie mieć za miarę pół AD i pół AB .

fig. 39. 70. Kąt BAC (fig. 39), mający wierzchołek swój między środkiem i okręgiem, ma za miarę połowę łuku BC , między ramionami swemi zawartego, więcę połowa łuku DE , między temiż przedłużonemi ramionami zawartego.

Z punktu D , gdzie ramię przedłużone CA , styka się z okręgiem, wyciągnij DF równoległą linii AB ; kąt BAC , jest równy FDC (37), a zatem, też samę mieć będzie miarę iak tamten, to jest połowę łuku FBC (63), albo połowę łuku BC , więcę połowa BF ; albo ponieważ (60), BF jest łuk równy łukowi DE , połowę BC , więcę połowa DE .

fig. 40. 71. Kąt BAC (fig. 40), mający swój wierzchołek zewnątrz koła, ma za miarę, połowę łuku wklęsłego BC , mniej połowa łuku wypukłego

kiego ED , między ramionami jego zawartych.

Z punktu D , gdzie linia CA z okręgiem schodzi się, ciągnij DF równoległą linii AB .

Kąt BAC , jest równy kątowi FDC (37), a zatem też samę mieć będzie miarę co i ten, to jest połowę łuku CF , albo połowę łuku CB , mnięj połowa BF , albo, (z przyczyny równości BF (60) i ED), połowę łuku CB , mnięj połowa ED .

72. Rzecz tedy jasna, że gdy ramiona jakiego kąta, zachwytną między sobą łuk okręgu, jeżeli kąt takowy ma za miarę połowę łuku, między ramionami swemi zawartego, wierzchołek swój zapewne mieć będzie na okręgu: gdyby go albowiem, miał gdzie indziej, podania wywiędzone (70 i 71) pokazałyby, że niema połowy łuku takowego, za miarę. Więc jakimkolwiek sposobem bądź, niech ten kąt będzie położony, jeżeli ramiona jego (fig. 34), przechodzą zawsze przez też same punkta okręgu B i E , wierzchołek jego zawsze będzie, na jakowym punkcie okręgu. Przeto gdy dwie linie AM , AN (fig. 41), nieruchomie z sobą spoione, na teyże równi obracają się razem, tak żeby zawsze dwóch punktów stałych B i C dotykały, wierzchołek A , nakryłi okrąg koła, który przez dwa punkta B i C , przechodzić będzie.

fig.
34.

fig.
41.

To

fig. 41. To służyć może ićd. Do narysowania koła, któreby przez trzy dane punkta A, B, C . (*fig. 41*) przechodziło, gdy do środka zbliżyć się niemożna.

Punkt A z dwoma punktami B i C , przez dwie linie AM, AN złączyć potrzeba, i te linie, tak umocnić, żeby się jedna od drugiej oddalić niemogła, dopiero powoduy kąt BAC , tak, ażeby linie AM, AN , zawsze punktów B i C , dotykały, wierszchołek A nakryśli żądany okrąg.

2re. Zeby narysować łuk koła, mający liczbę stopniów zadaną, i któryby przechodził przez dwa zadane punkta B i C ; co w praktyce może być potrzebne.

To mając zrobić; odetniy od 360 stopniów, liczbę stopniów, którą mieć ma łuk żądany, i wzięwszy reszty połowę, rósztwórz dwie linie, tak żeby czyniły ów kąt, równy tęg połowie. Dopiero te linie z sobą umocniwszy, i obracając je około punktów stałych B i C , łuk BAC , który w takowym obrocie wierszchołka nakryśli się, będzie łukiem podług liczby zadanych stopniów obwiedzionym.

Łatwo widzieć się daie, dlaczego robi się kąt BAC , równy połowie reszty; to jest, bo ma za miarę połowę łuku BC , który jest różnicą między całym okręgiem, i łukiem BAC .

O Liniiach prostych rozległość zamkniętych.

73. Do zamknięcia iakowég rozległości, niemożna użyć mniéy nad trzy linie proste; natenczas, rozległość

ległość takowa nazywa się, *trójkąt prostokryślny* (*triangulum rectilineum*), albo prosto tylko *trójkąt*. fig. 42.

ABC (fig. 42) jest trójkąt; ponieważ jest rozległością, trzema liniami zamkniętą, albo raczey, ponieważ jest figura, mająca tylko trzy kąty.

Rzecz oczywista, że w każdym trójkącie, summa dwóch boków, wzięta iak się podoba, jest zawsze większa, iak trzeci bok. AB więcéy BC *np.* ważą więcéy iak AC; ponieważ AC, będąc linią prostą, od A od C idącą, jest oráž naykrótszą drogą, od iednego z tych punktów do drugiego.

Trójkąt, którego trzy boki są sobie równe, nazywa się trójkąt *równoboczny* (*æquilaterum*) (fig. 44.). fig. 44.

Ten, ktorego dwa boki tylko, są równe, nazywa się trójkąt *równoramienny* (*isosceles*) (fig. 45). fig. 45.

Ten zaś, którego wszystkie trzy boki są nierówne, nazywa się trójkąt *różnoboczny* (*scalenum*) (fig. 43). fig. 43.

74. Summa trzech kątów, każde-

go prostokryślnego trójkąta, czyni dwa kąty proste, albo 180° .

Przedłuż do upodobania bok AC, ku E (fig. 43), i wyciągnij linią CD, linii AB równoległą.

Kąt BAC, jest równy kątowi DCE (37), ponieważ linie AB i CD są równoległe. Kąt ABC, jest równy kątowi BCD, na fundamencie drugiey własności równoległych (38); a zatem dwa kąty BAC i ABC, są warte razem tyle, co dwa kąty BCD, i DCE, to jest tyle co kąt BCE; lecz kąt BCE, jest spełnieniem (17 i 19) kąta BCA; więc dwa kąty BAC i ABC, czynią razem spełnienie kąta BCA; więc trzy kąty razem czynią 180° .

75. Dopiero uczyniony wywód, pokazuje oróż, że kąt zewnętrzny BCE trójkąta ABC, wynosi tyle, co summa dwóch kątów wewnętrznych BAC i ABC naprzeciw niego położonych.

Wnieśmy stąd co się powiedziało (74) iód. Ze trójkąt prostokryślny, niemoże mieć tylko ieden kąt prosty; i w ten czas nazywa się trójk-

kąt

kąt prostokątny, (rectangulum). *fig.*
(*fig.* 46). *46.*

2re. Tém bardziéy, niémoże mieć
tylko ieden kąt rozwarty; i w ten
czas nazywa się trójkąt rozwarto- *fig.*
kątny (obtusangulum) (*fig.* 47). *47.*

3cie. Lecz może mieć wszystkie
trzy kąty ostre, i nazywa się tróy- *fig.*
kątny ostrokątny (acutangulum) (*fig.* *45.*
45).

4te. Ze mając wiadome dwa ką-
ty, albo tylko sumę dwóch kątów
w trójkącie, trzeci kąt także będzie
wiadomy; od 180° , odjąwszy sum-
mę dwóch wiadomych kątów.

5te. Gdy dwa kąty w trójkącie,
są równe dwóm kątóm drugiego
trójkąta, trzeci kąt każdego tróy-
kąta, musi koniecznie byđz także rd-
wny; ponieważ trzy kąty każdego
czynią 180° .

6te. Ze dwa kąty ostre w prostó-
kątnym trójkącie, są zawsze dopeł-
niém (21) ieden drugiego. Albo-
wiém gdy ieden z kątów trójkąta
ma 90° ; na drugie dwa niezostaie
się więcéy tylko 90° .

76. Widzieliśmy wyżéy (55)
że przez trzy punkta, ktore nie są
w li-

w linii prostéy, można zawsze opisać okrąg koła; wnieśmy teraz stąd.

Ze można zawsze opisać okrąg koła, przez wiérzchołki trzech kątów trójkąta. To nazywa się: opisać koło na trójkącie (triangulo circulum circumscribere).

77. Stąd łatwo daléy wnieść się daie, iód. *Ze jeżeli dwa kąty w trójkącie są równe, boki które im są przeciwne będą także równe; i odwrotnie, jeżeli dwa boki w trójkącie są równe, kąty im przeciwne, także sobie są równe.*

Opisawszy albowiem okrąg przez fig. trzy kąty A, B, C, (fig. 48) jeżeli kąty ABC, ACB, są sobie równe, łuki ADC, AEB, których połowy służą im za miarę (63), będą koniecznie równe; a zatem cięciwy (7) AC, AB, będą równe. I odwrotnie jeżeli boki AB, AC są równe, łuki ADC, AEB, będą także równe; a zatem kąty ABC, ACB, mające za miarę połowę tych łuków, będą sobie równe.

A zatem trzy kąty trójkąta równobocznego są równe, i każdy z

nich

nich wart trzecią cze 180^o, to jest 60^o.

78. 2re. W iednymże trykcie fig. ABC (fig. 49) najwiszy bok, jest 49. naprzeciw najwiszego ka, najmniszy bok, naprzeciw najmniszego; i odwrotnie.

Jeżeli albowiem kąt ABC jest wiszy iak kąt ACB, łuk AC, będzie wiszy iak łuk AB, a zatem cięciwa AC, wisza iak cięciwa AB. Odwrotnego podania, podobnymże sposobém, możnaby dowied.

O równości tróykątów.

79. Jest wiele poda, których dowodzenie gruntue się na równości pewnych tróykątów, iakie w takowych podaniach uważać trzeba; rzecz tedy przyzwoita,że byśmy podali znaki, po których rowno tróykątów rozezna można. Jest ich trzy.

80. Dwa tróykąty są sobie doskonale równe, gdy maią ieden kąt równy, zawarty między dwoma bokami, równémi każdéy każdemu.

Niech będzie kąt B, trykata

BAC

fig. 50. BAC (fig. 50), równy katowi E , trójkąta EDF , niech bok AB , będzie równy bokowi DE , i bok BC , równy bokowi EF ; że te dwa trójkąty są sobie równe, można się przekonać następującym sposobem.

Zmyślmy sobie figurę ABC , przyłożoną na figurę DEF , tak, żeby bok AB , na bok równy sobie DE doskonale przystawał; ponieważ kąt B , jest równy kątowi E , bok BC padnie na EF , a punkt C , padnie na punkt F ; gdyż rozumie się, że bok BC jest równy bokowi EF . Gdy zatem punkt A , jest na punkcie D , i punkt C , na punkcie F , rzecz oczywista, że AC przystaie doskonale do DF , zatem idzie, że dwa trójkąty schodzą się doskonale.

fig. 50. Przeto, chcąc nakryć trójkąt, którego mi są wiadome dwa boki, i kąt między nimi zawarty (fig. 50), wyciągnę linią DE , równą jednemu z wiadomych boków; na tej linii (14), naznaczę kąt DEF , równy wiadomemu kątowi, i zrobiwszy linią EF , równą drugiemu bokowi, wiadomemu, ściagnę razem DF , co mi zupełnie skończy żądany trójkąt.

81. Dwa trójkąty są sobie doskonale

nale równe, gdy mają jeden bok równy, przyległy do dwóch kątów równych, każdy każdemu.

Niechay bok AB (fig 50), będzie równy bokowi DE , kąt B , równy kątowi E , i kąt A , równy kątowi D . fig. 50.

Zmyślmy sobie bok AB przystający doskonale na bok DE ; BC przystanie na EF , ponieważ kąt B jest równy kątowi E ; podobnież ponieważ kąt A jest równy kątowi D , bok AC , przystanie na DF ; a zatem AC i BC , zniyda się w punkcie F ; więc oba trójkąty są sobie równe.

Przeto chcąc narysować trójkąt którego jeden bok, i dwa kąty przyległe mu, będą wiadome (fig 50); wyciągnę linią DE , fig 50. równą wiadomemu bokowi; na końcach téj linii, wznaczę (14), kąty E i D , dwóm kątóm wiadomym równe; boki EF i DF , takowych kątów, zszedłszy się razem, zdadny trójkąt dokończą.

82. Podanie (81), służyć może chcąc dowieśdź, że części AC , BD , (fig 51), dwóch równoległych, zachwycone między dwiema innemi równoległemi AB , CD , są sobie równe. fig. 51.

Spuść dwie prostopadłe AE , BF ; kąty AEC , BFD są równe, bo są

proste; z przyczyny zaś równoległych, AC i BD , AE i BF , kąt EAC jest równy kątowi FBD (43). Nadto AE , jest równa linii BF (36); więc dwa trójkąty AEC , BFD są równe; ponieważ mają bok równy, przyległy do dwóch kątów równych, każdy każdemu; więc AC , jest równa linii BD .

Podobnież dowieść można, że jeżeli AC , jest równa, i równoległa linii BD , AB będzie także równa i równoległa linii CD ; bo oprócz boku AC , równego bokowi BD , i kąta prostego tak w E , iako też w F , kąt ACE , będzie równy kątowi BDF , ponieważ AC , równoległa linii BD (38); więc (75) trzeci kąt EAC , będzie równy trzeciemu kątowi DBF , a zatem oba trójkąty będą miały ieden bok równy, przyległy dwóm kątom równym, każdy każdemu; więc będą równe; przeto linia AE jest równa linii BF , i obie są sobie równoległe; stąd więc, i z wyżej położonego wywodu (82) następuje że AB , jest równa linii CD .

83. *Dwa trójkąty są sobie do-*
sko-

skonale równe, gdy mają trzy boki równe, każdy każdemu.

Niechay będzie bok AB (fig 50) fig. równy bokowi DE, bok BC równy bokowi EF, i AC równy bokowi DF.

Zmyślmy sobie bok AB, doskonale na DE przystający, i równią BAC na równią figury EDF przyłożoną; mówię że punkt C, przypadnie na punkt F.

Z punktów D i E iako ze środków, promieniami DF i EF, rysuy dwa łuczki IK, i HG, które w F przecinaiają się; rzecz oczywista, że punkt C, musi przypaść na iakowy punkt łuczku IK, ponieważ AC, jest równa linii DF; z podobnéyże przyczyny punkt C, musi przypaść na iaki punkt GH, ponieważ BC jest równa linii EF, musi więc koniecznie przypaść w punkcie F, który jest sam tylko spółny, obydwóm łukóm; a zatém dwa trójkąty, przystaiają doskonale ieden na drugi; więc są sobie doskonale równe.

Przeto chcąc naryłować trójkąt którego *fig 50* trzy boki będą wiadome (*fig 50*); wyciągnij linią prostą *DE*, równą jednemu z wiadomych boków; z punktu *D* iako ze środka, i pomięciem równym drugiemu wiadomemu bokowi, rysuj łuczek *IK*; podobnież z punktu *E*, iako ze środka, i pomięciem równym trzeciemu wiadomemu bokowi, rysuj łuk *GH*; nakoniec z punktu przecięcia *F*, do punktów *D* i *E*, wyciągnij linie proste *FD* i *FE*.

O Wielokątach (polygonum)

85. Figura, wiele boków a ^{za-}tem i kątów mająca, nazywa się ^{się} ogólnie *wielokątem*.

Kiedy ma trzy boki, nazywa się.

	<i>Trójkąt</i>	(Triangulum)
Gdy ma boków 4	<i>Czworokąt</i>	(Quadrilaterum)
5	<i>Pięciokąt</i>	(Pentagon)
6	<i>Sześciokąt</i>	(Hexagon)
7	<i>Siedmiokąt</i>	(Heptagon)
8	<i>Ośmiokąt</i>	(Octogon)
9	<i>Dziewięciokąt</i>	(Enneagon)
10	<i>Dziesięciokąt</i>	(Decagon)
11	<i>Jedynastokąt</i>	(Endecagon)
12	<i>Dwunastokąt</i>	(Dodecagon)

Z tablicą takowych nazwisk daley nierościągamy się, iako mniey użyteczną. Łatwo inne wielokąty na kształt tych wymienić się dadzą.

Nazywa się kąt *wyskakujący* (procurrens) którego wierzchołek ^{jest}

jest zewnątrz figury położony; (fig 52.) ma wszystkie swoje kąty wykukujące. fig. 52.

Kąt *wklęły* (regrediens) przeciwnie, jest ten, którego wierzchołek w figurę wchodzi; kąt CDE (fig 53) jest kąt wklęły. fig. 53.

Własności wielokątów, w Fortyfikacyi mają częste użycia. Nazwiska kąta *wyskukującego*, kąta *wklętego* trafiają się osobliwie, w kątach *ukrytych drogi* (chemin couvert) i w liniach *okopowych* (retranchement)

Nazywa się *przekątna* (diagonalis) linia wyciągnięta z jednego kąta do drugiego w jakiegokolwiek figurze; AD, AC (fig 52) są przekątne. fig 52.

85. Każdy wielokąt przez przekątne wyciągnięte z jednego kąta, może być podzielony, na tyle trójkątów mniej dwa, ile ten wielokąt ma boków.

Spożywszy na figury 52 i 53, można się przekonać o powszechności téj prawdy. fig 52. 53.

86. A zatem chcąc mieć sumę wszystkich wewnętrznych kątów, jakiegokolwiek wielokąta, trzeba wziąć

180° tyle razy mniej dwa, wiele
znayduie się boków.

Rzecz albowiem iest oczywista,
że summa kątów wewnętrznych w
fig. wielokątach ABCDE (fig 52), i AB
52. CDEF (fig 53), iest taż sama, co
53. summa kątów, zawartych w trójkątach ABC, ACD, i. t. d. A ponieważ summa, trzech kątów, każdego z tych trójkątów, czyni 180° , trzeba więc wziąć 180° tyle razy, ile iest trójkątów, to iest (85) tyle razy mniej dwa razy, wiele iest boków.

fig 53 W figurze 53, kąt CDE żeby mógł należeć do podania poprzedzającego, powinien być wzięty, nie względem części CDE wielokątowi zewnętrznej, lecz względem części CDE, złożonej z kątów ADE, ADC; iest to kąt więcej iak 180° mający, który jednak niemniej za kąt poчитать trzeba, iak każdy inny kąt mniej od 180° ; kąt albowiem w ogólności, nieco innego iest, (10) tylko ilość o którą linia, około stałego punktu obróciła się.

87. Przedłużysz ku iednemu z boków wielokąta wklętych kątów nie mającego, summa wszystkich zewnętrznych kątów, warta będzie
fig 360° , liczba boków niech będzie iak
52. ka chce w wielokącie (fig 52)

Każdy albowiem kąt zewnętrzny jest spełnieniem kąta wewnętrznego iemu przyległego; przeto kąty tak wewnętrzne iak zewnętrzne, czynią tyle razy 180° , ile boków znajduje się; lecz (86) wewnętrzne wszystkie kąty, nieróżnią się od téj summy, tylko o dwa razy 180 , albo 360° , zostaje więc na kąty zewnętrzne 360° .

88. Nazywa się wielokąt *regularny* albo *foremny*, który wszystkie kąty i wszystkie boki ma równe *fig.*
zobacz (fig 54) *54*

Łatwo tedy zawsze dóysdź można, wiele wazy każdy wewnętrzny kąt wielokąta regularnego; znalazłszy albowiem przez podanie wyżej położone, (86) wartość wszystkich razem wewnętrznych kątów, przez liczbę boków rozdzielić ią potrzeba; np. gdyby zadano było, wiele warty każdy kąt wewnętrzny regularnego pięciokąta; ponieważ znajduje się pięć boków, biorę 180° pięć razy, mnięj dwa razy, to jest trzy razy, co ma dać wartość 540° pięciu kątów wewnętrznych; a ponieważ wszystkie są równe, każdy musi być wart piątą część 540° , to jest 108° .

89. Z definicyi wielokąta regularnego wniesć należy, iż przez wszystkie kąty regularnego wielokąta

fig 54. ta, opisać można iedenże okrąg koła. Albowiem dowiedziono iest (55) że przez trzy punkta ABC (fig 54) okrąg koła opisać można; stąd wnosię, że tenże okrąg przez koniec boku CD także przechodzić musi: iakóż łatwo iest dowieśdź że punkt D, gdzie takowy okrąg powinien boku CD dotykać, iest od C, o równą odległość BC oddalony; ponieważ kąt ABC, będąc równy kątowi BCD, łuki AEC, BFD, których połowy, są miarą takowych kątów (63), powinny byđź równe; odiawszy od każdego łuk spólny AFED, łuki zostaiące CD i AB muszą byđź równe; więc (7) i cięciwy CD i AB są także równe; więc punkt D, gdzie bok CD wpada w okrąg przechodzący przez ABC, iest tymże samym punktem, którym i wiérzchołek kąta wielokątu. Względem kątów EF uczynićby można tenże sam wywód.

90. Rzecz tedy iasna, że chcąc przez wielokąt regularny, okrąg opisać, nietrzeba tylko przez wiérzchołki trzech kątów tego okrąg narysować; o czém iuz było wyżej (55).

91. Wszystkie prostopadłe spuszczone ze środka wielokąta regularnego na boki jego, są sobie równe. Bo ponieważ te prostopadłe OH, OL, na połowę każdego boku paść muszą (52), linie AH i AL będą sobie równe; a że linia AO, jest obydwóm trójkątóm OHA i OLA, spólna; nadto z przyczyny trójkątów ABO, AOF, które wszystkie boki swoje mają równe, każdy każdemu; kąty OAH, OAL, będą równe; więc dwa trójkąty OAH, OAL mając kąt równy, zawarty między dwoma bokami równemi, każdy każdemu, są równe (80); więc linia OH jest równa linii OL.

Przeto pomięciem równym, iednéy z tych prostopadłych, wprowadzony okrąg, wszystkich boków dotykać będzie, i okrąg ten, nazywa się *w wielokącie wpisany* (circulus polygono inscriptus).

Prostopadła OH, OL nazywa się każda, *prostopadła na bok wielokąta*.

82. Rzecz oczywista że ze środka wielokąta regularnego, wyciągnąwszy linie do wszystkich kątów,
te

te linie będą między sobą zawierać kąty równe; ponieważ będą miały za miarę łuki, które są przez równe cięciwy podcięte; a przeto, *chcąc mieć kąt środkowy regularnego wielokąta, trzeba rozdzielić 360° przez liczbę boków.* Albowiem te równe kąty, wszystkie razem, mają za miarę cały okrąg. *Np. w sześciokącie, każdy kąt środkowy będzie miał szóstą część z 360° , to jest 60° .*

93. *Za tem idzie, że bok sześciokąta, jest równy promieniowi koła opisanego.* Wyciągnąwszy albowiem promienie AO i BO, trójkąt AOB, będzie równoboczny, a zatem (77) dwa kąty BAO, i ABO, będą sobie równe; a iako kąt AOB jest od 60° , dwa pozostałe kąty powinny czynić razem 120° (75); więc każdy z nich ma 60° ; więc te trzy kąty są sobie równe, a przeto trójkąt jest równoboczny (77): więc linia AB, jest równa promieniowi AO.

94. To ostatnie podanie, służyć może do podziału okręgu po 15° .

Wyciągnij dwie średnice AB, DE
fig. 55. (fig 55) jedną drugiey prostopadle, i wzię-
wizy

wszy otwartość cyrkla, równą promienio-
wi CE , wnieś ją koléyno, z E w F i z
 A w G ; tym sposobem cwiérć okręgu AE ,
będzie na trzy części równe rozdzielona
 AF , FG , GE ; bo ponieważ wzięła się dłu-
gość promienia na otwartość cyrkla, idzie
zatem, stąd co się powiedziało (93), że
łuk EF jest od 60° ; a że EA jest od 90° ,
więc AF , jest od 30° . Z téżże samey przy-
czyny AG jest od 60° ; a iako AE jest od
 90° , więc GE jest od 30° . Naostatek, ieżeli
łuk całkowity jest od 90° , odetniesz łuki
 AF i GE , ważące razem 60° , zostający
łuk FG , bydz musi od 30° . Cwiérć okrę-
gu na takowe łuki każdy od 30° podzieli-
wszy, łuk od 15° łatwo mieć można, ka-
żdy z łuków AF , FG , i GE na dwie ró-
wne części rozdzieliwszy, sposobem wy-
żéy (54) podanym. Toż samo działanie z
trzema innemi ćwierciami AD , DB , i BE
uczynić można.

Chcąc zrobić podział takowy aż do iedne-
go stopnia, trzebaby użyć długiego próbó-
wania i macania, póki by na takowe części
nienatrafilo się; albowiem niemasz na to
Jeometrycznego sposobu. Jest atoli sposób
Jeometryczny, do wynalezienia łuków od 3° ;
lecz ponieważ podania do tego działania
wiodące, do niczego więcej niémogą nam
bydz użyteczne, przeto ie pominiemy.

Uważyć należy, że przez działania Jeo-
metryczne rozumiemy tu, te wykryślenia,
które mi, można wykonać zadana rzecz w
pewney określoney liczbie działań, tylko
przy pomocy liniału i cyrkla.

O Liniiach proporcycnalnych-

95. Nun wnidziemy w rzecz o li-
ni-

niach proporcjonalnych, założemy tu wprzód niektóre podania, które są nieuchybnym wnioskiem tego, cośmy w Arytmetyce przepili. Lecz żebyśmy wymawiania sposob skrócili, odtąd, gdy dwie ilości będą miały być jedna z drugą dodane, działanie takowe znakiem $+$ oznaczemy, który tyle warty będzie, co słowo *więcej*; tak $4+3$, znaczyć będzie, 4 *więcej* 3, albo 4, dodane do 3, albo 3 dodane do 4. Podobnież w oznaczeniu odęymowania, znaku $-$ użyjemy, który iedno uczyni, co słowo *mniej*; tak $5-2$, znaczyć ma, 5 *mniej* 2, albo, że 2 odjąć trzeba od 5. Jako niezawsze wyciąga potrzeba, żeby działania były w rzeczy samej odprawione, gdy tylko przychodzi rozumować o okolicznościach tych działań, tak częstokroć użyteczniéj jest działania takowe tylko naznaczyć, aniżeli wypadek z nich pisać.

W oznaczeniu mnożenia używać będziemy znaku $\times$, co na iedno wychodzi, iak gdyby było powiedziano, *rozmnóżone przez*, tak 5×4 , znaczy, 5 *rozmnóżone przez* 4.

Wo.

W oznaczeniu dzielenia postapiemy sobie iak w Arytmetyce; dzielnego i dzielnika w postaci ułamka pisać będziemy, którego dzielny będzie licznikiem, a mianownikiem dzielnik; tak $\frac{12}{7}$ znaczyć ma 12 rozdzielone przez 7.

To założywszy, widzieliśmy w Arytmetyce (175), że w każdéj proporcji, summa poprzedników, ma się do summy następników, iak ieden poprzednik do swego następnika, i że toż samo ma się z różnicą poprzedników, przytśłowaną do różnicy następników.

96. Zatem, stąd wnieść możemy, że w każdéj proporcji, summa poprzedników ma się do summy następników, iak się ma różnica poprzedników, do różnicy następników; bo ponieważ w proporcji $48:16::12:4$ np. mówić daie się (w Arytm. 175)

$$\begin{array}{l} 48 + 12 : 16 + 4 :: 12 : 4 \\ \text{ i } 48 - 12 : 16 - 4 :: 12 : 4. \end{array}$$

rzecz oczywista (z przyczyny spólnego stosunku $12:4$) że można wnieść, $48 + 12 : 16 + 4 :: 48 - 12 : 16 - 4$. Rozumowanie jest toż samo

mo względem każdéy innéy proporcji.

97. Można zatém w téy ostatniéy proporcji, trzeci wyráz na miéysce drugiego, a drugi na miéysce trzeciego przestawiwszy (co uczynić wolno) (Arytm. 171) powiedzieć takżé, że *summa poprzedników, ma się do ich różnicy, iak summa następników, do ich takżé różnicy.*

98. W proporcji $48:16::12:4$ miéysca dwóch śrzednich przemieniwszy, będzie, $48:12::16:4$; i stófuiać do niéy podanie (96) wywiedzione, wypadnie, $48+16:12+4::48-16:12-4$, co względem proporcji $48:16::12:4$ daie następuiać podanie. *Summa dwóch pierwszych wyrazów proporcji, ma się do dwóch ostatnich wyrazów, iak różnica dwóch pierwszych, do różnicy dwóch ostatnich; albo (trzeci wyráz na miéysce drugiego, i drugi na miéysce trzeciego przelożywszy) Summa dwóch pierwszych wyrazów, ma się do ich różnicy, iak summa dwóch ostatnich wyrazów, do ich takżé różnicy.*

99. Jeżeli stósunek jest złożony z mnogości wielu innych stósunków, na miejsce każdego z tych składających stósunków, można położyć stósunek w innych wyrazach zawarty, byleby te dwa wyrazy, miały tenże stósunek, co owe, na których miejsce przychodzą.

Np. w stósunku $6 \times 10 : 2 \times 5$, można zamiast czynników 6 i 2, położyć 3 i 1, co da stósunek złożony $3 \times 10 : 1 \times 5$, i uczyni tenże stósunek, iak $6 \times 10 : 2 \times 5$. Jakóż ponieważ $6 : 2 :: 3 : 1$ można bez odmiennienia proporcji (Arytm. 173) rozmnożyć poprzedników przez 10, a następników przez 5, natenczas wypadnie $6 \times 10 : 2 \times 5 :: 3 \times 10 : 1 \times 5$.

Łatwo widzieć daie się, że to rozumowanie, do każdego innego stósunku mieć może przystósowanie.

100. Jeżeli dwie albo więcéy proporcjów znajduie się takowych, że w pierwszym stósunku iednéy, poprzednik jest równy następnikowi w drugiéy, gdy te proporcye porządnie rozmnożyć potrzeba będzie, można opuścić wyrazy które znajdą się wspólne w poprzedniku i w następniku; mając np. te dwie proporcye:

$$6 : 4 :: 12 : 8$$

$$4 : 3 :: 20 : 15$$

można wnieść $6 : 3 :: 12 \times 20 : 8 \times 15$

Przypuściwszy albowiem mnożnika spólnego 4, stófunek 6×4 do 4×3 , który wypadnie; nieróżniłby się od stófunku 6 do 3 (Aryt. 160) który wynika, opuściwszy tego czynnika.

Podobnież mając $6 : 4 :: 12 : 8$

$$4 : 3 :: 20 : 15$$

$$3 : 7 :: 21 : 49.$$

wnieść można $6 : 7 :: 12 \times 20 \times 21 : 8 \times 15 \times 49.$

Toż samo i z tévże saméy przyczy, o infzych stófunkach rozumieć trzeba.

Ta uwaga, iest użyteczna chcąc znaleźć stófunek dwóch ilościów, gdy ten stófunek ma być składany; natenczas albowiem, każda z tych ilościów, stófuie się do drugich ilościów, których tylko używa się na pomoc, a które po dowodzie zostać się niepowinny.

Wiadomości ktoreśmy w liczbach zafiagnęli o proporcjach, teraz służyć nam mają do liniów. Zeby zaś dowodzenia nasze były tém krótsze, i po-

powłzechnieyſze, tym liniom żadney ołobney wartości nienaznaczymy, chyba, w niektórych przytłóſtówniach: wrefzcie można ſię zawsze poratować tém, co ſię powiedziało o liczbach.

Stółunki które tu uważać mamy, ſą Jeometryczne. Tak, gdy ſię powie, ta albo owa linia, ma ſię do téy lub owéy, iak 5 do 4 *np*; rozumieć trzeba, że piérwſza zawiera w ſobie drugą, iak liczba 5 zawiera w ſobie 4.

101. Jeżeli naiakiem ramieniu *AZ* iakiegokolwiek kąta *ZAX* (fig 56) fig
56. naznaczysz części równe *AB, BC, CD, DE, i. t. d.* takiéy wielkoſci i liczby iak ſię podoba; i wyciągnąwszy podług upodobania, przez ieden z punktów podzielonych *F*, linią *FL*, która z ramieniem *AX* w *L* zniydzie ſię; ieżeli wyciągniesz przez drugie punkta podzielone, linie *BG, CH, DI, EK, i. t. d.* równoległe linii *FL*: mówię że części *AG, GH, HI, i. t. d.* na ramieniu *AX*, będą takſe między ſobą równémi.

Wyciągnij przez punkta *G, H, I, i. t. d.* linie *GS, HM, IN, i. t. d.* linii *AZ* równoległe; tróykąty *ABG, E GSH,*

GSH, HMI, INK, i. t. d. będą wszystkie sobie równe; albowiem ¹o*d.* linie GS, HM, IN, i. t. d. są każda, równe linii AB; ponieważ (82) są równe liniom BC, CD, DE, i. t. d. ²re. kąty GSH, HMI, INK, i. t. d. są wszystkie między sobą równe, gdyż wszystkie są równe kątowi ABG (43). ³cie. kąty SGH, MHI, NIK, i. t. d. są wszystkie sobie równe, ponieważ wszystkie są równe kątowi BAG (43).

Więc wszystkie trójkąty BAG, SGH, MHI, mają jeden bok równy przyległy dwóm równym kątóm, każdy każdemu, a zatem wszystkie są sobie równe; więc boki AG, GH, HI, i. t. d. tych trójkątów, są także wszystkie między sobą równość iawna jest, że linia AX jest w istocie saméy, na równe części podzielona przez linie równoległe.

Rzecz tedy oczywista, gdy AB jest iakową częścią linii AG; BC będzie podobną częścią, części GH; CD będzie także podobną, części HI; jeżeli np. AB jest $\frac{2}{3}$ linii AG; BC będzie $\frac{2}{3}$ lini GH, i. t. d. Toż

Toż samo rozumieć się ma, o 2, 3, 4, i. t. d. częściach linii AF, przytóżowanych do 2, 3, 4, i. t. d. części linii AL; więc oddział iakikolwiek AD albo DF, linii AF, jest też samą częścią oddziału odpowiadającego AI, albo IL, linii AL, iaką jest AB, linii AG; to jest że

$$\begin{aligned} AD: AI:: AB: AG. \\ \text{i } DF: IL:: AB: AG. \end{aligned}$$

Można także powiedzieć że $AF: AL:: AB: AG$.

Więc (z przyczyny stosunku $AB: AG$, spólnego tym wszystkim trzem proporcycóm), można powiedzieć

$$\begin{aligned} AD: AI:: DF: IL \\ \text{i } AD: AI:: AF: AL \end{aligned}$$

102. Więc przez punkt D (fig fig. 57), na iednym z boków AF, trójkąta AFL, do upodobania obrany, wyciągnąwszy liniia DI, równoległą bokowi FL; dwa boki AF, AL, będą proporcjonalnie przecięte; to jest że następująca proporcya zawsze wyniknie.

$$\begin{aligned} AD: AI:: DF: IL \\ \text{i } AD: AI:: AF: AL \end{aligned}$$

albo, szródkow mieysca przemieniwszy (Aryt. 171)

$$AD:DF::AI:IL$$

$$\text{i } AD:AF::AI:AL$$

Kąt FAL, niechay będzie iaki chce.

Zawsze albowiem poiać się daie, że liniia AF, może bydź na tak wiele części podzielona, żeby punkt D, na którą z takowych części przypadł. Przez wszystkie tedy takowe punkta, wystawiwszy sobie równoległe linii FL; liniia DI, będzie jedną z takowych równoległych; natenczas dowieśdź można, poprzeczącym właśnie sposobem (101), że każda z tych proporcyców ma miéysce.

103. *Więc 16d. Jeżeli z punktu fig. A, zewnątrz linii GL (fig 60 i 61) do upodobania wziętego, do różnych punktów téj linii; liniie AG, AH, AI, AK, AL powyciągasz; każda równoległa BF linii GL, te wszystkie liniie, przetnie na części proporcjonalne; to iest że mieć będąciesz:*

$$AB:BG::AC:CH::AD:DI::AE:EK::AF:FL$$

$$\text{i } AB:AG::AC:AH::AD:AI::AE:AK::AF:AL$$

Uważając albowiem koléyno, kąty GAH, GAI, GAK, GAL, iak fig. się uważało kąt FAL (fig 57); tym-
57. że samym sposobem dowieśdź można,

zna, że te wszystkie stósunki, są sobie równe.

104. 2re. Linia AD (fig 58), fig. 58.
która dzieli kąt BAC na dwie równe części w trójkącie, stronę przeciwną BC , przecina na dwie części BD , CD , proporcjonalne bokom odpowiadającym AB , AC ; to jest że $BD:DC::AB:AC$

Albowiem jeżeli przez punkt B wyciągniesz linią BE , linii AD równoległą, któraby zeszła się z linią CA ; do E przedłużoną; naten-
czas, linie CE , CB , będąc proporcjonalnie przecięte (102), mieć będziesz $BD:CD::AE:AC$

Ze zaś AE jest równa linii AB , łatwo widzieć się daie; ponieważ z przyczyny równoległych AD , i BE , kąt E jest równy kątowi DAC (37), i kąt EBA , jest równy swemu na przemian BAD (38), a zatem ponieważ DAC , i BAD , są sobie równe, iako połowy kąta BAC , kąty E , i EBA będą także sobie równe; a zatem boki AE , i AB , są sobie podobnie równe; więc proporcya $BD:CD::AE:AC$, odmiennia się w tę, $BD:CD::AB:AC$.

Tego podania użyć można, chcąc znaleźć punkt przedłużenia linii głównej *Narożnika* (*Capitale du Bastion*).

fig 59. Na przedłużeniach czoł BD , i BE (fig 59), obierz sobie dwa punkta D i E , a zmierzysz BD , i BE , albo kiedy zmierzyć niemożna, znalazłszy ich długości, sposobami niżej podanymi, zmierz także DE ; natenczas, ponieważ linia główna, dzieli kąt ABC , i iemu przyległy DBE , na dwie równe części, mieć będziesz $DB:BE::DF:EF$, co według (Arytm. 174), odmierzyć można, $DB+BE:BE::DE:EF$; tym sposobem więc, mieć będziesz EF , a zatem i punkt F .

105. Jeżeli linie AF , i AL fig. (fig 57), przetniesz proporcjonalnie w punktach D i I , to jest tak, że $AF:AD::AL:AI$; linia DI , będzie linii FL równoległa.

Albowiem część AI odcięta przez równoległą z punktu D wyciągniętą, powinna się mieścić w AL (102) tyle razy, ile się mieści AD w AF ; lecz rozumie się, że AI , mieści się w AL tyleż razy; więc ta część niemoże być insza jak AI .

106. Więc przeciąwszy proporcjonalnie (fig 60), w punktach B, C fig. D, E, F , linie AG, AH, AI, AK, AL , wyciągnięte z punktu A , do różnych

żnych punktów linii GL , linia BC DEF , przez te wszystkie punkta przechodząca, będzie linia prosta, linii GL równoległa.

107. Podania (101 i dalej) wywiedzione, niemniej są prawdziwe, gdy linia BF , zamiast między punktem A , i linią GL znajdowania się, iak w figurze 60, jest położona *fig.* zewnątrz punktu A , iak w *fig.* 61. 60. Wszystko albowiem, co się o figurze 56 powiedziało, i co służy za fundament podaniom wywiedzionym (101 i dalej), może być przystósowano do równoległych, ZA i XA przedłużonych, w *fig.* 56. 61.

O Podobięństwie Trójkątów.

108. Nazywają się boki *odpowiadające* (latera homologa) dwóch trójkątów, albo w powszechności dwóch figur sobie podobnych, te, które mają położenie podobne, każdy, w figurze do której należy.

Kiedy się mówi, dwa trójkąty albo dwie figury, mają boki proporcjonalne, rozumie się, że każdy bok pierwszej figury, mieści w sobie odpowiadający bok drugiej, zawsze tęż samę liczbę razy; tak, że w proporcjach stąd wynikających, przystósowa-

wawszy bok pierwszey, do boku odpowiadającego drugiey; drugi stółunek składać trzeba, stółując podobnież drugi bok pierwszey, do boku odpowiadającego drugiey. albo, jeżeli zaraz dwa boki pierwszey figury, przystółowane były ieden do drugiego; dwa boki które mają bydź przystółowane dla złożenia drugiego stółunku, powinny bydź odpowiadające, czyli mające toż samo położenie co tamte. i w tymże porządku wzięte; to jest że poprzednikiem drugiego stółunku, powinien bydź bok odpowiadający, poprzednika pierwszego stółunku.

109. *Dwa trójkąty, które mają kąty równe, każdy każdemu, mają boki odpowiadające proporcjonalne, a zatem są sobie podobne.*

Jeżeli dwa trójkąty ADI, AFE
fig. (fig 62), są takie, że kąt A pier-
62. wżego, jest równy kątowi A drugiego, kąt D, równy kątowi F, i kąt I równy kątowi E; mówię, że mieć będą $AD:AF::AI:AE::DI:FE$.

Bo ponieważ kąt A pierwszego trójkąta, jest równy kątowi A drugiego, te dwa trójkąty można przy-
fig. łożyc ieden na drugi, iak w fig 57;
57. natenczas, ponieważ kąt D, jest równy kątowi F, linie DI, i FE będą równoległe (37); więc na fun-
da-

damencie tego, co się powiedziało (102), mieć będę, $AD:AF::AI:AE$.

Wyciągniemy teraz przez punkt I (fig. 57) linią prostą IH, linii AF równoległą; podług tego co się powiedziało (102), mieć będziemy $AI:AL::FH:FL$, albo z przyczyny równości linii FH, z linią DI (82), $::DI:FL$; więc $AD:AF::AI:AL::DI:FL$ fig. 57.

Ze zaś miéysca śrzodków przemienić można, można więc także powiedzieć $AD:AI::AF:AL$; i $AI:DI::AL:FL$

II. Ponieważ (75), gdy dwa kąty trójkąta są równe, dwóm kątom drugiego trójkąta, trzeci kąt musi być trzeciemu koniecznie równy; wnieśmy stąd: *Ze dwa trójkąty są sobie podobne, gdy mają dwa kąty równe, każdy każdemu.*

III. Widzieliśmy (43), że dwa kąty, które mają boki równoległe, i są ku iednéyże stronie obrócone, są sobie równe; więc dwa trójkąty, które mają boki równoległe, mają także kąty równe, każdy każde-

mu, a zatém (109), i boki proporcjonalne.

Więc podobnież dwa trójkąty, które mają boki prostopadłe, każdy każdemu, mają także też same boki proporcjonalne; albowiem ieden z tych trójkątów, na ćwierć okręgu wkoło obróciwszy, boki iego, sta-
ną się równoległemi drugiemu trójkątowi.

112. Jeżeli z kąta prostego A, fig. trójkąta prostokątnego, BAC (fig. 46), spuszczisz prostopadłą AD, na przeciwny bok BC, która zowie się przeciwprostokątna (Hipotenuza) iód. Dwa trójkąty ADB, ADC, będą sobie podobne, i trójkątowi BAC. 2re. Prostopadła AD będzie średnią proporcjonalną między dwiema częściami przeciwprostokątnej BD i DC. 3cie. Każdy bok AB, albo AC, prostego kąta, będzie średnim proporcjonalnym, między przeciwprostokątną i odcinkiem odpowiadającym BD, albo DC.

Albowiem dwa trójkąty ADB, ADC, każdy z nich ma kąt prosty w D, iak go trójkąt BAC, ma w A; nadto, każdy z nich ma ieden
kat

kąt spólny z tymże trójkątem BAC ; ponieważ kąt B , niemniéy należy do trójkąta ADB , iak do BAC ; podobnież kąt C , niemniéy należy do trójkąta ADC , iak do trójkąta BAC ; więc (109) te trzy trójkąty są sobie podobne; więc stóśuiąc boki odpowiadające iedne z drugićmi, tych dwóch trójkątów ADB i ADC , mieć będą

$$BD : AD :: AD : DC.$$

trójkątów zaś ADB , BAC , boki odpowiadające stóśuiąc; wypadnie proporcya:

$$BD : AB :: AB : BC$$

naostatek, trójkątów ADC , BAC , boki odpowiadające stóśuiąc, będzie proporcya:

$$CD : AC :: AC : BC.$$

Skąd pokazuje się, że AD (Arytm. 164), jest średnią proporcjonalną, między BD i DC ; AB średnią proporcjonalną, między BD , i BC ; i nakoniec AC , średnią proporcjonalną między CD i BC

113. Dwa trójkąty, które mają kąt równy, między dwoma bokami proporcjonalnćmi zawarty, mają także drugie dwa kąty równe, zatóm są sobie podobne.

Jeżeli dwa trójkąty ADI , AFE (fig 62) są takie, że kąt A pier- *fig.*
wszego, jest równy kątowi A dru- 62.
giego, i że oráz, boki zawierające
tako-

takowe kąty, są także takie, że $AD:AF::AI:AE$; mówię że sobie będą podobne; to jest, że będą mieć drugie kąty także sobie równe, każdy każdemu, i onych trzecie boki DI i FE , będą w tymże samym z sobą stósunku, co AD i AF albo AI i AE .

Albowiem kąt A , trójkąta ADI , można przyłożyć na kąt A , trójkąta AFE , sposobem w *figurze 57* wyrażonym. A że rozumié się, iż $AD:AF::AI:AE$, dwie linie proste AF i AE , będą przecięte proporcjonalnie w punktach D i I ; więc DI jest równoległa linii FE (105); więc (37) kąt AFE , jest równy kątowi ADI , i kąt AEF równy kątowi AID .

Stąd, iako téż z tego co się powiedziało (109) następuje, że $DI:FE::AD:AF::AI:AE$

114. *Dwa trójkąty, które mają swoje trzy boki odpowiadające, proporcjonalne, mają także kąty równe, każdy każdemu, a zatem są sobie podobne.*

fig. Daymy (fig 62), że $DE:AB::$
63. $EF:BC::DF:AC$: mówię, że kat
D

D, iest równy kątowi A, kąt E, równy kątowi B, i kąt F, równy kątowi C.

Zmyślmy sobie na DE, narysowany trójkąt DGE, którego kąt DEG, iest równy kątowi B, i kąt GDE, równy kątowi A; trójkąt DEG, będzie podobny trójkątowi ABC (109), więc (109) mieć będzie $DE:AB::GE:BC::DG:AC$; lecz rozumić się że $DE:AB::EF:BC::DF:AC$; zaczęm z przyczyny spólnego stosunku $DE:AB$, mieć będzie $GE:BC::EF:BC::DG:AC::DF:AC$; skąd wniesć można te dwie proporcye

$$\begin{array}{l} GE:BC::EF:BC \\ \text{i} \quad DG:AC::DF:AC. \end{array}$$

Więc ponieważ w tych obu proporcjach, dwa następniki są sobie równe; poprzedniki między sobą, także muszą być równe; zatem poprzednik GE, będzie równy poprzednikowi EF, i DG równy DF. Przeto trójkąt DEG, ma swoje trzy boki, równe trójkątowi DEF; iest więc (83) równy temu trójkątowi DEF; a iako dopiero wi-

dzie-

dzieliśmy, że trójkąt DEG, jest podobny trójkątowi ABC, tak trójkąt DEF, będzie także podobny trójkątowi ABC.

115. Dowiedliśmy wyżej (109),
fig. że gdy linia DI (fig 57), jest linii
 57. FL równoległa, dwa trójkąty ADI,
 i AFL są sobie podobne. Ponieważ ta prawda ma miejsce, chociażby kąt A był iakiękolwiek wielkości, trzeba stąd wnieść (fig 60),
fig. 60. że trójkąty AGH, AHI, AIK, AKL,
 są podobne trójkątom ABC, ACD, ADE, AEF, każdy każdemu; i że zatem (109), $KL:EF::AK:AE::KI:DE::AI:AD::IH:CD::AH:AC::GH:BC$; więc z ciągu tych stosunków niebiorąc tylko te stosunki, które są zamknięte w częściach linii GL i BF, mieć będzie $KL:EF::KI:DE::IH:CD::GH:BC$; to jest, że jeżeli z jednego punktu A, do różnych punktów linii prostej GL, wyciągniesz wiele innych linii prostych, te linie, każdą linią, linii GL równoległą, przetną tymże samym sposobem, iak przecinaia GL; to jest na części,

któ-

które będą miały między sobą też same stosunki, iak części na linii GL odpowiadające.

116. Z podania (101) wywiedzionego, wynika sposób podzielenia linii danej na części równe, albo na części, któreby miały między sobą stosunki żądane. Daymy że AR (fig 56), iest linia, która ma być fig 56. na dwie części podzielona, takie, żeby miały między sobą stosunek dany np. 7:3. Przez punkt A , w otwartości takiego kąta iak się podoba, wyciągnij linią AZ do upodobania, i wzięwszy także do upodobania, otwartość cyrkla AB , wniesij ją dzieląc razy wzdłuż linii AZ ; daymy że Q będzie punktem ostatniej części: punkta Q i R linii AQ , i linii danej AR , złącz razem; natenczas ieżeli przez punkt D , gdzie trzeci przedział kończy się, wyciągniesz linią DI , linii QR równoległą; linia AR , będzie rozdzielona na dwie części RI i AI , które będą między sobą :: 7:3; albowiem (101 i 102) mają się do siebie :: $DQ:AD$, które były zrobione od 7, i od 3 części.

Stąd pokazuje się, że gdyby linią AR , na większą liczbę części rozdzielić potrzeba było, np. na 5 części, któreby były między sobą iak liczby, 7, 5, 4, 3, 2, to wszystkie liczby, z sobą dodaćby trzeba, coby uczyniło 21; potem na linią AZ , dwadzieścia i jedną otwartościów cyrkla równych, wniesćby należało; a dopiero przez przedziały 7, 5, 4, 3, 2. pociągnąć równoległe linii QR .

Gdyby stosunek był w liniach zadany, te wszystkie linie jedna za drugą, na linią AZ wniesćby potrzeba.

Łatwo tedy poiąć można, coby czynić należało, gdyby linia AK , na części równa miała być podzielona.

Lecz gdy części, na które linia ma być podzielona, wypadają zmałe, albo że linia sama jest mała, najmniejsza niedokładność w równoległych, nazbyt wpływa w równość, lub nierówność takowych części; dla czego niebędzie od rzeczy, podać sposób następujący.

fig 64. 117. *f g.* (*fig 64*) Jest linia do rozdzielenia zadana, *np.* na 6 części równych. Wyciągnij do upodobania linią BC ; na którą wnieś sześć równych otwartościów cyrkla do woli wziętych: niech będzie linia BC , na której się te sześć części znajdują; na BC , narysuj trójkąt równoboczny BAC , zrobiwszy z punktów B i C jako ze środków, otwartością BC jako promieniem, dwa łuki, które przetną się w A . Na bokach AB , AC , weźmij części AF , AG , każdą, równą linii $f g$; a wyciągnąwszy linią FG , będziesz ją miał równą linii $f g$. Z punktu A , do wszystkich punktów, przedziałów linii BC , linie proste wyciągnąwszy, mieć będziesz linią FG , przeciętą tym samym sposobem, jak jest linia BC .

Albowiem, linie AF , AG , będąc sobie równe, iako też AB , AC , także sobie równe, $AB:AF::AC:AG$; więc AB i AC są proporcjonalnie przecięte w F , i w G ; więc FG , jest równoległa linii BC ; a zatem (113), trójkąt FAG , jest podobny trójkątowi BAC , więc trójkąt FAG jest równoboczny; więc linia FG , jest równa linii AF , a zatem i linii $f g$; nadto FG , będąc linii BC równoległą, te dwie linie (115), powinny być proporcjonalnie prze-

cięte,

cięte przez linie wyciągnięte z punktu A, do linii prostej BC.

To cośmy dopiero opisali, służyć może, do zrobienia *podziałki* (scala), służący do przeniesienia figury, z wielkiego na małe; miara takowa, w bardzo wielu działaniach, naywygodniejszy jest ta, którą nazywają *dziesiątną*, robi się następującym sposobem. Z końców A i B linii AB (fig. 65), która ma być na 100 części rozdzielona: wyciągnij prostopadłe, AC, BD; na każdą z nich, wnieś dziesięć otwartościów cyrkla, równych między sobą, lecz upodobańey wielkości; ściągnąwszy CD, roz dziel AB, na 10 równych części, i takowe części także na CD, przenieś, potem wyciągnij ukośne, iak w figurze widzisz; przez punkta przedziałów odpowiadających na CA i BD, wyciągnij także linie proste, które linii AB będą równoległe; co tyle uczyni, iak gdyby linia AB, była na 100 części podzielona. Chcąc np. mieć 47 części takich, iakich linia AB ma 100 w sobie, wezmiesz na linii która przechodzi przez lic: 7, część 7 H, od CA aż do ukośney przez lic: 40 przechodzący; i tak z każdą inną liczbą uczynisz.

Iakóż, z przyczyny trójkątów podobnych Cy 7, CAx, rzecz oczywista: że 7v, mieści w sobie 7 części takich, iakich Ax zawiera w sobie 10; więc ponieważ vH, zajmuje cztery przedziały, każdy z nich równy przedziałowi Ax, linia cała 7H, waży 47 części takich; iakich Ax zawiera w sobie 10, to jest 47 takich części, iakich linia AB, mieści w sobie 100.

118. Podanie (102) wywiedzione, służyć może do wynalezienia, czwartej proporcjonalnej trzem liniom zadany a b, c d, e f. (fig. 57). fig. 57. to jest, linii któraby była, czwartym wyrazem proporcji, od tych trzech poczynającej się:

ab, cd, ef. Tym końcem wyciągnąwszy do upodobania dwie linie proste AF , AL , któreby bądź iakikolwiek kąt między sobą czyniły, wnieś *ab*, z A w D , i *cd*, z A w F ; wnieś podobnież *ef*, z A w I ; punkta D, I , prostą linią DI złączysz, przez punkt F , wyciągnij linią FL , linii DI równoległą; linia AL , będzie czwartą proporcjonalną żadaną.

Na fundamencie podania (109) wywiedzionego, można sobie także w tém postąpić innym następującym sposobem. Weźmij na linii do upodobania wziętą AF (fig. 57), dwie części AD i AF , równe liniom *ab, cd*, każda każdej; i wyciągnąwszy linią DI , równą linii *ef*, czyniącą taki kąt iak się podobą, przez punkt A i I , rysuj linią prostą ALL , którą przetniesz przez linią FL , linii DI równoległą; ta równoległa, będzie żadanym czwartym wyrazem.

Gdy dwa średnie wyrazy proporcji, są sobie równe, natenczas czwarty wyraz nazywa się, *trzecim proporcjonalnym*; dla tego iż w takiej proporcji, tylko trzy wielkości różne, znajdują się. Tak, chcąc mieć trzecią proporcjonalną dwóm liniom żadany, trzeba rozumieć, że się szuka czwartego wyrazu proporcji, w której, druga z dwóch żadanych linii, miejsce dwóch środków zastępuje, i działanie wychodzi, na toż samo, co się dopiero opisało.

Teorya linii proporcjonalnych, i trójkątów podobnych, jest fundamentem, bardzo wielu działań, w Geometrii praktycznej. Opiszemy potem nayglówniejsze, teraz o tych tylko mówić będziemy, które bez miarzenia kątów dają się odbyć; to jest szczególnie przy pomocy kołków i sznura. O innych zaś dany wiadomość, gdy z okazji Try-

Trygonometrii, opiszemy narzędzia służące do mierzenia kątów.

1^{od} Daymy że potrzeba na rzece iakię rzucić most; dla czego przodem wiedzieć należy szerokość tęj rzeki AB (fig. 66.) *fig. 66.*

W kierunku (directio) linii AB, i w odległości BC, która przynajmniej trzecią część szerokości AB, wziętę na oko, wziąć powinna, zatknąwszy kolek C, zmierzysz linią BC. Po prawey lub po lewey, stronie linii BC, i w upodobanym kierunku, odmierzysz iaką zechcesz odległość np. CE, (im dłuższa tém będzie lepsza). Połowę tęj linii CE naznaczysz w D, i naznaczywszy oraz punkt F, który niemniej w kierunku BE, iak w kierunku AD znajdować się powinién, zmierzysz BF i FE. Przez następującą proporcją. dójdziesz długości AB; to iest $FE - BF : \frac{1}{2} BC :: BF : AB$.

Jakóż, zmyślny sobie w połowie D linią DG, równoległą linii AB; punkt G, gdzie się złączy z linią BE, będzie (102) połową linii BE, a zatem FG, będzie równą linii FE — BF. Lecz trójkąty FGD i ABF sobie podobne, z przyczyny równoległych, dają proporcją, $FG : GD :: BF : AB$. Nadto z przyczyny trójkątów podobnych EDG, ECB, DG iest połową CB; bo ED iest połową EC; więc FG, albo FE — FB : $\frac{1}{2} BC :: BF : AB$.

2^{re} W mierzeniu odległości, można sobie także postąpić innym, a to następującym sposobem.

Daymy że potrzeba wyciąga, zmierzyc odległość od punktu przykopu (tranchée) B (fig. 67), wziętego na przedłużeniu linii głównej Półksiężyc (Demilune), do wierzchołka A, kąta wykakującego ukrytę drogę. *fig. 67.*

Na linii AB, wyciągniesz prostopadłą BC, upodobanej długości; w punkcie E, na linii BC, zatkniesz kolek, tak ażeby linia CE była równą linii BE, albo częścią ię wielokrotną, iakoto połową, ćwiercią, i. t. d; to zrobiwszy, na linii CD, prostopadłej linii BC, oddalaj się aż do punktu D, z którego mogłbyś widzieć, kolek E, i punkt A, w prostym kierunku. W ten czas, AB będzie równa linii CD, jeżeliś linią CE wziął równą linii BE; lub też AB, będzie dwa razy, albo cztery razy tak wielką iak CD, jeżeli na CE, połowa, albo ćwierć linii BE wzięta była. To pokazuje się oczywiście, uważając że linie CD i AB będąc równoległe, trójkąty ABE, i ECD, będą sobie podobne.

fig. 68. Jeżeliby potrzeba zmierzyć odległość nieprzystępną AB (*fig. 68*). Obierz sobie punkt C, tak położony, ażebyś z niego widzieć mógł oba punkta A i B, i w tym kierunku, odmierzyć części CD i CE, długościom linii AC i BC, ile możności najbliższe; lubo ściśle biorąc, mogą być małe, względem linii AC i BC.

Sposobami wyżej podanemi, albo innemi tym podobnemi, które na fundamencie tamtych wymyślić można, znajdziemy długość CA i CB; potem w kierunku CA i CB, kolki D, E, zatkniesz; tak, żeby CD miała się do CE :: CA : CB, (co jest łatwo, mając wiadomą długość CA i CB, a CD obrać sobie mogąc do upodobania); to zrobiwszy zmierzysz DE, i mieć będziesz odległość AB, przez następującą proporcją $CD : DE :: CA : AB$; ponieważ dwa trójkąty CAB, CDE mając kąt równy, między dwoma bokami proporcjonalnemi zawarty, są sobie podobne (113).

4te Jeżeli przez punkt C (fig. 70), trzeba fig. 70.
wytknąć na polu linią, równoległą linii
AB, (niemając tylko kołki przy sobie).

Punkt D do upodobania obrawszy, w kie-
rónku AD, naznaczysz punkt E, któryby się
oraz w kierunku BC znajdował; z tego pun-
ktu E wyciągnij EG, linii przystępnéj DB
równoległą; potem z punktu C, prowadź
GCF, linii AD równoległą, która z linią BD
w punkcie F zniydzie się. Na linii EG, na-
znaczysz punkt H, w kierunku FA położo-
ny. Linia KCHI, przez takowe punkta
przeprowadzona, będzie żadaną równoległą.
Albowiem z przyczyny równoległych FG
i AD; trójkąty FHG, i FAD są sobie po-
dobne, i dają proporcją, FG albo $ED : GH$
 $:: AD : FD$. Z téjże saméj przyczyny, tróy-
kąty ECG, BED, dają EG albo $DF : GC :: BD$
 $: DE$. Te obie proporcye mając też same
skrajne, mnogość średnich, będzie równa
w obydwóch, a zatem z tych czterech ilościów
(Arytm: 170.) można ułożyć proporcją na-
stępującą, $GC : GH :: AD : BD$; więc dwa
trójkąty GCH, ABD, mają kąt równy mię-
dzy dwoma bokami proporcjonalnemi za-
warty; rzecz albowiem jest oczywista, z
przyczyny równoległych GE, DF, że kąt G
jest równy kątowi D. Więc kąt GCH, al-
bo przeciwny jego KCF, jest równy kato-
wi BAD; więc CF będąc równoległą boko-
wi AD; CK musi być także bokowi AB
koniecznie równoległą.

5te Mając wiadomą grubość *przedpiersienia*
(epaulement) (fig. 69) otwartość zewnętrzną
HKI, i wewnętrzną AB strzelnicy któ-
rą otworzyć trzeba, jak wynaléśdź kieronek
policzków HA i KB? (joues).

Wystawisz sobie w myśli że P jest punkt,
w którym się zniyśdź powinny takowe policz-
ki

ki przedłużone; trójkąty podobne HKP, ABP dadzą proporcją, $HK:AB :: HP:AP$. A jeżeli przez połowy G i C, wyślawimy sobie znowu linią strzału GCP, trójkąty podobne HGP, ACP, dadzą $HP:AP :: GP:CP$; więc $HK:AB :: GP:CP$; a zatem (Arytm. 174.) $HK—AB:AB :: GC:CP$; dójdzie więc linii CP, to jest ilości, o którą się trzeba oddalić, od środka otwartości C, prostopadle linii AB, żeby mieć punkt P, któryby z punktami A i B był w kierunku, jaki mieć powinien policzki AH, BK.

6te Przez podobne temu przyścośowanie, trójkątów sobie podobnych, wynaleśdź można punkt C (fig. 71), w którym linia celu wziętego przez metal, z przedłużeniem osi armatney przecina się.

Kula wyszedłszy z kanału działa, przez ważność swoje, oddala się od tego kierunku w którym z armaty była wypędzona; tak że gdyby linia celu GH, była równoległa osi armatney, kula uderzyłaby zawsze niżej punktu, na cel wziętego. Żeby temu zapobiedz; linii celu GH, dać się pewne nachylenie takie, ażeby ta linia zeszła się z osią, w odległości AC, mniejszej, iak jest ta, w której kula będzie mogła zniżyć się z linią celu przedłużoną. Chcąc odległość takowego punktu C wynaleśdź; nie trzeba tylko mieć wiadomą długość osi armatney AB, zawartę między dwoma punktami celu G i H, tudzież wysokości GA i HB tychże dwóch punktów nad osią. Natenczas, trójkąty podobne GAC i HBC, dadzą proporcją $GA:HB :: AC:BC$, skąd (Arytm. 174) wniesć można $GA—HB:HB :: AB:BC$, gdzie wzięty tylko oprócz BC było wiadomo.

O Liniach proporcjonalnych, uważanych w Kole.

119. Dwie linie, nazywają się przecięte w stosunku odwrotnym (in ratione inveria, reciproca); gdy chcąc złożyć proporcją z części tych linii, dwie części pierwszey, wypadają skrajnemi, a dwie części drugiey, średniemi téż proporcji wyrazami.

Dwie linie, nazywają się byź odwrótnie częściami swoimi proporcjonalne; gdy jedna z tych linii i iey część, składaia skrajné, druga zaś linia i iey część składaia, średnie wyrazy proporcji.

120. Dwie cięciwy AC i BD (fig: 72), przecinające się w kole. w fig. 72. w którymkolwiek bądź punkcie E, i w otwartości bądź takiego chce kąta, przecinaia się zawsze w stosunku odwrotnym; to jest, że $AE:BE::DE:CE$.

Albowiem, wyciągnawszy cięciwy AB, CD, robią się dwa trójkąty BEA, CED, których podobieństwo łatwo daie się dowieśdź; ponieważ oprócz kąta BEA, równego katowi CED (20), kąt ABE, albo ABD, jest równy katowi DCE, albo DCA:

bo oba, mają wierzchołki na okręgu, i na iednymże łuku AD, opieraia się (64). Więc trójkąty BEA i CED są sobie podobne (109); więc boki odpowiadające mają proporcjonalne, to iest $AE : BE :: DE : CE$; gdzie rzecz iasna, że części cięciwy AC, są skraynemi, a części cięciwy BD, są średniemi wyrazami.

121. Ponieważ podanie dopiéro wywiedzione, ma miéysce, choćby punkt E, bądź gdzie chce znajdował się, i choćby dwie cięciwy AC, i BD, w otwartości bądź iakiego chce kąta przecinały się; więc to podanie będzie ieszcze miéysce, gdy dwie cięciwy (fig. 73) będą sobie prostopadłe, i gdy iedna z nich np. AC, przez środek koła przechodzić będzie; w takowym razie cięciwa BD będąc na dwie równe części przecięta (52), dwa wyrazy średnie proporcyi $AE : BE :: DE : CE$, stają się równe, i proporcya odmiénia się w tę proporcya, $AE : BE :: BE : CE$; więc każda prostopadła BE, spuszczone z punktu B okręgu, na średnicę, iest średnią

dnia proporcjonalną, między dwiema częściami AE , CE , tę średnicy.

122. To podanie, mieć może wiele przyróżowań użytecznych. Teraz przestaniemy tylko na iednym, a to iest, iak znaleźć średnią proporcjonalną między dwiema zadane-
mi liniami ae i ec (fig. 74.)

fig. 74

Wyciągnij linią prostą AC , upodobanej długości, na którą przenieś, iedna po drugiej linii AE i EC , równe liniom ea ec ; i na całej linii AC , iako na średnicy, narysowawszy pół koła ABC , z punktu styczności E , wyciągnij na linii AC , prostopadłą EB ; ta prostopadła, będzie średnią proporcjonalną żadaną,

123. Dwie sieczne AB , AC (fig. 75), z iednegoż punktu A , ze-
wnątrsz koła poczynające się, i na części wklęklę okręgu kończące się, są zawsze odwrotnie proporcjonalne, częściom swoim zewnętrznym AD i AE ; punkt A zewnątrsz koła, niech gdzie chce znajduje się, i dwie sieczne niech czynią między sobą kąt, bądź iaki chce.

Zmyśliwszy sobie cięciwy CD i BE , mieć będziesz dwa trójkąty ADC , i AEB , wktórych 1^o Kąt A iest spólny. 2^o Kąt B iest równy kątowi C ; ponieważ oba, mają wierzchołki na okręgu, i obéymuią tenże sam łuk DE (64); więc
(109)

(109) te dwa trójkąty są sobie podobne, i mają boki proporcjonalne; więc $AB:AC::AE:AD$; gdzie widzieć można, że sieczna AB , i ięć część zewnętrzna AD , składaia skrayne; sieczna zaś AC , i część ięć zewnętrzna AE , składaia średnie wyrazy proporcyi.

124. Ponieważ to podanie jest prawdziwe, choćby kąt BAC był jaki chce; więc zmyśliwszy sobie, bok AB nieruchomy, a bok AC , żeby się na punkcie A obracał, i od AB oddalał; wtym razie dwa punkta przecięcia E i C , coraż ieden do drugiego zbliżać się będą, aż nakoniec, linia prosta AC , wpadłszy na styczną AF , te dwa punkta zniydują się w ieden, i AC , AE , każda z nich, stanie się równą linii AF ; tak, że proporcya $AB:AC::AE:AD$ odmieni się w proporcya $AB:AF::AF:AD$; więc

Jeżeli z punktu A , wziętego zewnątrz koła, wyciągniesz iakakolwiek sieczną AB i styczną AF , ta styczna będzie średnią proporcjonalną, między sieczną AB , i częścią zewnętrzną AD , téż sieczną.

125. To podanie, między innemi użyciami, służyć może do przecięcia linii *w średnim i skrajnym stosunku* (in ratione media & extrema). Mówi się że linia AB (fig. 76), *fig. 76.* jest przecięta w średnim i skrajnym stosunku; gdy jest przecięta na dwie części AC i BC takie, że jedna z nich BC, jest średnią proporcjonalną, między linią całą AB, i drugą częścią AC, to jest, gdy są w takiéy proporcyi: $AC:BC :: BC:AB$.

W przecięciu takowém, postąpić sobie trzeba następującym sposobem. Z jednego końca A, podnieść prostopadłą AD, równą połowie linii AB; z punktu D, jako ze środka, promieniem równym linii AD, rysuy okrąg, który w E, przetnie linią BD, łączącą dwa punkta B i D. Nakoniec, przenieś BE z B w C; linia AB w punkcie C, będzie w średnim i skrajnym stosunku przecięta.

Jakóż, linia AB, będąc linii AD prostopadłą, jest przez to samo styczną (49); a ponieważ BF, jest sieczną, wypada proporcya (124) $BF:AB :: AB:BE$ albo BC . Więc (Arytm: 175), $BF - AB:AB - BC :: AB:BC$; a że AB, jest równa linii FE; gdyż AB jest połowinnością linii AD; więc $BF - AB$, jest równa linii BE, albo BC; a iako $AB - BC$, jest AC; więc $BC:AC :: AB:BC$; albo (Arytm. 171) $AC:BC :: BC:AB$.

O Figurach sobie podobnych.

126. Dwie figury, mające iednęż liczbę boków, nazywają się sobie podobne; gdy kąty odpowiadające, mają równe, i boki odpowiadające, proporcjonalne.

Dwie

Dwie figury ABCDE, abcde *fig. 77.* (*fig. 77*), są sobie podobne, jeżeli kąt A, jest równy kątowi a; kąt B, równy kątowi b; kąt C, równy kątowi c; i. t. d. i jeżeli oraz bok AB, mieści w sobie ab, tyle razy, ile bok BC mieści bc; ile CD mieści cd, i. t. d.

W figurach, mających więcej jak trzy boki, te oba warunki są potrzebne; tylko w samych trójkątach, dosyć jest na jednym z tych warunków; bo w nich koniecznie jeden z drugiego wynika. (109 i 114).

127. Jeżeli z dwóch kątów odpowiadających, A, a, w dwóch wielokątach sobie podobnych, wyciągniesz przekątne AC, AD, ac, ad, do drugich kątów; oba wielokąty, będą przedzielone, na tęż samę liczbę trójkątów sobie podobnych, każdy każdemu.

Albowiem, kąt B rozumie się być równy kątowi b, i bok $AB : ab :: BC : bc$; więc te dwa trójkąty ABC, abc, mające kąt równy, między dwoma bokami proporcjonalnemi zawarty, są sobie podobne (113); więc kąt BCA, jest równy kątowi bca, i $AC : ac :: BC : bc$.

Jeżeli od kątów równych $\widehat{BCD}$, bcd , odetniesz kąty równe $\widehat{BCA}$, bca , pozostałe kąty $\widehat{ACD}$, acd będą także równe. Lecz $BC : bc :: CD : cd$, więc ponieważ się dopiero dowiodło, że $BC : bc :: AC : ac$, mieć będzie także $CD : cd :: AC : ac$; a zatem, dwa trójkąty $\triangle ACD$, acd , są także sobie podobne; ponieważ mają kąt równy, między dwoma bokami proporcjonalnemi zawarty. Toż samo, i tymże samym sposobem, co do trójkątów $\triangle ADE$, ade , i do wszystkich innych, któreby po nich następowały, daie się dowieść; gdyby zadane wielokąty, z większey liczby boków były złożone.

128. Jeżeli dwa wielokąty $AB CDE$, $abcde$, są złożone z iednéyże liczby trójkątów sobie podobnych, każdy każdemu, i podobnie położonych; będą sobie podobne.

Albowiem, kąt B i E są równe kątóm b i e ; z przyczyny że trójkąty są sobie podobne: i z téyże saméy przyczyny, kąty cząstkowe $\widehat{BCA}$, $\widehat{ACD}$, $\widehat{CDA}$, $\widehat{ADE}$, są równe kątóm cząstkowym bca , acd , cda , ade ; więc także kąty całe $\widehat{BCD}$, $\widehat{CDE}$

CDE, są równe katóm całym bcd , cde , każdy każdemu. Nadto podobieństwo trójkątów, daie następujący ciąg równych stosunków $AB:ab::BC:bc::AC:ac::CD:cd::AD:ad::DE:de::AE:ae$ niebiorąc z tego ciągu, tylko stosunki boków stycznych w tych wielokątach, mieć będzie: $AB:ab::BC:bc::CD:cd::DE:de::AE:ae$. Więc te wielokąty, mają także boki proporcjonalne; więc są sobie podobne.

Zatem, żeby narysować figurę podobną fig. 77. figurze zadanej ABCDE (fig. 77) którejby, bok odpowiadający bokowi AB, miał długość zadaną; takową linią daną, wznacz na linii AB, z A w f ; linią fg wyciągnij równolegle linii BC, i która linią AC przetnie w g ; przez punkt g , ciągnij znowu linią gh , linii CD równoległą, i która linią AD przetnie w h ; wyciągnij dalej przez punkt h linią hi , linii ED równoległą, i będziesz miał wielokąt $Afg hi$, podobny wielokątowi ABCDE.

129. Obwody dwóch figur podobnych, są między sobą, iak boki odpowiadające tychże figur; to jest, że summa boków figury ABCDE, zawiera w sobie sumnę boków figury $abcde$ tyle razy, ile bok AB zawiera w sobie bok ab .

Albowiem w ciągu równych stó-
lunków $AB : ab :: BC : bc :: CD : cd :: DE : de :: AE : ae$, summa po-
przedników (Arytm: 175), ma się do
summy następników, iak ieden po-
przednik, do swego następnika :: $AB : ab$; rzecz oczywista, że te summy
nieco innego są, tylko obwody figur.

130. Zmyśl sobie, okrąg $ABCD$
 $EFGH$ (fig 78) podzielony na ta-fig. 78.
liczbę części równych, iak zechcesz;
wyciągnąwszy ze środka I do pun-
któw podzielonych, promienie IA ,
 IB i. t. d; drugim promieniem Ia , ry-
suy okrąg $abcdefgh$, który będzie
przecięty od tych promieni w pun-
ktach a, b, c, d, e, f, g, h ; rzecz oczywi-
sta, że jeżeli w każdym okręgu, pun-
kta przedziału, cięciwami połączysz,
zrobią się dwa wielokąty sobie po-
dobne; gdyż trójkąty ABI , abI , i.
t. d. są sobie podobne, bo mają kąt
spólny I , zawarty między dwoma bo-
kami proporcjonalnemi; albowiem IA ,
jest równa linii IB , a Ia , równa linii
 Ib , więc oczywiście masz proporcya,
 $AI : BI :: aI : bI$; toż samo wzglę-
dém innych trójkątów, możnaby
dowieść. Stąd, i co się powiedzia-
ło

ło (129) wnieść należy, że obwód $ABCDEFGH$ ma się do obwodu $abcdefgh :: AB : ab$; albo (z przyczyny trójkątów podobnych $ABI, abI) :: AI : aI$.

Ponieważ to podobieństwo, niezawisło od liczby boków wielokąta, więc ieszcze mieć będzie miejsce, choćby każdy bok był rozmnożony nieskończenie; a w takowym razie poiać się daie, że między okręgiem, a takowym, z nieskończonéy liczby boków złożonym wielokątem, żadney różnicy niema; więc i okręgi $AB CDEFGH, abcdefgh$, są między sobą $:: AI : aI$, to iest iak ich promienie, a zatem iak ich średnice.

131. Wnieśmy stąd i od *Z okrąg koła uważać można, iako wielokąt foremny, czyli regularny, z nieskończonéy liczby boków złożony.*

2^{re} *Koła są figury sobie podobne.*

3^{cie} *Okręgi kołowe, są między sobą, iak ich promienie albo iak ich średnice.*

132. W powszechności, jeżeli w dwóch wielokątach sobie podobnych, wyciągniesz dwie linie, iednakowo ku bokom odpowiadającym nakłonię, i kończące się w
pun-

punktach podobnie położonych, względem tych boków; te linie które nazywają się linie odpowiadające, będą między sobą, w stosunku dwóch boków odpowiadających, którekolwiek. Albowiem iak tylko czynią kąty równe z dwoma drugimi odpowiadającemi bokami którekolwiek, czynić także koniecznie muszą kąty równe, z dwoma innemi bokami odpowiadającemi któremkolwiek; bo kąty dwóch wielokątów podobnych, są równe każdy każdemu: przeto gdyby się nieznaydowały bydy w iednakowym stosunku, z dwoma bokami odpowiadającemi, łatwo poiać można, że punkta gdzie się kończą, niemogłyby bydy podobnie położone, iak się rozumie.

ROZDZIAŁ DRUGI.

O Powiérzchniach.

133. **P**rzystępuiemy teraz do rozebrania, drugiego z trzech gatunków rozległościów, któreśmy wyżej rozróżnili; to jest do rozległości w długości i szerokości.

W tym Rozdziale mówić nie będziemy, tylko o *powierzchniach płaskich*, przestaniemy nawet tylko na figurach prostokryślnych i na kole.

Miara powierzchniów, czyni się przez trójkąty, albo przez *czworokąty*.

Czworokąty dzielą się, na czworokąty prosto rzeczzone, na *nierównoległoboki* (trapezium), i na *równoległoboki* (parallelogramum).

Figura czworokątna, która prosto nazywa się *czworokątem*, jest ta, w której żaden bok, nieznayduie się fig. 83. równoległy drugiemu (Zob: fig: 83.)

Nierównoległobok, jest czworokąt, w którym dwa boki tylko, są sobie fig. 84. równoległe (fig: 84.)

Równoległobok, jest czworokąt, w którym przeciwne boki, są sobie równole- figura głe (fig: 79. 80, 81, 82, 88, 89). Ró-

81. 82. wnoległoboków naznaczaia się czte-

88. 89. ry gatunki; *Równoległobok ukośny* (rhomboides), *kwadrat ukośny*, (rhombus), *prostokąt* (rectangulum), i *kwadrat* (quadratum.)

Równoległobok ukośny jest, którego boki, i kąty przyległe są nieró- fig. 79. wne (fig. 79.)

Kwa-

Kwadrat ukośny jest, w którym boki są równe, ale kąty nierówne (fig. 80.) fig. 80.

Prostokąt jest, którego kąty są równe, a boki przyległe nierówne (fig. 81.) fig. 81.

Kwadrat jest, którego boki i kąty wszystkie, są równe (fig. 82.) fig. 82.

Gdy kąty, w czworokącie są równe, muszą być koniecznie proste; ponieważ cztery kąty każdego czworokąta, są warte razem cztery kąty proste (86).

Prostopadła EF (fig. 79) między dwoma bokami przeciwnymi, w równoległoboku wywiedziona, nazywa się *wysokością* tego równoległoboku; a bok BC, na który ta prostopadła pada, nazywa się *podstawą* (basis).

Wysokością trójkąta ABC (fig. 85, 86 i 87), jest prostopadła AD, spuszczone z kąta A tego trójkąta, na bok przeciwny BC, przedłużony jeżeli potrzeba; i bok BC nazywa się natenczas *podstawą*.

134. *Którykolwiek trójkąt prostokryślny ABC (fig. 87), jest zawsze* fig. 87.

połową równoległoboku, też podstawę, i też wysokość mającego.

Zawsze albowiem pojąć się daie, że przez wierzchołek kąta C, można wyciągnąć linią CE, bokowi BA równoległą, tudzież przez wierzchołek kąta A, linią AE, bokowi BC równoległą; przez co z boków AB i BC złoży się równoległobok ABCE, też podstawę i też wysokość mający, co trójkąt ABC: to założywszy, łatwo pokazać się, że dwa trójkąty ABC, CAE, są sobie równe, z przyczyny równoległych (38). Ztężyż saméy przyczyny, kąty BCA i CAE, także sobie są równe; więc te dwa trójkąty, mające bok równy, przyległy dwóm kątom równym każdy każdemu, są sobie równe; więc trójkąt ABC jest połową równoległoboku ABCE.

135. Równoległoboki ABCD, fig. 88. EBCF (fig. 88. 89), iednéyżc podstawy i iednéyżc wysokości, są sobie równe co do powierzchni.

Dwa równoległoboki ABCD, fig. 88. EBCF (fig. 88), mają część spólną EBCD; a tak równość ich niezawisła, tylko od równości trójkątów A

ABE, DCF; łatwo zaś dowieść można, że te trójkąty są sobie równe; albowiem, bok AB jest równy bokowi CD; te linie będąc równoległe, między równoległymi zawarte (82); z téż samej przyczyny, bok BE, jest równy bokowi CF; nadto (43) kąt ABE, jest równy kątowi DCF; przeto te dwa trójkąty mają kąt równy, między dwoma bokami równymi zawarty, każdy każdemu; więc sobie są równe; a przeto równoległobok ABCD, jest równy równoległobokowi EBCF.

W figurze 89, tymże samym sposobem dowieść można, że dwa trójkąty, ABE, DCF, są sobie równe; więc odiaływszy od każdego trójkąt DCE, dwa nierównoległoboki pozostałe ABID, EICF, muszą sobie być równe; naostatek, dodając do każdego z tych nierównoległoboków trójkąt BIC, równoległobok ABCD i równoległobok EBCF stąd powstające, muszą sobie być także, koniecznie równe.

136. Więc także powiedzieć można; Ze trójkąty, też podstawę, i też wysokość, albo podstawy równe, i wysokości

sokości równe mające, są sobie równe. Albowiem, są połowaniami równoległoboków mających też podstawę i też wysokość, co równoległoboki, których są połowaniami.

Z tego ostatniego podania, wniesć można; Ze każdy wielokąt, może być przemieniony w trójkąt, mający też powierzchnią taką miał wielokąt.

Niech będzie np. dany pięciokąt *fig. 90.* $ABCDE$ (*fig. 90*); jeżeli wyciągniesz przekątną EC , przez dwa końce dwóch boków przyległych ED , DC , i linią DF linii EC równoległą, która z bokiem AE przedłużonym, zniydzie się w F ; nakryśliwszy linią CF , mieć będziesz czworokąt $ABCF$, równy co do powierzchni pięciokątowi $ABCDE$; ponieważ dwa trójkąty ECD , ECF , mając podstawę wspólną EC , i między równoległymi EC , DF , zawarte będąc, mają iednęż wysokość; więc sobie są równe; przeto do każdego z nich dodawszy czworokąt $EABC$, mieć będziesz pięciokąt $ABCDE$, równy czworokątowi $ABCF$.

Tym

Tym samym sposobem, iakośmy pięciokąt przemienili w czworokąt, można przemienić także, i czworokąt w trójkąt; więc i. t. d.

Chcąc przemienić trójkąt w czworokąt, mający też samą powierzchnią; nie trzeba więcej (122), tylko wziąć średnią proporcjonalną, między podstawą, i połową wysokości; ponieważ (Arytm: 168) kwadrat tej średniej proporcjonalnej, będzie równy mnogości z tych dwóch czynników.

Można więc bądź iaką chce figurę, przemienić w kwadrat mający też powierzchnią to zadana figura.

O mięrzeuiu Powierzszchniów.

138. **M**ięrzyć powierzchnią, iest to wynaléśdź wiele razy ta powierzchnia, mieści w sobie inną powierzchnią wiadomą.

Miary w używaniu będące, są po policie kwadraty; czasem też są prostokaty; tak, mięrzyć powierzchnią ABCD (fig. 91), iest to wynaléśdź fig. 91. wiele ta powierzchnia, mieści w sobie kwadratów takich, iak $abcd$, albo prostokątów takich, iak $abcd$; ieżeli bok ab , kwadratu $abcd$, iest na iednę stopę, to nazywa się wynaléśdź, wiele ma w sobie stóp kwadratowych, powierzchnia ABCD; ieżeli bok ab prostokątu $abcd$, iest na

iedną stopę, a bok bc jest na trzy stopy, to nazywa się wynaléśdź, wiele zawiera w sobie, powierzchnia $ABCD$, prostokątów, trzy stopy długich, a jedną stopę szerokich.

Chcąc zmierzyć na części kwadratowej powierzchnią prostokąta $ABCD$; trzeba szukać, wiele razy bok AB , mieści w sobie bok ab , kwadratu $abcd$, który służy za jedność miary; szukać oraz, wiele razy bok BC , mieści w sobie bok ab ; i natenczas rozmnożywszy te dwie liczby jedną przez drugą, mieć będziesz liczbę kwadratów takich, iak jest $abcd$, które powierzchnia $ABCD$ w sobie zawiera.

Np. jeżeli AB , mieści w sobie ab cztery razy; jeżeli BC , mieści w sobie ab siedm razy, mnożę 7 przez 4, a mnogość 28, zna-czy że prostokąt $ABCD$, mieści w sobie 28 kwadratów takich, iak $abcd$.

Albowiem, jeżeli przez punkta podziałów E, F, G , wyciągniesz równoległe linii BC , mieć będziesz cztery prostokąty równe, z których każdy będzie mógł mieścić w sobie tyle kwadratów takich iak jest $abcd$, wiele się znajduie części równych bokowi ab , w boku BC ; więc kwadraty zawarte w jednym z tych prostokątów, trzeba tyle razy powtórzyć, ile takowych prostokątów znajduie się, to jest tyle razy, ile razy bok AB
mie-

mieści w sobie ab ; a ponieważ liczba kwadratów, w każdym prostokacie zawartych, jest też sama, co liczba części znajdujących się w BC ; więc rzecz jest oczywista, że mnożąc liczbę części mieszczących się w BC , przez liczbę części równych mieszczących się w AB , wyniknąć musi liczba kwadratów takich, iak jest $abcd$, które w prostokacie $ABCD$ zmieścić się mogą.

Lubośmy, w dopięro poprzedzającym rozumowaniu uważali, że boki AB , BC , spełna w sobie mieszczą liczbę iakową miar ab , to rozumowanie atoli, niemniéy służy, choćby miara ab , niemieściła się spełna.

Np. jeżeli bok BC , niemieścił w sobie tylko $6\frac{1}{2}$ miary, każdy inny prostokąt mieścić niebędzie tylko $6\frac{1}{2}$ miary; i jeżeli bok AB , niemieścił w sobie tylko $3\frac{1}{3}$ miary, niebędzie tylko $3\frac{1}{3}$ prostokątów, każdy z $6\frac{1}{2}$ kwadratów złożony; trzebaby więc rozmnożyć $6\frac{1}{2}$ przez $3\frac{1}{3}$, to jest liczbę miar mieszczących się na BC , przez liczbę miar mieszczących się na AB .

Jeżeli zamiast wymiżenia powierzchni $ABCD$ (fig: 91) na czę- fig. 91.
ści kwadratowe, chciałbyś ją wymi-
rzyć na części prostokątne $abcd$; ro-
zumowanie podobneż pokazuje, że
 AB zmierzyć potrzeba na części
takie iak ab ; a BC na części takie
iak bc , i liczbę części oboiego ga-
tunku, rozmnożyć iedną przez drugą.
Np.

Np. chcąc wiedzieć, wiele potrzeba wiązek *chróstowych* (*saucissons*) na 18 stóp długich, a 11 caliów grubych, na powleczenie wewnętrzne, *działohitni* (baterie) *mozdzierzowey*, *długię* 21 sążniów, *wysokię* na 7 stóp i 4 cale; widzieć daie się, że grubość 11u caliów mieści się 8 razy, w wysokości 7u stóp i 4 caliów; i że długość 18st. mieści się 7 razy, w długości 21 sążniów; trzeba więc rozmnożyć 7 przez 8, a mnogość 56, pokaże szukaną liczbę wiązek chróstowych.

Wreszcie, gdy potrzeba wyciąga mierzyć powierzchnią na części prostokątne, można toż samo wykonać, mierząc naprzód na części kwadratowe, a potem liczbę takowych części, dzieląc przez liczbę miar kwadratowych podobnychże, iaką w sobie zawiera, miara prostokąta użytego.

figura
88. 89. 139. Ponieważ równoległobok prostokątny (135) ABCD (fig: 88. i 89), iest równy równoległobokowi EBCF, tęż podstawę, i tęż wysokość mającemu; idzie zatem, że chcąc mieć powierzchnią iego, trzeba rozmnożyć liczbę części mieszczących się w podstawie BC, przez liczbę części zawierających się w wysokości BA, można więc w powszechności powiedzieć.

Ze chcąc mieć liczbę miar kwadratów, w powierzchni równoległoboku iakiegokolwiek ABCD zawartych, (fig. 79.) trzeba zmierzyć pod-fig. 79. stawę BC i wysokość EF, też samą miarą, i liczbę miar podstawy, rozmnożyć przez liczbę miar wysokości.

Pokazuje się więc, stąd co się powiedziało (138), że chcąc obrać wartość powierzchni ABCD (fig. 91), nie więcej czynić nietylko-fig. 91. ba, tylko powierzchnią GBCH, albo liczbę kwadratów w niej zawartych, powtórzyć tyle razy, ile razy bok GB mieści się w boku AB; a tak mnożny, jest powierzchnią mianowaną, mnożnik zaś jest liczbą niemianowaną która tylko oznacza, wiele razy trzeba powtórzyć mnożnego.

Mówi się atoli bardzo pospolicie; że chcąc mieć powierzchnią równoległoboku, trzeba rozmnożyć jego podstawę przez wysokość; lecz to trzeba poczytać za skrócony sposób mówienia, w którym dorozumiewa się liczba kwadratów odpowiadających częściom podstawy, i liczba wyrażająca wysokość. Słowem, nie można mówić, że się mnoży linią przez linią. Mnożyć, jest to brać pewną liczbę razy; tak dalece że mnożąc linią, nie można nigdy mieć więcej iak linią; a mnożąc powierzchnią, nie można nigdy mieć więcej, iak powierzchnią. Powierzchnia nie może

z czego innego powstawać, iak z powierſzchni; i lubo częſtokroć mówi ſię, że kwa-
fig. 79. drat ABCD (*fig. 79.*) może być uważany, iak gdyby był złożony z tylu linii równych, równoległych linii BC, ile w wyſokoſci EF, punktów znajduje ſię; trzeba rozumieć że te linie mają nieſkończenie małą ſzerokość, (linie albowiem bez ſzerokoſci, niemożę złożyć powierſzchni); zatem, natenczas każda z takowych linii ieſt powierſzchnią, która będąc powtórzona tyle razy, ile iej wyſokoſć w wyſokoſci EF mieſci ſię, daie powierſzchnią ABCD.

Będziemy iednak uſywać tego wyrażenia, to ieſt *rozmnożyć linią przez linią*; lecz przepominać nie trzeba, że to ieſt tylko ſkrócony mówienia ſpoſób. Tak mówić ſię będzie, że mnogoſć z dwóch linii, wyraża powierſzchnią, lubo w rzeczy ſamej mówićby należało, że liczba częſci mieſzczących ſię na linii, rozmnożona przez liczbę częſci drugiej linii, wyraża liczbę częſci kwadratowych, zawieraiących ſię w równoległoboku, którego by iedna z tych linii, była wyſokoſcią, a druga podſtawą.

Mając naznaczyć powierſzchnią równole-
fig. 79. głoboku ABCD (*fig. 79.*) piſać będziemy BC
fig. 81. $\times EF$; w *figurze 81.* piſać będziemy $AB \times BC$;
fig. 82. a w *figurze 82.* gdzie oba boki AB i BC ſą ſobie równe, zamiast $AB \times BC$ albo $AB \times AB$

piſać będziemy AB ; tak że AB , znaczyć ma, linią AB rozmnożoną przez ſiebie ſamę, albo powierſzchnią kwadratu, na linii AB zrobionego; tudzież mając naznaczyć że linią AB ieſt podnieſiona do trzeciego ſtopnia, piſać będziemy AB^3 , co iedno uczyni iak gdyby napiſano było $AB \times AB \times AB$, albo $AB \times AB$.

140. Idzie za tém cośmy powie-
dzieli; iż ażeby dwa równoległobo-
ki były sobie równe w powierzchni,
dosyć jest, ażeby mnogość z podsta-
wy iednego, rozmnożonéy przez
wysokość, była równa mnogości z
podstawy drugiego, rozmnożonéy
także przez wysokość. *Więc, gdy
dwa równoległoboki, w powierzchni
są sobie równe, podstawy ich są od-
wrotnie ich wysokościom proporcjo-
nalne*; to jest, że podstawę i wy-
sokość pierwszego, uważać można
iako skrajne proporcji, w któręy
podstawa drugiego, i wysokość, skła-
dać będą średnie wyrazy; albo-
wiém uważając ie tym sposo-
bém, mnogość skrajnych będzie
równa mnogości średnich; a w tym
razie, proporcya koniecznie zacho-
dzić musi (Arytm. 170).

Wreszcie ta prawda oczywiście po-
iść się daie; uważając że jeżeli pod-
stawa iednego jest mnieysza np. od
drugiego, wysokość iego za to musi
bydź tém większa, żeby dały też sa-
mę mnogość.

141. Ponieważ trójkąt jest po-
łową równoległoboku, też podsta-
wę,

wę, i też wyśokość mającego (134), przeto, idzie za tém co się powie-
działo (139), że chcąc mieć powie-
rzną trójkątą, trzeba rozmnożyć
podstawę jego przez wysokość, i
wziąć połowę téj mnogości.

figura Tak, jeżeli wysokość AD (fig: 85, i 86.)
85-86. ma 34 stopy, a podstawa BC 25 stóp; po-
wierzną mieć w sobie będzie 884 ^{stóp}
kwadratowych, to jest połowę mnogości, z
52 przez 34.

Nierozumiemy tu byż potrzebno
dodawać, że taż sama mnogość ie-
szcze wyniknie, mnożąc podstawę
przez połowę wysokości, albo wy-
sokość przez połowę podstawy.

142. Więc ¹⁰⁴ Chcąc mieć po-
wierzną nierównoległoboku; trze-
ba dodać z sobą oba boki równole-
głe, wziąć połowę téj summy, i ro-
zmnożyć ją przez prostopadłą, mię-
dzy temi dwiema równoległemi wy-
wiedzioną. Jeżeli albowiem wycią-
fig: 84. gniesz przekątną BD (fig. 84),
mieć będziesz dwa trójkąty ABD,
BDC, których wysokość jest spólna
EF. Zeby mieć powierzchnią tró-
kątą ABD, trzebaby rozmnożyć po-
łowę AD przez EF; w trójkącie
zaś BDC, trzebaby rozmnożyć po-
łowę

łowę BC także przez EF ; więc powierzchnia nierównoległoboku, wazy tyle, co połowa AD rozmnożona przez EF , więcéy połowa BC rozmnożona także przez EF ; to jest tyle, co połowa summy AD więcéy BC , rozmnożona przez EF .

Jeżeli przez środek G linii AB , wyciągniesz linią GH , linii BC równoległą, ta linia GH będzie połową summy, linii AD i BC . Albowiem, niech będzie I punktem, w którym linia GH , przecina przekątną BD ; trójkąty BAD , BGI , sobie podobne, z przyczyny równoległych AD i GI , dają poznać (109) że GI , jest połową AD , ponieważ BG , jest połową AB .

Nadto, GH będąc równoległą linii BC i AD ; DC (102) jest przecięta tymże samym sposobem, iak AB ; więc dowieśdź można podobnie, że IH jest połową BC , zważając podobne sobie trójkąty BDC i IDH .

Więc na fundamencie tego co się wyżej powiedziało, można mówić;
Ze powierzchni nierównoległoboku $ABCD$, jest równa mnogości wy-
nika-

kaiący z rozmnożenia wysokości EF , przez linią GH , wyciągnięta w równey odległości, od dwóch podstaw na przeciw sobie położonych.

143. 2^{re} Zeby mieć powierzchnią wielokątą iakiegokolwiek; trzeba go podzielić na trójkąty, przez linie wyciągnięte z iednegóż punktu, do każdego z iego kątów; potem wyrachować osobną powierzchnią każdego z tych trójkątów, a złączywszy te wszystkie mnogości, wypadnie powierzchnia całego wielokąta. Lecz żeby mieć iak najmniejszą liczbę trójkątów, naylepięj będzie, te wszystkie linie z iednego kąta wyciągnąć; *Zobacz fig. 53.*

144. *Jeżeli wielokąt jest regularny* (fig. 78); ponieważ w nim wszystkie boki są równe, i wszystkie prostopadłe ze środka wywiedzione są także równe; uważając go iako złożony z trójkątów, mających wierzchołki swoje w środku, mieć będzie powierzchnią iego, rozmnożywszy ieden bok, przez połowę prostopadlę, a potem mnogość wypadłą, przez liczbę boków; albo

co na iedno wychodzi, rozmnożywszy obwód wielokąta przez połowę prostopadłej.

145. Ponieważ koło (131), uważać się daie, iako wielokąt regularny złożony z nieskończonej liczby boków; przeto należy stąd wnieść że chcąc mieć powiększchnią koła, trzeba rozmnożyć okrąg przez połowę promienia.

Albowiem prostodadła, na ieden z takowych boków spuszczone, nie różni się od promienia, wystawiwszy sobie w myśli liczbę boków nieskończoną.

146. Ponieważ okręgi kół, mają się do siebie, iak promienie ich, albo iak średnice (131); rzecz oczywista, że mając wiadomy okrąg koła wiadomej średnicy, łatwo wynaleśdźby można, okrąg każdego innego koła, którego by była wiadoma średnica; ponieważ tylkoby rzecz szła, o wynalezienie czwartego wyrazu tej proporcji: *Srednica okręgu wiadomego, ma się do tegoż okręgu, iak się ma średnica okręgu szukanego, do tego drugiego okręgu.*

Stółunek średnicy do okręgu, nieieść nam doskonale wiadomy; lecz mamy wartości jego dostatecznie przybliżone, tak dalece, że można powiedzieć, iż doskonalszy stółunek, w praktyce wcaleby się na nic nieprzydał.

Archimedes wynalazł, że koło mające w średnicy 7 stóp, w okręgu mieć będzie 22

stóp, z różnicą bardzo małą. Tak gdyby zadano było, wynaleśdź okrąg koła, któregoby średnica miała 20 stóp; trzeba szukać (Arytm: 169) czwartego wyrazu proporeyi, któreby trzy pierwsze były takowe:

$$7 : 22 :: 20.$$

Ten czwarty wyraz da $62\frac{6}{7}$, to jest długość okręgu koła, któregoby średnica była na 20 stóp długa, z różnicą bardzo małą. Mówię z różnicą bardzo małą; albowiem trzeba żeby średnica koła była na 800 stóp długa, ażeby w okręgu, podług tego stósunku 7 do 22 wynalezionym, błąd, iednę stopę wynosił. Wreszcie, używając stósunku 7 : 22, można się obejść bez układania proporeyi; dosyć jest stroić średnicę, i dodać do mnogości, siódmą część téżże średnicy; albowiem $3\frac{1}{7}$, jest liczba razy, mieżczenia się 7u w 22óch.

Adryan Metius dał stósunek daleko bliższy; to jest 113 : 355; który jest taki, że potrzeba, ażeby średnica koła była przynajmniej 3000000 stóp długa, żeby tego stósunku używając, błąd w wynalezionym okręgu, iednę stopę wynosił. * Naostatek, chcąc mieć z większą jeszcze doskonałością długość okręgu, można użyć stósunku, i do 3.1415926535897932, który daleko przechodzi pospolitego użyciu potrzebę, i w którym, mniej lub więcej cyfer, po prawę ręce odrzucić można, im mniejszcy lub większy potrzebuie się w okręgu doskonałości. Ponieważ w tym stósunku, pierwszym wyrazem

* Zeby ten stósunek łatwo pamiętać było, trzeba uważać że liczby składające go, znaczą się, przedzielwszy na dwie połowy, iedne, pierwsze trzy liczby nieparzyste 1, 3, 5, każda dwa razy napisana; iako to 113355

zem jest jedność, przeto jest dosyć wygodny; bo szukając obwodu zadanego koła, działanie kończy się na rozmnożeniu liczby 3,1415926, przez średnicę daną koła.

Łatwo więc w rzeczy samej, znaleźć można powierzchnią danego koła, przynajmniej tak doskonale, iak nayobszerniejsza potrzeba, w praktyce wyciągać może.

Gdyby zadano było wynaleść, wiele stóp kwadratowych znajduie się w powierzchni koła, któregoby średnica była 20 stóp długości; rachuję, naprzód okrąg jego, iak wyżej, a znalazłszy $62\frac{2}{7}$ stóp, mnożę $62\frac{2}{7}$ przez 5, które są połową promienia (145), i mam $314\frac{2}{7}$ stóp kwadratowych.

147. Nazywa się *wycinek koła*, (sector), powierzchnia zawarta między dwoma promieniami IA, IB. i między łukiem AVB (fig. 78). *Od-fig. 78.* *Wycinek* zaś (segmentum), nazywa się powierzchnia między łukiem AVB, i cięciwą jego AB.

Ponieważ koło uważać można, iako wielokąt regularny z nieskończonę liczby boków złożony, przeto wycinek koła uważać można, iak część wielokąta regularnego, a powierzchnią jego, iako złożoną, z nieskończonę liczby trójkątów, wierzchołki swoje mających w środku, a za wysokość promień. *Więc chcąc mieć powierzchnią wycinka*

cinka kołowego trzeba rozmnożyć łuk iego, służący mu za podstawę przez połowę promienia.

148. Względem odcinka, rzecz iasna, że chcąc mieć iego powierźchnia, trzeba odiać powierźchnią tróykąta IAB, od powierźchni wycinka IAVB.

149. Rzecz oczywista, że w tymże samym kole, długości łuków, są proporcjonalne liczbie stopniów, a zatem mając miadomą długość okręgu, można mieć i długość łuku od tylu stopniów ile ni się podoba, przy pomocy téy proporecy: 360 stopniów, mają się do liczby stopniów łuku, którego długości szukam, iak się ma długość okręgu, do długości szukanego łuku.

150. Jeżeli potrzeba znaleźć powierźchnią wycinka; którego liczba stopniów i promień są wiadome; szukać należy przez proporecyą dopiero daną, długości łuku, który jest podstawą tego wycinka, a znalazłszy, rozmnożyć ją przez połowę promienia. Niech np. będzie zadano, znaleźć powierźchnią wycinka, od $32^{\circ}40'$, w kole którego śrzednica ma 20 stóp; Znayduię naprzód iak wyżey (146), okrąg od $62\frac{5}{7}$ stóp; szukam potem czwartego wyrazu proporecy od następujących trzech poczynaiącey się $360^{\circ} : 32^{\circ}40' : : 62\frac{5}{7} :$ takowy czwarty wyraz wypadnie $51\frac{2}{7}$, i będzie długością łuku od $32^{\circ}40'$;
 któ-

którą to długość, rozmnożywszy przez 5, to jest przez połowę promienia, mieć będzie na powierzchni wycinka $28\frac{1}{4}$, którego łuk był od $32^{\circ}40'$.

O sążniowaniu Powierzchniów.

151. **R**ozumie się przez sążniowanie, sposób mnożenia, potrzebnego do znalezienia wartości powierzchniów, gdy się mierzyło przez sążnie i części sążnia.

Są dwa sposoby, do obrachowania powierzchniów na sążnie kwadratowe i części sążnia kwadratowego.

W pierwszym, rachuje się na sążnie kwadratowe, na stopy kwadratowe, na cale kwadratowe, na linie kwadratowe i. t. d.

Sążeń kwadratowy, zawiera w sobie 36 stóp kwadratowych; będąc prostokątem, mającym 6 stóp długości, i 6 stóp szerokości.

Stopa kwadratowa, zawiera w sobie 144 calów kwadratowych; jest to albowiem znowu prostokąt, 12 calów długości i 12 calów szerokości mający. Zpodobnędzy przyczyny, cal kwadratowy, i. t. d.

Tak więc, chcąc znaleźć wartość powierzchni, w sążniach kwadratowych, i częściach sążnia kwadratowego; nie trzeba więcej, tylko liczbę miar obydwóch, które mają być mnożone, obrócić każdą z nich, na najmniejszy gatunek (na linie, jeżeli linie są najmniejszym gatunkiem); po odprawyieniu zaś mnożenia, potrzeba przemienić mnogość na cale kwadratowe, dalej na stopy kwadratowe, a na koniec na sążnie kwadratowe, dzieląc porządkiem przez 144, 144 i 36.

Np. chcąc znaleźć powierzchnię prostokąta, któryby był 2 S. 3 st. 5 c. długi, a 0 S. 4 st. 6 c. szeroki, postępuję sobie iak następuję

2 S. 3 st. 5 c. czynią . . 185 c.

0 4 6 czynią . . 54

740

925

z których, mnogość jest 9990 cal. kwadrat.
dzieląc przez 144 9990 / 144

1350 / 69 stop kwadratow.
54

dzieląc 69 przez 36 . 69 / 36

33 / 1 sążni kwadrat.

A tak powierzchnia mieć będzie 1 S. 33 st. 54 c.

152. W drugim sposobie wyrażowania powierzchniów na sążnie kwadratowe i części sążnia kwadratowego; sążeń kwadratowy uważa się, iakby był złożony z sześciu prostokątów, które wszystkie mają sążeń wysokości, a stopę podstawy, dla

dla czego téż nazywają się *saźniostopy*, (*Toises peds*); każda saźniostopa poddziela się na 12 części, albo prostokątów, z których każdy ma sażeń wysokości, a ieden cal podstawy, dla czego nazywają się *saźniocala* (*toises pouces*); każdy z tych, znowu poddziela się na 12 części, z których każda ma sażeń wysokości, a iedną linią podstawy, i nazywają się *saźniolinie*; słowem wystawić sobie w myśli trzeba, sażeń rozdzielony, i popoddzielany wciąż, na prostokąty, które zawsze mają ieden sażeń wysokości, a iedną stopę, ieden cal, iedną linią, albo ieden punkt podstawy. Poddziały punkt przechodzące, znaczą się iak minuty wtóre, trzecie, i. t. d. w stopniach; oprócz że przed znakiem ich, kładzie się S. znak saźnia.

Więc kiedy przyjdzie mnożyć części dwóch linii, dla obrachowania wartości powierzchni; trzeba sobie zmyślić, że sażnie mnożnego, są sażniami kwadratowemi; stopy, są saźniostopami; cale, saźniocalami; i. t. d; co się tycze mnożnika, ten zawsze znaczyć będzie, wiele

razy wziąć potrzeba mnożnego.

To poiawszy, nietrzeba więcej, tylko użyć reguł w Arytmetyce podanych, do mnożenia liczb wielorakich.

P R Z Y K Ł A D.

Jest zadano wynaleść powierzchnię prostokąta, który ma 52 S. 4 ft. 5 c. długości, a 44 S. 4 ft. 8 c. szerokości.

Uważam 52 S. 4 ft. 5 c. iako 52 SS. 4 Ss. 5 Sc. a mnożnika, 44 S. 4 ft. 8 c. iako liczbę niemiarowaną i odprawiam działanie iak następuje

			52 SS.	4 Ss.	5 Sc.		
			44 S.	4 s.	8 c.		
			208 SS.	0 Ss.	0 Sc.	0 Sl.	0 Sp.
		208					
Za	3 Ss.	.	.	22			
Za	1 Ss.	.	.	7	2		
Za	4 Sc.	.	.	2	2	8	
Za	1 Sc.	.	.	0	3	8	
Za	3 ft.	.	.	26	2	2	6
Za	1 ft.	.	.	8	4	8	10
Za	4 c.	.	.	2	5	6	11 4
Za	4 c.	.	.	2	5	6	11 4
			2361 SS.	2 Sft.	5 Sc.	2 Sl.	8 Sp.

143. Tym sposobem znalazłszy wartość powierzchni, w sążniach kwadratowych, sążniostopach, w sążniocalach, i. t. d, bardzo łatwo będzie przemienić ją, na sążnie kwadratowe, stopy kwadratowe, cale kwadratowe,

towe, i. t. d. Pod częściami sążnia na przemian pisać potrzeba, dwie liczby 6 i $\frac{1}{2}$, zacząwszy od sążniostóp, iak widzieć niżej; rozmnożyć każdą część przez liczbę odpowiadającą na spodzie położoną, a mnogość z dwóch liczb po sobie następujących, w téyże samey kolumnie pisać; gdy w mnożeniu przez $\frac{1}{2}$, zostanie 1, napisz 72 pod tym mnożnikiem $\frac{1}{2}$, na początek drugiey kolumny.

Tak, chcąc obrócić na sążnie kwadratowe, stopy kwadratowe, cale kwadratowe, i. t. d, części mnogości wyżej wynalezione; piszę

$$\begin{array}{r}
 2361 \text{ S.S. } 2 \text{ Ss. } 5 \text{ Sc. } 2 \text{ Sl. } 8 \text{ Sp.} \\
 \hline
 \begin{array}{cccc}
 6 & \frac{1}{2} & 6 & \frac{1}{2}
 \end{array} \\
 \hline
 2361 \text{ S.S. } 12 \text{ ss, } 72 \text{ cc.} \\
 \begin{array}{cc}
 2 & 12
 \end{array} \\
 \hline
 4
 \end{array}$$

$$2361 \text{ S.S. } 14 \text{ ss. } 88 \text{ cc.}$$

Mnożę sążniostopy przez 6; ponieważ iedna sążniostopa waży 6 stóp kwadratowych, iako mająca 6 stóp wysokości i iedną stopę podstawy.

Mnożę sążniocale przez $\frac{1}{2}$, i przenoszę dwie całkowitki z tego mnożenia wypadłe, w rząd stóp kwadratowych; ponieważ sążniocal, będąc dwunastą częścią sążniostopy, powinien ważyć 12 stą część 6cm stóp kwadratowych, to jest $\frac{1}{2}$ stopy kwadratowej; więc 5 sążniocale, ważą dwie stopy kwadratowe i pół; a iako pół stopy kwadratowej waży 72 calów, zamiast połowy, piszę 72 po-

potem przemieniając sążniolinię, mnożę je przez 6; ponieważ sążniolinią będąc 12^{szą} częścią sążniocala, powinna ważyć 12^{szą} część 720^{ch} calów kwadratowych, to jest 6 calów kwadratowych; rozumowanie podobneż dowodzi, że trzeba potem mnożyć przez $\frac{1}{2}$, potem przez 6, i. t. d, iak dopiero powiedzieliśmy.

154. Przeto wzajemnie, chcąc części kwadratowe kwadratowego sążnia, przemienić na sążniostopy, sążniocale, i. t. d, działanie na tem zależy 1^{od} Wziąć szóstą część liczby stóp kwadratowych, co mi da sążniostopy. 2^{re} Zdwoić resztę jeżeli się iaka została, i dodać ię jedność, jeżeli liczba stóp kwadratowych jest albo przechodzi 72, co mi da sążniocale. 3^{cie} Odiąwszy 72, od liczby calów kwadratowych, kiedy ta liczba wynosić będzie, albo przechodzić 72; resztę rozmnożyć przez 6, mieć będą sążniolinię 4^{te} Resztę zdwoić potrzeba, i dodać do nię jedność, jeżeli liczba linii kwadratowych, 72 przechodzi; skąd sążniopunkta wypadną. Stąd pokazuje się, iak sobie należy daley postępować, chcąc mieć następujące części, jeżeli się znajdują.

Tak gdyby zadano było obrocić, 52 SS. 25 ss. 87 tc. 92 ll. na sążniostopy, sążniocale, i. t. d; rozdzielać 25 przez 6, i mam 4 Ss. i 1 reszty; dwoię takową resztą 1, i dodaię do nię y jednę jedność, ponieważ liczba całów kwadratowych, przechodzi 72; mam więc 3 Sc; odeymuię 72 od 87, i resztę 15 dzielię przez 6, co mi daie 2 Sl. i 3 reszty. Dwoię takową resztę, i do nię y, dodaię jedność, ponieważ liczba linii kwadratowych przechodzi 72 mam 7 Sp; odeymuię 72 od 92, i resztę 20 dzielię przez 6; mam 3 S. i zostaię mi 2 reszty; dwoię takową resztę i mam 4 S; tak, że mi całkowita summa wypadnie 52 SS. 4 Ss. 3 Sc. 2 Sl. 7 Sp. 3 S. 4 S'.

155. Ponieważ, chcąc mieć powierźchnią równoległoboku, trzeba rozmnożyć liczbę miar podstawy, przez liczbę miar wysokości; idzie zatem (Arytm: 67), że mając wiadomą powierźchnią, i liczbę miar wysokości, albo podstawy, trzeba rozdzielić liczbę wyrażającą powierźchnią, przez liczbę wiadomą, która wyraża wysokość, albo podstawę. Lecz uważać zawsze należy, że to nie jest powierźchnia, która się dzieli przez linią; dzielenie powierźchni przez linią, nie mniej jest himeryczne, jak mnożenie linii przez linią. W istocie saméy, w takowym razie, dzieli się powierźchnia przez powierźchnią.

Ja.

Jakóż, podług tego cośmy powiedzieli (139) przy obrachówaniu powierzchni prostokąta *fig. 91*. ABCD (*fig. 91*); powierzchnia prostokąta E.D, téżże podławy, i którego wysokością, jest iedność miary głównej AE, powtarza się tyle razy, ile razy wysokość AE mieści się w wysokości AB; przeto chcąc mieć wiadomą liczbę miar AB, albo liczbę iednościów AE, zawartych w AB; trzeba szukać, wiele razy powierzchnia ABCD, mieści w sobie powierzchnią prostokąta E.D. Więc jeżeli powierzchnia ABCD jest wyrażona przez 361 S.S. 2 Ss. 5 Sc. 2 Sl. 8 Sp; podstawa zaś AD przez 4 S. 3 s. 6 c; chcąc mieć wysokość AB, trzeba sobie zmyślić iakoby 361 S.S. 2 Ss. 5 Sc. 2 Sl. 8 Sp. rozdzielić trzeba, nie przez 4 S. 3 s. 6 c. ale przez 4 S.S. 3 Ss. 6 Sc; a iako sążeń, jest natenczas spólnym czynnikiem w dzielnym, i w dzielniku, tak rzecz jest oczywista, że wieloraz, będzie tenże sam, iak gdyby oba, to jest dzielny i dzielnik, wyrażały sążnie, i części sążnia liniowego; więc działanie na tém zależy: żeby rozdzielić 361 S. 2 s. i. t. d. przez 4 S. 3 s. i. t. d. To jest, że uważać trzeba dzielnego i dzielnika, iakoby wyrażały sążnie liniowe, a zatem iako będące jednokowego gatunku; a ponieważ rodzaj zagadnienia pokazuje, że wieloraz powinien być tegoż gatunku, to jest, że ma wyrażać sążnie i części sążnia liniowego, idzie zatem, że dzielenie ma być odprawione, właśnie podług przepisanej reguły (Arytm 120. i 122).

Gdyby powierzchnia, była zadana w sążniach kwadratowych, i częściach sążnia kwadratowego; natenczas, dla prościęyszego wyrażenia, takowe części, sposobem opisanym (154) na sążniostopy, sążniocale, i. t. d. obrócićby trzeba, a potem postąpić sobie.

iak

jak w poprzedzającym razie. *Np.* chcąc mieć wysokość równoległoboku, lub prostokąta, któregooby podstawa miała, 2 *S.* 5 *s.* a powierzchnia, 120 *SS.* 29 *ss.* 54 *cc.* Przemieniam (154) tę powierzchnię na 120 *SS.* 4 *Ss.* 10 *Sc.* 9 *Sl.*; i zadanie, podług tego co się rzekło, rozwiązuje się rozdzieleniem ilości, 120 *S.* 4 *s.* 10 *c.* 9 *l.* przez 2 *S.* 5 *s.*; co wykonawszy podług reguły daney (*Arytm.* 120 i 122) wypadnie 42 *S.* 3 *s.* 10 *c.* 1 *l.* $\frac{1}{17}$.

O stosunku między Powierzchniami.

156. **P**owierzchnie równoległoboków w powszechności, mają się do siebie, jak mnogości z podstaw przez wysokości.

To jest, że powierzchnia równoległoboku, mieści w sobie powierzchnię drugiego równoległoboku, tak, jak mnogość z podstawy przez wysokość pierwszego, mieści w sobie mnogość z podstawy przez wysokość drugiego.

I to jest oczywista; ponieważ każdy równoległobok, jest równy mnogości, z swoihey podstawy przez wysokość.

Stąd, łatwo wnieść daie się, że gdy dwa równoległoboki są jednakowey wysokości, w ten czas mają się do siebie, jak ich podstawy; kiedy
zaś

zaś są jednakowey podstawy, w ten czas mają się do siebie, iak ich wysokości. Albowiem stofunek mnogościów, nieodmienna się, wyrzuciwszy z każdéy mnogości spólnego czynnika (Arytm: 160).

157. Podług tego co się powiedziało (145), powierzchnia koła, iest równa powierzchni trójkąta, któregoby wysokością był promień, a podstawą okrąg; przeto iest równa powierzchni prostokąta, któregoby wysokością był promień, a podstawą połowa okręgu. Więc ten prostokąt, przystosowawszy do kwadratu promienia, który iest prostokątem téżże saméy wysokości, oczywiście pokaże się (156) że kwadrat promienia, ma się do powierzchni koła, iak się ma promień do pół okręgu. Przeto chcąc mieć powierzchnią koła, dosyć iest, rozmnożyć kwadrat promienia, przez stofunek pół okręgu do promienia; albo całego okręgu do średnicy.

Tak w przykładzie (146) zadany, mroże 100, iako kwadrat promienia 10. przez $\frac{22}{7}$, co mi uczyni $\frac{2200}{7}$, albo 314 $\frac{2}{7}$ stóp kwadratowych, na powierzchnią koła, mającego w średnicy 20 stóp.

158. Ponieważ trójkąty (134), są połową równoległoboków téż pod-
stawy i téż wysokości, należy stąd
wnieść, że trójkąty iednéjże wyso-
kości, są między sobą iakich podstawy,
trójkąty zaś iednéjże podstawy, są
między sobą, iak ich wysokości.

159. Powierzchnie równoległo-
boków albo trójkątów sobie podobnych,
są między sobą, iak kwadraty boków
odpowiadających.

Albowiem powierzchnie dwóch
równoległoboków $ABCD$ i $abcd$,
(fig. 92), są między sobą (156) iak fig. 92.
mnogości z ich podstaw przez ichże
wysokości; to jest że $ABCD : abcd$
 $:: BC \times AE : bc \times ae$; Ze zaś równo-
leighboki $ABCD$ i $abcd$, są sobie po-
dobne, trójkąty AEB , aeb , będą so-
bie także podobne; ponieważ oprócz
kąta prostego E i e , kąty B i b nad-
to muszą mieć równe, a zatem stąd
wyniknie (109) $AE : ae :: AB : ab$.

Prócz tego z przyczyny równo-
leighboków podobnych, $BC : bc ::$
 $AB : ab$; więc te obie proporcye roz-
mnożywszy (Arytm. 180), wypadnie
 $BC \times AE : bc \times ae :: \overline{AB}^2 : \overline{ab}^2$; więc
 $ABCD : abcd :: \overline{AB}^2 : \overline{ab}^2$.

160. Co się tycze trójkątów sobie podobnych, rzecz oczywista że mają też samę własność, będąc połową równoległoboków téżże podstawy, i téżże wysokości.

161. W ogólności, *Powierzchnie dwóch figur bądź iakichkolwiek sobie podobnych, mają się do siebie, iak kwadraty boków, albo linii odpowiadających w takich figurach.*

Bo powierzchnie dwóch figur sobie podobnych, mogą być zawsze uważane, iak gdyby były złożone z iednéyże liczby trójkątów sobie podobnych, każdy każdemu; natenczas powierzchnia każdego trójkąta pierwszey figury, mieć się będzie do powierzchni trójkąta odpowiadającego w drugiéy figurze, iak kwadrat iednego boku pierwszey figury, do kwadratu boku odpowiadającego, w drugiéy (160); więc, ponieważ wszystkie boki odpowiadające są w iednakowym stosunku, ich kwadraty, muszą być także w iednakowym stosunku; i (Arytm. 181), każdy trójkąt pierwszego wielokąta, mieć się będzie do odpowiadającego trójkąta w drugim, iak się

się ma kwadrat boku, którego kolwiek w pierwszym wielokącie, do kwadratu boku odpowiadającego w drugim; więc (Arytm. 176), summa wszystkich trójkątów, w pierwszym wielokącie, mieć się będzie do summy wszystkich trójkątów, w drugim, albo powieršchnia pierwszego, mieć się będzie do powieršchni drugiego, w tymże samym stóſunku.

162. Więc *powieršchnie kół, są także między sobą, iak kwadraty ich promieni, albo ich ſrzednic.*

Koła albowiem, są figury sobie podobne (131), więc promienie ich i ſrzednice są liniami odpowiadającemi.

Toż ſamo o wycinkach i odcinkach téyże liczby ſtopniów, rozumieć trzeba.

Stąd pokazuje się, że z powieršchniami figur podobnych, nietak dzieie się, iak z obwodami onych; obwody są między sobą w prostym stóſunku boków (129); to ieſt że w dwóch figurach sobie podobnych, ieżeli ieden bók iedney ieſt podwójny, potrójny, albo poczwórny i. t. d. względem boku odpowiadającego drugiej figury, obwód pierwszey, będzie także podwójny, potrójny, poczwórny, i. t. d. względem obwodu drugiej; lecz z powieršchniami dzieie się inaczej; bo powieršchnia pierwszey fi-

gury w takowem wzięciu, byłaby 4 razy, 9 razy, 16 razy, i. t. d. większa, iak powierzchnia drugiey.

163. Chcąc zatem zrobić figurę, drugiey podobną, któreyby powierzchnia miała się do pierwszey w zadanym stosunku np. iak 2 do 3; nietrzeba robić boków odpowiadających w zadanym stosunku 2 do 3, bo w tym razie powierzchnie wypadłyby iak 9 do 4, ale należy zrobić boki takiey wielkości, żeby ich kwadraty były między sobą :: 2 : 3; to jest daymy że bok zadaney figury ma 50 *ft.*: żeby mieć bok odpowiadający żadaney figury *x*, trzeba wynaleśdź czwarty wyraz proporcyi, któraby od tych trzech poczynala się, 3:2 :: 50×50 do czwartego wyrazu; takowy czwarty wyraz wypadł 1666 $\frac{2}{3}$, jest kwadratem boku krórego izukam; dla czego z 1666 $\frac{2}{3}$, pierwiastek kwadratowy wyciągnąwszy (Arytm: 137), znaydę 40,824 *ft.* to jest, około 40 *ft.* 9 c 10 l. na długość boku żadanego. Mając zaś ieden bok w figurze, łatwo jest całą figurę zrobić, po dług przepisania (128).

Tenże sam sposób użyć daie się, chcąc wynaleśdź promień koła, któryby miał powierzchnią żadaną.

Weźmy do upodobania liczbę, którą iako promień koła uważając, wyrachujesz iego powierzchnią podług (145); potem proporcją ułożysz: Powierzchnia wyrachowana, ma się do zadaney powierzchni, iak się ma kwadrat promienia wiadomego, pierwszey, do kwadratu promienia niewiadomego, drugiey powierzchni.

Można także ten promień znaleśdź przez podanie (157).

164. Jeżeli na trzech bokach AB , BC , AC , trójkąta prostokątnego ABC , (fig. 93), zrobisz trzy kwadraty $BEFA$, $BGHC$, $AILC$; kwadrat na przeciwprostokątnej postawiony, warty zawsze sumę dwóch drugich.

Spuśćmy z prostego kąta B , na przeciwprostokątną AC , prostopadłą BD ; dwa trójkąty BDA , BDC , będą każdy z nich podobne trójkątowi ABC (112); a zatem, powierzchni tych trzech trójkątów, będą między sobą, iak kwadraty boków ich odpowiadających; a zatem wypadnie ten ciąg stosunków równych, $ABD : \overline{AB}^2 :: BDC : \overline{BC}^2 ::$

$ABC : \overline{AC}^2$; albo $ABD : ABEF :: BDC : BGHC :: ABC : AILC$; więc (Arytm. 176), $ABD + BDC :: ABEF + BGHC :: ABC : AILC$.

A ponieważ rzecz oczywista, że część ABC , warta tyle, co dwie części $ABD + BDC$; więc kwadrat $AILC$, wart $ABEF + BGHC$; co można jeszcze tym sposobem wyrazić, $\overline{AC}^2$ wart tyle, co $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$.

165. Ponieważ kwadrat przeciwprostokątnej, wart sumnę kwadratów dwóch boków prostego kąta, wniesmy stąd: że kwadrat jednego boku prostego kąta, wart tyle, co kwadrat prostokątnej, mniéy kwadrat drugiego boku; to jest że $\overline{BC}^2$, wart $\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2$; zaś $\overline{AB}^2$, wart $\overline{AC}^2 - \overline{BC}^2$.

166. Więc, mając wiadome dwa boki w trójkącie prostokątnym, można zawsze wyrachować trzeci bok.

Daymy np. że ni potrzeba wiedzieć, długość spadziści wewnątrznej wału (talud), którego podstawa ma 18 stóp, a wysokość 12 st.

Dodaie kwadrat 18 . . . 324.

Do kwadratu 12 . . . 144.

Summa . . . 468.

To jest kwadrat długości spadziści, krórego pierwiastek 21, będzie szukaną długością.

Daymy ieszcze na drugi przykład, że A fig. 94. (fig. 94). jest piec podkopowy (sourneau de mine), do krórego idzie przechód przez galerię (gallerie) DB, i przez ganek (rameau) BA, na 9 stóp długi.

Skutek prochu rozumié się bydz taki, że na wszystkie strony równo, to jest na 25 stóp rościąga się; trzeba tedy wynaleśdź, jaką część galerii BC, należy zatarasować, ażeby galeria uczyniła tenże odpór, co nietykana ziemia.

Rzecz oczywista, że tak daleko zatarasować trzeba, żeby linia AC, miała stóp 25; BC jest bok kąta prostego, trójkąta prostokątnego ABC, więc odległość takowa BC wynaydzie się, podług następującego działania.

Od kwadratu	25 ^u	625
odeymuię kwadrat	9 ^u	81
zostanie mi		544.

To jest kwadrat boku BC, którego pierwiastek jest 23,3, dający długość, którą mieć powinna linia BC.

167. Własności, kwadratu przeciwprostokątnej, użyć jeszcze można, chcąc na linii prostej, w punkcie danym, wyciągnąć linią prostopadłą.

Np. daymy że na przedłużeniu czoła *naroznika* (fig. 95), trzeba założyć prosto padle działobitnią w punkcie A; zrobisz sznurém trójkąt prostokątny ABC, biorąc np. linią AB na 3 sążnie długą, AC na 4 sążnie, i BC na 5 sążniów, co łatwo da się wykonać. Natenczas AC, będzie prostopadłą, na AB; bo kwadrat 5cin, wart tyle co kwadrat 4cin, więcęy kwadrat 3cin. fig. 95.

168. Ponieważ kwadrat przeciwprostokątnej, wart tyle, co summa kwadratów dwóch boków prostego kąta, idzie zatem, że jeżeli trójkąt prostokątny, jest równoramienny, iak np. trafia się w kwadracie, przeciwprostokątną AC, w nim, wyciągnąwszy (fig. 96) natenczas kwadrat przeciwprostokątnej, będzie podwójny względem kwadratu jednego z boków: przeto powierzchnia kwadratu, ma się do powierzchni kwadratu przeciwprostokątnej iego, iak 1, do 2; więc (Arytm. 182), bok kwadratu ma się do swojej przeciwprostokątnej, iak 1, do pierwiastka kwadratowego 2óch; a ponieważ takowy pierwiastek nieda się zupełnie w liczbie wyrazić, idzie zatem, że w liczbie niemożna mieć stółunku doskonałego, ale tylko przybliżony, między bokiém kwadratu, a przeciwprostokątną iego. fig. 96.

169. Własność trzech boków prostokątnego trójkąta, wywiedziona, niemniéy służy kwadratóm na takowych bokach zrobionym, iak i innym figuróm; w powszechności, *Jeżeli na trzech bokach trójkąta prostokątnego krórego kółcięk, zrobisz trzy figury podobne iakiekolwiek np. trzy trójkąty, i trzy kół, i. t. d. figura zrobiona na przeciwprostokątney, warta będzie tyle, co summa dwóch figur podobnych, zrobionych na drugich dwóch bokach.*

To właśnie tymże samym sposobém dowodzi się, co i kwadraty; polegając na tymże fundamencie (161), że powierzchnie figur sobie podobnych, są między sobą, iak kwadraty ich boków odpowiadających.

170. A zatém powierzchnia iakieykolwiek figury, zrobioney na jednym z boków prostego kąta, iest równa różnicy dwóch figur podobnych, z których jedna, zrobiona na przeciwprostokątney, a druga na drugim boku kąta prostego.

171. W dowodzie (164) widzieliśmy, że podobieństwo trójkątów, fig. 93. ABC, ABD, CDB, (fig. 93), daie propo-

porcją, $\overline{ABC}^2 : \overline{AC}^2 :: \overline{ADB}^2 : \overline{AB}^2 ::$
 $\overline{BDC}^2 : \overline{BC}^2$; albo $\overline{ABC}^2 : \overline{ADB}^2 : \overline{BDC}^2$
 $:: \overline{AC}^2 : \overline{AB}^2 : \overline{BC}^2$; a ponieważ tró-
 kąty $\triangle ABC$, $\triangle ADB$, $\triangle BDC$, będąc wszy-
 stkie trzy iednéyże wyfokości, mają
 się do siebie iak ich podstawy (158),
 więc $\overline{ABC}^2 : \overline{ADB}^2 : \overline{BDC}^2 :: \overline{AC}^2 :$
 $\overline{AD}^2 : \overline{DC}^2$; więc także $\overline{AC}^2 : \overline{AB}^2 :$
 $\overline{BC}^2 :: \overline{AC}^2 : \overline{AD}^2 : \overline{DC}^2$. Przeto, kwa-
 drat zrobiony naprzeciwprostokątnej,
 ma się do każdego z kwadratów zrobio-
 nych na dwóch drugich bokach, iak się
 ma przeciwprostokątna, do każdego od-
 cinka, tym bokóm odpowiadającego.

172. Stąd wnieść można sposób, zrobienia
 przez linię tego, cośmy nauczili przez liczbę,
 (163); to jest, iak zrobić figurę podobną zadan-
 nej drugiey figurze, któreyby powierżchnia
 miała się do pierwszey, w zadanym stosunku.

Wyciągnij linią DE (fig. 97), nieokreślo-
 nej długości, na której wznacz dwie części
 DP i PE , takie, żeby się miała DP do PE , iak
 się ma mieć powierżchnia figury zadaney, do
 powierżchni figury szukaney; to jest $3:2$
 jeżeli chcesz mieć drugą figurę na $\frac{2}{3}$ ki pier-
 wszey. Z DE iako średnicy, rysuy pół ko-
 ła DBE ; i z punktu P , prostopadłą PB wy-
 ciągnąwszy, z punktu B , gdzie prostopadła,
 styka się z kołem, wyciągnij do dwóch koń-
 ców średnicy, cięciwy DB , BE . Na linii
 DB weźmij BA , to jest długość równą bo-
 kowi

kowi AB figury danej, i wyciągnawszy AC, linii DE równoległą, będziesz miał BC, na bok odpowiadający figury, której szukasz; ten mając, figurę podług przepisanja (128) wyciągnąć możesz. Przyczyna tego jest następująca: powierzchnia figury zadanej, powinna się mieć do powierzchni szukanej figury, jak się ma kwadrat boku AB, do kwadratu boku szukanego, który niech się nazywa x , to jest $AB : x :: AB^2 : x^2$; nadto potrzeba jeszcze, żeby te powierzchnie miały się do siebie $3 : 2$ trzeba więc, ażeby $AB : x :: 3 : 2$; lecz $AB : BC :: BD : BE$ a zatem (Arytm. 181), $AB : BC :: BD : BE$; a że trójkąt DBE, jest prostokątny, więc (171) $BD : BE :: DP : PE$, to jest jak $3 : 2$; więc $AB : BC :: 3 : 2$; więc także $AB : BC :: AB : x$, więc szukany bok x , powinien być równy linii BC.

173. Z tego cośmy powiedzieli (171), wynika jeszcze, że kwadraty cięciw AC, AD, i. t. d. wyciągniętych fig. 98. przez konce, średnicy AB (fig. 98), są między sobą, jak części AP, AO, które na téjże średnicy są odcięte przez prostopadłe, z końców takowych cięciw spuszczone.

Wyciągnawszy albowiem cięciwy BC, i BD, mieć będziesz (171), w trójkącie prostokątnym ACB.

$$\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 :: AB : AP.$$

i w trójkącie prostokątnym ADB

$$\overline{AD}^2 : \overline{AB}^2 :: AO : AB$$

więc
$$\overline{AD}^2 : \overline{AC}^2 :: AO : AP.$$

O Równiach [Planum]

174. **U**stanowiwszy miarę i stósunki powierzchniów płaskich, niezołtaie nam więcéy, przed przystąpieniem do brył, iak tylko rozebrać własności linii prostych, w różnych położeniach względem równiów, i linii równiów w różnych położeniach, iedne na przeciw drugim; do czego właśnie, teraz przystępujemy.

Równiom o których tu mowa, nienaznaczamy żadney wielkości, ani żadney pewney figury, rozumiemy je bydź rozległe w wszelkiém rozumieniu, bez żadnego wymiaru figury, które im tu w rysunkach daliśmy, tylko do łatwiejszego wyobrażenia służyć powinny.

175. *Linia prosta, niemoże bydź po części na równi, a po części podniesiona, lub spuszczone względem téżé równi.*

Równia albowiem (5), iest powierzchni, na krórą linia prosta dokonale przystaie.

176. *Toż samo ma się rozumieć o równi względem drugiey równi.*

Albowiem linia prosta, wyciągnięta na części płaskiey, spólnéy tym obóm równiom, mogąc być przedłużona bez miary, na téy lub owey równi, musiała by być po części na iednéy z tych równiów, a poczęści podwyższona albo spuszczone, względem niey, co być niemoże (175).

177. *Dwie linie AB i CD (fig. 99. 99), które się przecinają, są położone na iednéyże równi.*

Rzecz albowiem jest oczywista, że przez iedną z tych linii AB, można przeprowadzić równią, i oraz przez ieden punkt wzięty do upodobania w drugiey; a iako punkt przecięcia E, ile należący do AB, jest na téyże saméy równi, więc linia CD, ma dwa punkta na téyże równi, więc cała na niey znajduje się.

178. *Zniyście się albo przecięcie dwóch równiów, niemoże być tylko linia prosta.*

Rzecz oczywista że musi być linią, ponieważ żadna z dwóch równiów niema grubości; nadto musi być linią prostą, ponieważ linia, przez dwa punkta takowego przecięcia wyciągnięta, musi być koniecznie cała w każdéy z tych równiów,

wniów; więc jest samym przecięciem.

Zatem przez tę samą linią prostą, można przeprowadzić nieskończoną liczbę różnych równiów.

179. Prostopadła AB , na równi GE (fig. 100), jest wszyskim lini- figura 100.
iów BC , BC , BC , i. t. d. prostopadła, które przez spód ię na téjże równi wyciągnąć można; albowiem gdyby się znaydowała jedna z nich, któręby niebyła prostopadłą, musiałaby się nakłaniać ku téj linii, a zatem i ku równi.

181. Linia AB (fig. 101) będąc figura 101.
prostopadła równi GE , jeżeli przez spód ię B , będzie wyciągnięta linia BC , na równi GE , zmyślnie sobie, że równia ABC obraca się około AB ; powiadam że w tym obrocie, linia BC , z równi GE niezniydzie.

Zmyślny sobie, że równia ABC , przyşła do położenia iakiegokolwiek ABD ; gdyby linia BC , która natenczas znayduje się na BD , nieznaydowała się na równi GE , równia ABD zesłaby się z równią GE , w linii prostę BF , któręby AB była prostopadła (180); więc BF byłaby także prostopadła na AB ,

AB, w tymże samym punkcie B; poszłoby tedy zatém, że w tymże samym punkcie B, i na téyże saméy równi ABD, możnaby wyciągnąć dwie prostopadłe na AB, co bydź niemoże (25); więc linia BF nie może bydź różna od BD; więc BC w swoim obrocie około AB niemoże zéyśdź z równi GE.

figura 101. 182. *Więc żeby linia prosta AB (fig. 101), była prostopadłą równi GE, dosyć jest ażeby była prostopadła dwóm liniom BC i BD, które u spodu iéy, schodzą się na téyże równi.*

Zmyśliwszy sobie albowiem, że równia prostego kąta ABC, obraca się około linii AB, linia BC nakryśli równią (181), której linia AB, będzie prostopadłą; mówię tedy, że ta równia niemoże bydź insza, tylko równia GE, dwóch linii BC i BD; albowiem kąt ABD, będąc prosty, tak iak kąt ABC, linia BC obracając się około AB przyśdź musi koniecznie kiedy, w położenie linii BD; więc BD jest na równi nakryślonej przez BC; więc AB jest prostopadłą, równi CBD.

figura 102. 183. *Jeżeli z iednego punktu A, linii prostej AI, pochylęj względem równi GF (fig. 102), spuścisz prostopadłą AB na tę równią, i złączysz punkta B i I, prostopadłą i pochylęj, przez linią prostą BI, wyciągniesz do téj prostej, linią prostopadłą CD, na ró-*
wni

wni GF ; mówię że AI , będzie także, linii CD prostopadła.

Weźmy począwszy od punktu I , części równe IC, ID , i wyciągniemy linie BC i BD ; te ostatnie dwie linie będą sobie równe (27); więc dwa trójkąty ABC, ABD , będą równe; albowiem oprócz kąta ABC , równego kątowi ABD , będąc oba proste, bok AB jest im spólny, i linia BC równa linii BD , podług tego cośmy wyżey dowiedli; mają więc ieden kąt równy zawarty między dwoma równemi bokami, każdy każdemu, zatem są sobie równe; więc linia AD jest równa linii AC ; więc linia AI , ma dwa punkta A i I , które są równo oddalone od punktu C i D ; jest więc prostopadła na linii CD (30).

184. Równia, nazywa się drugię równi prostopadła, jeżeli ku żadney stronie téżże drugię równi, nienakłania się.

185. Więc przez tę samę linię CD (fig. 103), figura 103.
wziętą na równi GE , niemożna więcéy iak iedną równię przeprowadzić, któraby była równi GE prostopadła.

186. Równia CK , jest drugię równi GE prostopadła, gdy przechodzi

dzi przez linią prostą AB , téżże równi prostopadła; rzecz albowiem oczywista, że ku iednéy stronie równi GE niemoże nakłaniać się.

187. Jeżeli przez ieden punkt A obrany na równi CK , prostopadłą na równią GE , wyciągniesz prostopadłą AB , do spólnego przecięcia CD , ta linia będzie także równi GE prostopadła.

Gdyby albowiem taka niebyła, możnaby przez punkt B , gdzie pada, wyciągnąć prostopadłą do równi GE ; i przez tę prostopadłą, iako téż przez spólne przecięcie CD , wyprowadzić równią (186), któraby równi GE była prostopadła; możnaby więc, przez iedną linią CD , wziętą na równi GE , wyprowadzić dwie równie prostopadłe téż równi GE ; co byż niemoże (185); więc AB jest równi GE prostopadła.

188. Zatem gdy równia CK , jest równi GE prostopadła; prostopadła BA , na równi GE wywiedziona przez punkt B spólnego przecięcia, musi koniecznzie znajdować się na równi CK .

Z tego podania wnieść trzeba, że dwie prostopadłe BA , LM , na téżże równi GE , są sobie równoległe. Zła-

Złączywszy albowiem ich spody, B, i L, linią BL, i przez tę linią, iako téż przez AB, wywiódłszy równią CK, ta równia będzie równi GE prostopadła (186); i ponieważ LM iest natenczas równi GE prostopadłą, wywiedzioną przez punkt L równi CK; więc będzie na równi CK (188); przeto, ponieważ dwie liniie AB, LM, są obie na iednéyże równi i téyże linii BL prostopadłe; więc są sobie równoległe (36 i 37).

189. *Więc iezli dwie liniie proste AB, CD, (fig. 105), są równoległe każda z nich, trzeciéy linii HE, są także i sobie równoległe; albowiem liniie AB, HE, będąc równoległe, mogą być obie prostopadłe równi GF; z téyże saméy przyczyny CD i EH mogą być prostopadłe téyże równi GF; więc AB i CD będąc prostopadłe téyże równi, będą sobie równoległe.* figura 105.

190. *Iezeli dwie równie CK, NL, (fig. 104), są trzeciéy równi GE prostopadłe, ich spólne przecięcie AB, będzie także równi GE, prostopadłe.* figura 104.

Albowiem prostopadła wyprowadzona przez punkt B na równi GE, powinna być na każdéy z tych dwóch równiów (188); niemoże więc być insza, tylko spólne przecięcie.

191. Nazywa się *kąt płaski* (angulus planus), roztwór dwóch równiów GF, GE, (fig. 106), które się z sobą schodzą; ten kąt nazywa się także, *nachylenie* iednéy równi względem drugiey.

Kąt płaski przez dwie równie GF, GE, uczyniony, nieco innego jest, tylko ilość, o którą równia GF, musiała się obrocić około AG, ażeby do tego położenia była przyszła, jeżeli z początku do równi GE przylęgała.

Stąd łatwo widzieć daie się, że jeżeli przez punkt B, wzięty w spólnym przecięciu AG, na równi GE, będzie wyprowadzona prostopadła BD, względem linii AG; kąt przez dwie równie zrobiony, jest tenże sam, co kąt przez dwie linie BD i BC, albo AE i AF, uczyniony, łatwo albowiem widzieć można, że od czas obrotu równi GF, linia BC albo AF, oddala się od linii BD albo AE, do której z początku obrotu przylęgała, oddala się mówię od AE albo BD, właśnie témże samém prawem i sposobem, iak się oddala równia GF od równi GE.

192. *A* zatem, kąt płaski ma też samę miarę, co kąt prostokryślny, zawarty między dwiema liniami, na każdéy z dwóch równiów które ten kąt czynią, wyciągniętymi, prostopadle spólnému przecięciu, i z tegoż samego punktu téżże linii.

Stąd

Stąd łatwo wnieść można podania następujące, które tu tylko prosto wyrazimy bez wywodów.

193. Równia, która na drugą równią pada, czyni dwa kąty, które wzięte razem czynią 180° .

194. Kąty zrobione przez tak wiele równiów jak się podoba, które przez tę samą linią prostą przechodzą, warte są wszystkie razem 360° .

195. Dwie równie przecinające się, kąty przeciwne wierzchołkowe, mają równe.

196. Nazywają się równie równoległe, które nigdy zniyśdź się z sobą niemogą, choćby iak naydaléy były przedłużone.

Wiec równie równoległe, są wszędzie od siebie równo oddalone.

197. Jeżeli dwie równie równoległe są przez trzecią równią przecięte (fig. 107), przecięcia AB, CD , będą dwie linie proste równoległe; bo ponieważ są na téyże równi $ABCD$, musiałyby się zniyśdź gdyby niebyły równoległe, a natenczas rzecz oczywista, że i równie zniyśdźby się także z sobą musiały.

figura
107.

198. Dwie równie równoległe, przez trzecią równią przecięte, mają też same własności w kątach, które czynią z tą trzecią równią, co dwie linie proste równoległe, względem trzeciej prostej, która je przecina.

Jest to nie uchybny wniosek z tego co się powiedziało (192).

Własności linii prostych przeciętych przez równie równoległe.

199. *Jeżeli z punktu I, wziętego ze-
figura 108. wnętrza równi GE (fig. 108),
wyciągniesz do różnych punktów tej
równi K, L, M, linie proste IK, IL,
IM, i jeżeli te linie proste przetniesz
przez równią ge, równoległą równi
GE; mówię 1^o że te linie proste bę-
dą proporcjonalnie przecięte; 2^o że
figura k l m, będzie podobna figurze
K L M.*

Zmyślmy sobie naprzód trzy punkta K, L, M. Ponieważ linie proste *kl, lm, mk*, są przecięciami równiów IKL, ILM, IKM z równią *ge*, więc są równoległe liniom prostym KL, LM, MK, które są przecięciami tychże równiów z równią GE (107); więc trójkąty IKL, ILM, IMK, są podobne trójkątom *Ikl, Ilm, Ikm*, każdy każdemu: więc $IK : Ik :: KL : kl :: IL : Il :: IM : Im :: MK : mk$ przeto 1^o z tego ciągu równych stosunków wyciągnawszy tylko te, które zawierają w sobie linie proste z

pun-

punktu I wyciągnięte, mieć będziesz: $IK : Ik :: IL : Il :: IM : Im$; więc linie proste IK, IL, IM są proporcjonalnie przecięte.

2^{re} Jeżeli z tegoż pierwszego ciągu słoſunków równych, wyciągniesz te, które zawierają w sobie tylko linie, między dwiema równiami równoległemi zamknięte, mieć będziesz $KL : kl :: LM : lm :: KM : km$; więc dwa trójkąty KLM, klm , są sobie podobne, ponieważ mają boki proporcjonalne.

Daymy teraz niech będzie taka liczba punktów, iak się podoba A, B, C, D, E, F , i. t. d; tymże samym sposobem właśnie dowieſdź można, że linie proste IA, IB, IC , i. t. d. są proporcjonalnie przecięte; zmyśliwszy sobie przekątne AC, AD , i. t. d. wyciągnięte z dwóch kątów odpowiadających A, a , podobnież dowieſdź daie się, że trójkąty ABC, ACD , i. t. d. są podobne trójkątóm abc, acd , i. t. d, każdy każdemu; więc dwa wielokąty $ABĈDF, abĉdf$, będąc złożone z téyże liczby trójkątów podobnych każdy każdemu, i podobnie położonych, są sobie podobne (128).

200. Ponieważ dwie figury KLM , klm , są sobie podobne, wnieśmy stąd, że kąt KLM , jest równy kątowi klm , a zatem jeżeli dwie linie proste KL , LM , które zawierają między sobą kąt KLM , są równoległe dwóm liniom prostym, kl , lm , zawierającym między sobą kąt klm , kąt KLM , będzie równy kątowi klm . natenczas nawet, gdy te dwa kąty nie będą znajdować się na iednejże równi: toż samo podanie daliśmy już (43); ale tam, oba kąty na iednejże równi położone rozumieliśmy.

201. Z podobieństwa dwóch figur $ABCDF$ i $abcdf$, iako też z podobieństwa dwóch figur KLM , klm , wynika jeszcze, że powierźchnie dwóch przecięciów $abcdf$, klm , są między sobą, iak powierźchnie dwóch figur $ABCDF$, KLM .

Albowiem $ABCDF : abcdf :: \overline{AB}^2 : \overline{ab}^2$ (161).

Trójkąty zaś podobne IAB , Iab dają proporcją $AB : ab :: IA : Ia$. A zatem (Arytm.

181) $\overline{AB}^2 : \overline{ab}^2 :: \overline{IA}^2 : \overline{Ia}^2$; albo (199) $:: \overline{IM}^2$

$:: \overline{Im}^2$, albo (z przyczyny trójkątów podobnych IML , ImI) $\overline{LM}^2 :: \overline{Im}^2$, a za tém (161),

$:: KLM : klm$; więc $ABCDF : abcdf :: KLM : klm$, albo (Arytm 171) $ABCDF : KLM :: abcdf : klm$.

202. Ten dowód dowodzi oraz że powierzchnie $ABCD$, $abcd$, są między sobą, jak kwadraty dwóch linii prostych IA , ia wyciągniętych z punktów, w tych dwóch figurach sobie odpowiadających; a zatem (199), jak kwadraty wysokościów, albo prostopadłych IP , ip , z punktu I na równie GE i ge spuszczo-nych.

Wnieśmy więc *rod* że gdyby dwie po-
wierzchnie $ABCD$, KLM , były sobie równe;
drugie dwie powierzchnie $abcd$, klm , bę-
dą także sobie równe.

2re Ze to wszystko cośmy dopiero powie-
dzieli, jeszcze mieć będzie miejsce, choćby
punkt I , zamiast że jest słuony liniom pro-
stym IA , IB , IC , i. t. d. i prostym IM , IL , i. t. d;
choćby mówię, był do każdej figury oso-
bny, byleby nad równią ge , w iedneyże
wysokości był położony.



ROZDZIAŁ TRZECI.

O Bryłach.

203. **N**azwaliśmy *bryłą* albo *ciałem*,
wszystko cokolwiek ma te
trzy rozległości *długość*, *szérokość*, i
głębokość.

K 3

Mia-

Miara i stófunkami brył, teraz zabawimy się.

Uważać będziemy bryły, kończące się płaskiemi powierzchniami; z tych zaś co mają krzywe powierzchnie uważać niebędziemy, tylko *wótek* (cylinder), *stożek* (conus), i *kulę* (sphaera).

Bryły zamknięte powierzchniami płaskiemi, różnią się w powszechności liczbą, i kształtem równiów, w których się zawierają: takowych równiów w bryle przynajmniej cztery znaydować się powinno.

204. Bryła, w której dwie na przeciw sobie położone ściany, są równiami sobie równemi, i równoległemi, inne zaś wszystkie ściany, są złożone z równoległoboków, nazywa się w ogólności *wielościan* (prisma), fig. 109, 110, 111, 112.

110. Więc wielościan można sobie wy-
111. stawić, iakoby był uczyniony przez
112. równia BDF, któraby, równoległe sobie samę postępuiąc, przesłiznęła się wzdłuż linii prostej AB (fig. 109. 109).

Dwie równie równoległe, nazywają się *podstawami wielościanu*; prosto-

stopadła zaś LM, z iednego punktu tych równiów wywiedziona, na drugą równią, nazywa się wysokością.

Z tego opisanía wielościanu wnieść należy, że bądź w któremkolwiek miejscu, będzie przecięty wielościan takowy, przez równią podstawie swojej równoległą, to przecięcie, będzie zawsze równią, doskonale równą podstawie wielościanu.

Linie takie iak AB, w których dwa równoległoboki przyległe s'cho-
dzą się, nazywaią się *krawędziami*
wielościanu (*arête*).

Wielościan iest *prosty* (*prisma rectum*), gdy iego krawędzie są prostopadłe podstawie; i w takowym razie wszystkie są równe wysokości.

Zobacz fig. 110, 112.

figura

110.

Wielościan nazywa się *ukośny*, (*prisma obliquum*), gdy krawędzie na podstawie są nachylone.

112.

Wielościany, różnią się liczbą kątów, w podstawie znajdujących się; jeżeli podstawa iest trójkąt, wielościan nazywa się *trójkątny* (fig. 109); jeżeli podstawa iest czworokąt, nazywa się *czworokątny* (fig. 110); i. t. d.

figura

109.

figura

110.

Miedzy wielościanami czworokątnými, uważamy fczególniey, *równoległościan* (parallelopipedum) i *sześcian* (cubus).

Równoległościan, iest wielościan czworokątny, w którym podłtawy a zatém i wszystkie ściany, są równoległobokami; a kiedy równoległobok służący za podstawę iest prostokąt, a oraz wielościan iest prosty, nazywa się *równoległościan prostokątny*; Zobacz fig. 110.

Równoległościan prostokątny, bierze nazwisko *sześcianu*, gdy podłtawa iego iest kwadratem, i kraweź *figura*
112. AB (fig. 112), iest równa bokowi tego kwadratu.

Sześcian tedy, iest bryłą miedzy sześcią równemi kwadratami zawartą; i tato bryłą, wszystkie inne, iak zobaczymy wkrótce, mierzyć się zwykły.

205. *Walek*, iest bryła: miedzy dwoma kołami równemi, i równoległemi zawarta, którą można sobie wystawić, iakoby była uczyniona przez powierzchnią, powstaiaćą z przebieżenia linii prostej AB
figura
1143.
114. (fig. 113. 114) sobie samey równolegle,

ległe, wzdłuż dwóch okręgów. *Walek prosty* jest, gdy linia GF (fig. 113), która łączy dwie podstawy, na przeciw sobie położone, jest tym kołom prostopadła; linia CF nazywa się *osią wálka* (axis); walek zaś jest *ukośny*, gdy taż linia CF jest nachylona ku podstawie.

Walek prosty uważać można, iakoby powstający, z obrotu równoległoboku prostokątnego FCDE, obracającego się około boku swego CF.

206. *Piramida*, jest bryła, pod jaką powierzchniami zawarta, z tych jedna która nazywa się podstawą, może być iakimkolwiek wielokątem, a drugie, które są wszystkie trójkątami, mają za podstawy, boki tego wielokąta, i wszystkie, mają wierzchołki swoje złączone w jednym punkcie, który nazywa się *wierzchołkiem piramidy*; Zobacz fig. 115, 116, 117.

Prostopadła AM, wywiedziona z wierzchołka, na równią służącą za podstawę, nazywa się *wysokością* piramidy.

Piramidy różnią się liczbą kątów, w podstawach znajdujących się; tak iż ta, co ma za podstawę trójkąt, na-

figura
115.
116.
117.

nazywa się *piramida trójkątna* (tetraedrum), ta co ma za podstawę czworokąt, *piramida czworokątna*, (quadrangularis) i. t. d.

figura 117. Piramida jest *foremna* albo *regularna*, gdy wielokąt służący iéy za podstawę, jest regularny, i gdy oraz prostopadła AM (fig. 117), z wierzchołka wywiedziona, przechodzi przez środek wielokąta.

Prostopadła AE, spuszczone z wierzchołka A, na ieden z boków podstawy DE, nazywa się *prostopadłą powierzchniową* piramidy (apotheme).

Rzecz oczywista, że wszystkie trójkąty schodzące się w punkcie A, są sobie równe, i równoramiennie; wszystkie albowiem mają podstawy równe, i krawędzie, AB, AC, AD, i. t. d. są wszystkie równe; sąto bowiem wszystkie pochyłe od prostopadłej AM, równo oddalone (27).

figura 118. Niemniéy rzecz oczywista, że wszystkie prostopadłe powierzchniowe, są sobie równe.

119. 207. *Stożek* (fig. 118 i 119), jest bryłą zamkniętą przez równią kołową BGDH, która nazywa się podstawą stożka, i przez powierzchniową, którąby uczyniła linia AB, obracająca się około punktu stałego A, i strychuiąca okrag BGDH.

Punkt

Punkt A nazywa się wierzchołkiem stożka.

Prostopadła, wywiedziona z wierzchołka na równią podstawy, nazywa się wysokością stożka; stożek jest *prosty* albo *ukośny*, gdy takowa prostopadła przechodzi (fig. 118), lub *figura 119.* (fig. 119), przez środek podstawy.

Można sobie wystawić stożek prosty, iako powstający z obrotu trójkąta prostokątnego ACD (fig. 118), *figura 118.* obracającego się około boku AC.

208. *Kula*, jest bryła, kończąca się ze wszystkich stron przez powierzchnią, której wszystkie punkta, są od jednego i tegoż punktu, równo odległe.

Można sobie wystawić kulę, iako bryłę powstającą z półkola ABD (fig. 121), obracającego się około *figura 121.* średnicy AD.

Rzecz oczywista, że wszelkie przecięcie kuli przez równią, jest kołem; Jeżeli równia przechodzi przez środek, przecięcie nazywa się *największe koło* kuli (circulus maximus). Przeciwnie nazywa się *małym kołem* (circulus minor), każde inne prze-

przecięcie kuli przez równią, która przez środek nieprzechodzi.

Wycinek kuli, jest bryła, powstająca z wycinka kołowego BCA , obracającego się około promienia AC ; powierzchnia którąby okrył luk AB , w takowym obrocie, nazywa się *czaszka kuli* (*superficies segmenti*).

Odcinek kuli, jest bryła, powstająca z półodcinka kołowego AFB , obracającego się około części promienia AF .

O Bryłach sobie podobnych.

209. *Bryły podobne*, są te, które są złożone z iednéyże liczby ścian, podobnych każda każdéy, i w obu bryłach podobnie położonych; *Zobacz fig. 125.*

figura
125.

210. *Krawędzie odpowiadające, i wierzchołki kątów brylastych (solidus) odpowiadających, sąto linie i punkta podobnie położone w obu bryłach; albowiem krawędzie odpowiadające, wierzchołki kątów brylastych odpowiadających, są linie, i punkta podobnie położone, względem ścian do których należą; gdyż*

ta-

takowe ściany, rozumieją się być sobie podobnemi; że zaś te ściany, w obu bryłach są położone podobnie; więc, i. t. d.

211. Przeto; trójkąty ACD , $a c d$, (fig. figura 125) które schodzą się z kątem brylastym i 125. z końcami krawędzi odpowiadającymi w każdej bryle, są dwie figury sobie podobne, i podobnie w dwóch bryłach położone; Końce albowiem krawędziów odpowiadających CD i $c d$, są same wierzchołkami kątów brylastych odpowiadających (210), które są względem brył, podobnie położone.

212. Przekątne AC , $a c$, AD , ad , i. t. d, które schodzą się z dwoma kątami brylastymi odpowiadającymi, są między sobą, iak krawędzie odpowiadające CD , $c d$, tychże brył; są albowiem bokami trójkątów podobnych, o których dopiero mówiło się, i które mają za jeden z boków swoich, krawędzie odpowiadające.

213. Więc dwie bryły sobie podobne, mogą być podzielone, na jednakową liczbę piramid podobnych każda każdej, równianami, wyprowadzonemi przez dwa kąty odpowiadające, i przez dwie krawędzie odpowiadające; albowiem ściany tych piramid, będą złożone z trójkątów sobie podobnych, i podobnie położonych w obu bryłach (211); podstawy tychże piramid będą także podobne, ponieważ są ścianami odpowiadającymi dwóch brył; więc (209) te piramidy będą sobie podobne.

214. Jeżeli z dwóch kątów odpowiadających, spuścisz prostopadłe, na dwie ściany odpowiadające, te prostopadłe będą między sobą w stosunku dwóch którychkolwiek krawędziów odpowiadających.

Albowiem te dwa kąty odpowiadające, będąc podobnie położone, względem dwóch ścian odpowiadających (210), powinny być koniecznie w takich odległościach od tych ścian, ażeby były między sobą w stosunku wymiarów odpowiadających, w tych dwóch bryłach.

O mięrzaniu Powierzszchniów brylastych.

215. Powierzszchnie wielościanów, i piramid, będąc złożone z równoległoboków, trójkątów, i wielokątów prostokryślnych, możnaby tu wcale zamilczyć o mięrzaniu ich, ponieważ (139, 141, i 143) podaliśmy już sposoby, mięrzania figur ikładających takowe powierzszchnie. Lecz stąd co się powiedziało w tęg mięrze, możemy sobie uczynić różne wnioski; które nam służyć mają, nietylko do ułatwienia działań w

takowych miarach, ale téż mogą nam bydź przydatne, do znalezienia wartości powierzchniów wałków, stożków, a nawet i saméy kuli.

216. *Powieryszchnia wielościanu iakiegokolwiek, (mierachując dwóch podstaw) jest równa mnogości, z iednéy z krawędziów tego wielościanu, przez obwód przecięcia bdfhk (fig. III), uczynionego przez równię, któreyby ta krawędź była prostopadłą.*

figura
III.

Bo ponieważ krawędź AB . rozumie się bydź prostopadłą równi $bdfhk$, drugie krawędzie, które téy, są wszystkie równoległe, będą także równi $bdfhk$ prostopadłe; więc wzajemnie linie proste bd, df, fh, hk , i. t. d. są prostopadłe, każda krawędzi którą przecina; uważając przeto krawędzie, iako podstawy równoległe boków, które otaczają wielościan, linie bd, df, fh , będą wyfokościami tych równoległoboków. Chcąc tedy mieć powierzchnię wielościanu; trzeba rozmnożyć krawędź AB przez prostopadłą bd , krawędź CD , przez prostopadłą df i. t. d; a potem, te wszystkie mnogości dodać z sobą; lecz iako wszystkie krawę-

dzie

dzie są sobie równe, rzecz oczywista, że na iedno wychodzi, mnożąc tylko iedną krawędź AB , przez sumę wszystkich wysokościów, to jest przez obwód $bdfhk$.

217. Kiedy wielościan jest prosty. przecięcie $bdfhk$, nieróżni się od podstawy FHK , i krawędź AB , jest natenczas wysokością wielościanu; więc powierzchnia wielościanu prostego (nierachując dwóch podstaw) jest równa mnożości z obwodu, rozmnożonej przez wysokość.

218. Widzieliśmy wyżej (130) że koło, uważać można iako wielokąt regularny, z nieskończonę czuby boków złożony; przeto walec bydz może uważany iako wielościan, w którymby liczba równoległoboków, powierzchnią składających, była nieskończona; przeto:

Powierzchnia wálka prostego, jest równa mnożości, z wysokości tego wálka, przez okrąg podstawy.

Widzieliśmy (146), iak sobie postępować trzeba, chcąc takowy okrąg wynaléśdź.

Można także powiedzieć, że powierzchnia wálka prostego, jest dwa razy tak wielka, iak powierzchnia koła, któregoby promieniem była średnia proporcjonalna, między wysokością tego wálka, i promieniem jego podstawy.

Wziąwszy albowiem W , za wysokość, p za promień podstawy, a P za promień średni proporcjonalny; i oraz wzięwszy okr. p , i okr. P , za okręgi mające promienie p i P , mieć będziemy na fundamencie *przyppuszczenia* (*suppositio*) $p : P :: P : W$; a ponieważ okręgi (131), są proporcjonalne promieniom; więc iestzcze będzie okr. $p : \text{okr. } P :: P : W$. A że mnogość skrajnych w tej proporcyi, iest powierźchnią wálką, a mnogość średnich, iest dwa razy tak wielka iak powierźchnia koła, którego promieniem iest P ; więc (Arytm. 168). t. d.

Odtąd, gdy zechcemy naznaczyć powierźchnią koła, mającego za promień linią iakąkolwiek P , używać będziemy tego skróconego wyrażenia *ko. P* .

Co się tycze wálka ukośnego, trzeba rozmnożyć długość AB , przez okrąg przecięcia, $bgdh$ (fig. 114), zrobiwszy to przecięcie podług opitania (216). Sposób wymiérzenia długości takowego przecięcia, zawisł od obszerńieyszych wiadomości, aniżeliśmy dotąd podali; w praktyce przestać potrzeba na miérzeniu mechaniczném, obiawszy walek nicią, lub czém podobném, i dając baczenie, żeby ta nie przystawała na taką równią, któraby długości wálka AB była prostopadła.

219. Co do piramidy, iezeli nie-
iest regularna, trzeba szukać zoso-
bna powierźchni każdego z tróy-
kątów, onę ikladaiących, a potém
powierźchnie takowe dodać.

Iezeli zaś iest regularna, można
mieć powierźchnia krótszym sposo-
bém,

figura
117.

bém, mnożąc obwód podstawy przez połowę prostopadłej AG (fig. 117); bo ponieważ wszystkie trójkąty mają iednę wysokość, dosyć jest rozmnożyć połowę spólnéj wysokości, przez sumnę wszystkich podstaw.

220. Uważając znowu okrąg koła, iako wielokąt regularny, z nieskończonej liczby boków złożony; powiedzieć można, że stożek, nieco innego jest w istocie saméj, tylko piramida regularna, której powierzchnia (nierachując podstawy) jest złożona z nieskończonej liczby trójkątów; a zatem, *powierzchnia wypukła, stożka prostego, jest równa mnogości, z okręgu podstawy, przez połowę boku AB tegoż stożka* (fig. 118).

figura
118.

Co do powierzchni stożka ukośnego, ta zawisła od wyższej Jeometryi; przeto tu niey mówić niebędziemy. Wreszcie pojęcie stożka które wyżej powzięliśmy, podać sposób wymierzenia go, z małą różnicą. Trzeba tylko podzielić okrąg podstawy, na dosyć wielką liczbę łuków, ażeby każdy uważać można, iako powierzchnią piramidy, któraby miała tyle trójkątów ile jest łuków.

221. Chcąc mieć powierzchnią *ucinka stożka prostego* (conustruncatus), w którymby podstawy naprze-

cino

ciw sobie położone $BGDH$, $bgdh$ (fig. 120) były równoległe; trzeba ^{figura 120.} rozmnożyć bok tego ucinka Bb , przez połowę summy okręgów dwóch podstaw na przeciw sobie położonych.

Jakóż tę powierzchnią uważać można, iako zbiór nieskończonéy liczby nierównoległoboków takich iak $EFef$, których boki Ee , Ff , zmiierzają ku wierzchołkowi A ; a ponieważ powierzchnia, każdego z tych nierównoległoboka, iest równa połowie summy, dwóch podstaw na przeciw sobie położonych EF , ef , rozmnożonéy przez odległość tychże dwóch podstaw (142), która nie różni się od boków Ee , Ff , albo Bb ; więc chcąc mieć sumnę takowych nierównoległoboków, trzeba rozmnożyć połowę summy wszystkich na przeciw sobie położonych podstaw, takich iak EF , ef , to iest połowę summy dwóch okręgów, przez linią Bb , iako przez spóina wysokość wszystkich nierównoległoboków.

222. Jeżeli przez połowę M boku Bb , przeciągniesz równią równoległą podstawie; to przecięcie (199),
L₂ bę-

dzie kołem, którego okrag, będzie połową summy okręgów dwóch podstaw na przeciw sobie będących; ponieważ średnica jego MN (142) jest połową summy, tych dwóch podstaw, a (131) okręgi są między sobą jak ich średnice. Więc powierzchnia stożka uciętego, mającego podstawę równoległą, jest równa mnogosci z boku ucinika, przez okrag przecięcia, zrobionego w równy odległości od obu podstaw sobie przeciwnych.

To podanie służyć nam będzie w dowodzeniu następującego podania.

223. Powierzchnia kuli, jest równa mnogosci, z jednego ię największych kół, rozmnożonego przez średnicę.

figura
122.

Zmyśl sobie półokręgu AKD (fig. 122), rozdzielone na niezliczoną liczbę łuków, każdy z tych łuków będąc nieskończenie mały, obróci się prawie w cięciwę.

Z końców KL, wyciągnij prostopadłe KE, LF do średnicy AD; przez środek łuku KL, czyli cięciwy jego, wyciągnij IH, równoległą linii KE, i promień IC; ten promień będzie prostopadły na KL (52); wyciągnij maostatek KM, prostopadły na IH albo LF; zmyśliwszy sobie, że półokręgu AKD obraca się około AD, takowym obrotem zrobi okrag kuli, i każdy z jego łuków KL, złoży powierzchnią, uciętego stoż-

stożka, który da początek powierzchni kuli. Zobaczymy zaraz, że powierzchnia, takiego uciętego stożka, jest równa mnożeniu, z linii KM, albo EF, rozmnożonę przez okrąg, który ma za promień IC albo AC.

Trójkąt KML, jest podobny trójkątowi IHC; bo te trójkąty mają boki prostopadłe jeden drugiemu, podług wyżey danego przepisanja. Przeto te trójkąty sobie podobne (111), dadza następującą proporcją KL : KM :: IC : IH; albo (ponieważ (131) okręgi są między sobą jak ich promienie). KL : KM :: okr. IC : okr. IH; więc, ponieważ (Arytm. 168), w każdej proporcji, mnogość skrajnych jest równa mnogości średnich, będzie, KL x okr. IH, równe KM x okr. IC; albo (co na jedno wychodzi) równe EF x okr. AC. Lecz (222), pierwsza z tych mnogościów wyraża powierzchnią stożka uciętego, uczynionego przez KL; więc ten stożek uciety, jest równy EF x okr. AC, to jest, mnogości z wysokości EF, przez okrąg największego koła kuli. A ponieważ wzięwszy każdy inny łuk, dowieść można, że samo, i tymże samym sposobem; należy stąd wniesć, że summa małych stożków uciętych, które powierzchnią kuli składają, jest równa okręgowi jednego z największych kół, rozmnożonemu przez sumę wysokościów, tychże stożków uciętych; która to summa, oczywiście składa średnicę. Więc powierzchnia kuli, jest równa okręgowi, jednego z największych kół, rozmnożonemu przez średnicę.

224. Jeżeli sobie zmyśliny walek (fig. 123), który otacza kulę dotykając ją, i który ma za wysokość

figura
123.

średnicy téż kuli, to iest, ieżeli sobie zmyślimy walek na kuli opisany; można wnieść, że *powierzchnia kuli, iest równa powierzchni wypukłej wálka opisanego*. Albowiem (128), powierzchnia wálka, iest równa mnogości, z podstawy rozmnożonéy przez wysokość; lecz okrag, podstawy, iest okrag największego koła kuli, a wysokość iest równa średnicy, więc t. d.

228. Ponieważ (145), chcąc mieć powierzchnią koła, trzeba rozmnożyć okrag przez połowę promienia, albo ćwierć średnicy, chcąc zaś mieć powierzchnią kuli, trzeba rozmnożyć okrag przez średnicę; należy stąd wnieść, że *powierzchnia kuli, iest cztery razy większa, iak powierzchnia, iednego z największych kół téż kuli*.

226. To co powiedziało się o powierzchni kuli, dowodzi podobnie, że chcąc mieć powierzchnią wypukłą odcinka kuli, któryby powstał z łuku AL (fig. 124), obracającego się około średnicy AD; trzeba rozmnożyć okrag największego koła kuli, przez wysokość AL tegoż odcinka; iako też chcąc mieć powierzchnią kawałka kuli zawartego między dwiema równiami równoległemi, takimi iak LKM, NRP, trzeba podobnie rozmnożyć okrag największego koła

figura
124.

koła kuli, przez wysokość IO, tego kawałka kuli. Albowiem te powierzchnie uważać można, tak iakośmy całą kulę uważali, niby złożone, z niekończoney liczby stożków. uciętych, z których każdy, jest równy mnogości, z wysokości swojej, rozinnożoney przez okrąg naywiększego koła kuli.

O stóśunkach między powierzchniami Brył.

227. Jeżeli dwie bryły, których powierzchnie mają bydź do siebie przystósowane, kończą się niepodobuemi sobie, i nieregularnemi rowniami; w wynaleziéniu stóśunku między ich powierzchniami, niemasz innego sposobu, iak wyrachować zosobna powierzchnią każdéy, w miarach iednegòż gatunku, i przystósować liczbę miar iednéy, do liczby miar drugiéy; to jest np. liczbę stóp kwadratowych iednéy, do liczby stóp kwadratowych drugiéy.

228. Powierzchnie wielościannów, (nierachuiąc podstaw, naprzeciw sobie położonych), są między sobą, iak mnogości, z długościami tych wielościannów, rozmnożonych przez przecięcia, tym długościom prostopadle zrobione.

Bo te powierzchnie, w rzeczy samej są równe tym mnogościom (216).

Przeto, jeżeli długości są sobie równe, powierzchnie wielościanów będą między sobą, iak obwody przecięciów, zrobionych prostopadle na długości każdego z nich. Albowiem słośunek mnogościów, z długości rozmnożony przez obwód tego przecięcia, nieodmienni się, opuściwszy w każdej z tych mnogościów długość, która iest spólnym czynnikiem.

229. Więc powierzchnie wielościanów prostych teyże wysokości, są między sobą, iak obwody podstaw; te podstawy niech mają kształt bądź iakikolwiek.

Jeżeli zaś przeciwnie, obwody podstaw są też same, a wysokości różne; powierzchnie, będą między sobą, iak wysokości.

230. Powierzchnie słożków prostych, są między sobą, iak mnogości z boków tych słożków, przez okręgi, albo przez promienie, albo przez średnice ich podstaw.

Albowiem powierzchnie takowe, każda będąc równa mnogości, z okręgu podstawy, rozmnożonego przez połowę boku słożka (220), powinny być między sobą, iak te mnogości, a zatem iak podwójność tychże mnogościów. Nadto ponieważ okręgi, mają między sobą tenże słośunek, co ich promienie, albo średnice; przeto (99) w tych mnogościach, zamiast słośunku okręgów,

można wziąć stółunek promieniow, lub
średnic.

231. *Powierzchnie brył sobie podobnych,
są między sobą, iak kwadraty ich linii odpo-
wiadających.*

Są albowiem złożone z równiów sobie po-
dobnych, których powierzchnie są między
sobą, iak kwadraty ich boków, albo linii od-
powiadających; któreto linie, są także liniami
odpowiadającemi w bryłach, i proporcjo-
nalnemi wszystkim innym liniom odpo-
wiedającym.

232. *Powierzchnie dwóch kul, są między
sobą, iak kwadraty ich promieni, albo ich
średnic; powierzchnia albowiem kuli, bę-
dąc cztery razy tak wielka, iak powierz-
chnia największego koła kuli, powierzchnie
dwóch kul, powinny być między sobą,
iak poczwórność ich kół największych, al-
bo prosto iak ich największe koła; to jest
(162), iak kwadraty promieni, albo średnic.*

O bryłowości Wielościandów.

233. **Z**eby to pojąć, co się rozu-
mie przez bryłowość cia-
ła (soliditas); trzeba sobie wysta-
wić w myśli, część rozległości ia-
kowéy, w takiéy postaci iak się po-
doba, w postaci np. sześcianu, lecz
któryby miał nieskończenie mało
długości, szerokości, i głębokości;
i zmyślić sobie, że objętość (capaci-
tas) ciała, jest wcale napelniona,
podobnemi sześcianami, które tu na-
zwie-

zwiemy *punktami brylastemi*: całkowitość tych punktów, składa to, co rozumiemy przez *bryłowość* ciała.

234. *Dwa wielościany, albo dwa wálki, albo ieden wielościan i ieden wálek, téyże podstawy i téyże wysokości, albo równych podstaw, i równej wysokości, są sobie równe w bryłowości, figury podstaw, niech będą różne iak chcą.*

Zmyśliwszy sobie albowiem, te ciała przecięte, przez równie równoległe podstawom swoim, na zrazy niekończenie cienkie, którychby grubość, równa była grubości punktów brylastych, iakiemi można myśleć, że te ciała są napełnione; rzecz oczywista, że w każdym, każde przecięcie będąc równe podstawie (204), liczba punktów brylastych, z których każdy zraz będzie złożony, będzie wszędzie też sama, i równa liczbie punktów powierzchniowych w podstawie: a iako w dwóch bryłach też samę rozumiemy wysokość: tak téż téż samę liczbę zrazów mieć będą; w całkowitości więc, mieścić w sobie będą téż liczbę punktów brylastych; więc są sobie równe w bryłowości.

O mięrzaniu bryłowości Wielości-
nów i Wąlków.

235. Uwaga, któraśmy dopiero po-
dali punktów bryłowych,
jest osobliwie użyteczna natenczas,
gdy chcąc okazać równość dwóch
brył, uważać musimy, ich początko-
wy skład, rozkładając je na zra-
zy nieskończenie cienkie; na inżem
mieyscu ieszcze mieć będziemy oka-
zując uważać je w takim sposobie.
Lecz chcąc miężyć bryłowości
ciał, w pospolitym użyciu, tego nie-
dochodzi się, przez oszacowanie lic-
by punktów bryłowych; łatwo albo-
wiem poiać daie się, że bądź w ia-
kiéykolwiek bryle, znayduie się nie-
skończona liczba punktów tego
gatunku.

Czegoż więc (właściwie mówiać)
dochodzimy, miężąc bryłowość
ciał? oto szukamy, wiele razy, bry-
ła o którą rzecz idzie, mieści w sobie
inną bryle wiadomą.

Np. Chcąc zmiężyć równoległoscian pro-
stokątny ABCDEFGH (fig. 126), celem na-
szym jest dóysdż, wiele takowy równole-
głoscian, mieści w sobie sześcianów takich,
jak jest sześcian wiadomy x ; i na takięto
pospolicie miary sześcienne, bryłowość cia-
ł szacować zwykliśmy.

figura
126.

Szukając bryłowości równoległościannu
figura prostokątnego ABCDEFGH, trzeba (fig. 126).

126. wynaleśdź wiele podstawa EFGH, zawiera w sobie części kwadratowych, takich iak $efgh$; szukać podobnież, wiele razy wysokość AH, zawiera w sobie wysokość ah ; rozmnożywszy liczbę części kwadratowych EFGH, przez liczbę części AH, mnogość pokaże, wiele, zadany równoległoscian, mieści w sobie sześciannów takich iak x ; to jest, wiele zawiera w sobie stóp sześciennych, albo całów sześciennych, i. t. d. jeżeli bok ah , sześciannu x , jest na iedną stopę, lub na ieden cał.

Jakóż rzecz oczywiła, że na powierzchni EFGH, można postawić tyle sześciannów takich iak x , ile znajduje się kwadratów, w podstawie EFGH, takich iak $efgh$. Te wszystkie sześcianny złożą równoległoscian, którego wysokość HL, będzie równa wysokości ah ; a ponieważ rzecz przez się iadna, że w bryle ABCDEFGH, tyle takich równoległosciannów umieścić można, ile razy wysokość HL, w wysokości AH zawierać się będzie; więc trzeba ten równoległoscian, albo liczbę sześciannów, na EFGH umieszczonych, tyle razy powtórzyć, ile części w AH znajduje się; albo ponieważ liczba tych sześciannów, jest też sama, co liczba kwadratów w podstawie zawartych, trzeba rozmnożyć liczbę kwadratów, w podstawie umieszczonych, przez liczbę miar wysokości; takowa mnogość wyrazi liczbę sześciannów w danym równoległoscianie zawierających się.

236. Ponieważ dowiedliśmy (234), że wieloscianny, mające podstawy równe, i wysokości równe, w bryłowości są sobie równe; więc z tego po-

podania i stąd cośmy dopiero powie-
dzieli, wnieść należy: że chcąc mieć
liczbę miar sześciennych, w wielo-
łościanie jakimkolwiek ACEGIK
BDFH (fig. III) zawartych, trze-
ba naprzód podstawę KBDFH ofza-
cować na miary kwadratowe, wyso-
kość zaś ięgo LM na części, równe
bokowi sześciannu, wziętego na mia-
rę; potem liczbę miar kwadratowych
w podstawie znalezionych, rozmno-
żyć przez liczbę miar liniowych,
w wysokości znajdujących się; co
pospolicie wyraża się mówiąc: *Bry-
łowatość wielościanu iakiegokolwiek,
jest równa mnogości, wypadłej z
rozmnożenia powierzchni podstawy,
przez wysokość tegoż wielościanu.*

figura
III.

Lecz tu, toż samo znowu uważać nale-
ży, cośmy (139) z okazyi powierzchniów
powiedzieli, to jest, iż iako niemożna mó-
wić właściwie, żeby się linia przez linią
mnożyła, tak też niemnię rozumieć niena-
leży, żeby można powierzchnią przez li-
nią rozmnożyć. Jestto więc, iakośmy do-
pięro widzieli bryła, (w której liczba sze-
ściannów jest taż sama, co liczba kwadratów,
w podstawie) jestto mówię bryła, którą po-
wtarzamy tyle razy, ile razy ięy wysokość
mieści się w wysokości całkowitey, to jest
tyle razy, ile razy zawiera się w bryle, któ-
ra ma być mierzona.

237. Wnieśmy z uwag poprzedzających, Ze chcąc mieć bryłowość wążka prostego, lub ukośnego, trzeba podobnież rozmnożyć powierzchnią jego podstawy, przez wysokość tegoż wążka; ponieważ wążek jest równy wielościanowi, tężże podstawy i tężże wysokości co tamten (234).

O bryłowości Piramid.

238. *figura 108.* Przypomniemy sobie co się powiedziało (199 i dalej), a przystósowawszy to do piramid, wnieśliśmy stąd, że przeciąwszy dwie piramidy $IABCD\bar{F}$, $IKLM$ (fig. 108) tężże wysokości, przez tęż równią ge , równoległą równi ich podstaw, przecięcia $abcd\bar{f}$, klm , będą między sobą, w stósunku podstaw $\bar{A}BCD\bar{F}$, $\bar{K}LM$, a zatem będą sobie równe, jeżeli te podstawy, są sobie równe. Zmyśliwszy sobie znowu te piramidy, przecięte przez równią równoległą równi ge , i nieskończenie ięć bliską; widzieć daie się, że te dwa zrazy bryłaste, zawarte między temi dwiema równiami nieskończenie sobie bliskiem, powinny także być

* Dla tem prościęszego dowodu, rozumiemy im wierszchołek spólny, i podstawy ich, na tężże równi położone.

bydź między sobą w stosunku podstaw; liczba albowiem punktów bryłastych, potrzebnych do wypełnienia tych dwóch zrazów równey grubości, niemoże zawisnąć tylko od wielkości przecięciów odpowiadających.

To założywszy, ponieważ obie piramidy, są jednéjże wysokości, niemożna poymować więcej zrazów w jednéj iak w drugiéj; przeto zrazy odpowiadające, będą zawłze, między sobą w stosunku podstaw, całkowitości tych zrazów, a zatem i bryłowatości piramid, będą między sobą iak ich podstawy. *Wiec bryłowatości dwóch piramid równey wysokości, są między sobą, iak podstawy tychże piramid; a zatem: Piramidy podstaw równych i równych wysokościów, są sobie równe w bryłowatości; choćby figury podstaw, były iakozkolwiek od siebie różne.*

Miara bryłowatości Piramid.

239. **P**onieważ miérzyć bryłę, nieco innego iest, tylko szukać, wiele razy ta bryła, zawiera w sobie

fobie inną bryłę wiadomą, albo powiedziawszy w ogólności, szukać iaki jest ięć stółunek z drugą bryłą wiadomą; więc do mierzenia piramid, nie trzeba więcę, tylko znaleźć ich stółunek z wielościanami; i to jest, co zobaczymy w następującem podaniu.

240. *Piramida iakakolwiek, jest trzecią częścią wielościanu tężę podstawy, i tężę wysokości co piramida.*

Dowód tego podania, zależy na tém aby pokazać, że piramida trójkatna, jest trzecią częścią wielościanu trójkatnego tężę podstawy, i tężę wysokości co ona; albowiem zawsze fobie wystawić można wielościan, iako złożony z tylu wielościanów trójkatnych, a piramidę, iako złożoną z tylu piramid trójkatnych, ile będzie trójkątów w wielokacie, który służy za podstawę tak wielościanowi, iak piramidzie: *Zob. figura III. fig: III.*

O prawdziwości tego podania względem piramidy trójkatnéj; przekonać się można następującym sposobem.

Niech

Niech będzie $ABCDEF$ (fig. 127) wielościan trójkątny; zmyślmy sobie, na ścianach AE , CE tego wielościanu trójkątnego, wyciągnięte przekątne BD , BF , i że podług tych przekątnych, jest przeprowadzona równia BDF ; ta równia oderwie od wielościanu piramidę téż podławy i téż wysokości, co wielościan; iako mającą swój wierzchołek w B , w podławie górney, a za podławę, podławę łamego wielościanu DEF : widzieć można tę piramidę o obno w figurze 128; figura zaś 129. pokazuje to, co pozostało, z wielościanu.

Tę resztę uważać można, iako wywróconą lub położoną na ścianie $ADFC$; natenczas oczywiście widać, że to jest piramida czworokątna, mająca za podławę kwadrat $ADFC$, a za wierzchołek punkt B ; przeto zmyśliwszy sobie, że na podławie jest wyciągnięta przekątna CD , można sobie wystawić, że piramida całkowita $ADFCB$, jest złożona z dwóch piramid trójkątnych $ADCB$, $CFDB$, które mieć będą za podławy dwa trójkąty równe ACD , CDF , a za wierzchołek, spólny punkt B , i które zatem, będą sobie równe (238). Lecz z tych dwóch piramid jedna, to jest piramida $ADCB$, może być uważana, iako mająca za podławę trójkąt ABC , to jest, górną podławę wielościanu, a za wierzchołek punkt D , który do podławy dólney należał; ta piramida więc, jest równa piramidzie $DEFB$ (fig. 128), ponieważ ma téż podławę, i téż wysokość co tamta; więc trzy piramidy $DEFB$, $ADCB$, $CFDB$, są sobie równe: a powieważ wraz złęczone, składają wielościan, należy stąd wnieść, że każda z nich jest trzecią częścią wielościanu: a tak, pi-

figura
128.

ramida DEFB. jest trzecią częścią wielościanu ABCDEF, téż podstawy, i téż wysokości, co ona.

241. Ponieważ słożek, może być uważany iak piramida, w której obwód podstawy, miałby nieskończoną liczbę boków, a walek iako wielościan, którego obwód, miałby podobnież liczbę boków nieskończoną; więc potrzeba stąd wniesć, że *słożek prosty albo ukośny, jest trzecią częścią wálka téż podstawy, i téż wysokości*

242. *A zatem chcąc mieć bryłowatość piramidy, albo słożka iakiegokolwiek, trzeba rozmnożyć powierśchnię podstawy, przez trzecią część wysokości.*

243. Co się tycze *ucinka* piramidy lub słożka; gdy obie podstawy, naprzeciw sobie położone, są równoległe, dla znalezienia iego bryłowatości, trzeba wynaléśdź wysokość piramidy całej, i piramidy odcietey; a w ten czas łatwo jest wyrachować bryłowatość piramidy całej, i piramidy odcietey, a zatem bryłowatość samego *ucinka*.

Np. w figurze 108, chcąc mieć bryłowa-
tość ucinika KLM, klm ; widzę (242), że
trzeba rozmnożyć powierzchnią KLM,
przez trzecią część wysokości IP; rozmno-
żyć podobnie powierzchnią klm , przez
trzecią część wysokości Ip , a naostatek tę
ostatnią mnogość odjąć od pierwszej: lecz
ponieważ wysokość tak piramidy całko-
witey, iako też piramidy odciętey, jest
mi niewiadoma; następujący sposób pokaże
jak można znaleźć obiedwie. Widzieliśmy
wyżej (199), że linie IL, IM, IP, i. t. d. są
proporcjonalnie przecięte przez równią ge ,
i że się mają do swoich części Il , Im , Ip ,
jak $LM : lm$; więc proporcya wypadnie LM
: $lm :: IP : Ip$.

Więc (Arytm. 174), $LM - lm : LM ::$
 $IP - Ip : IP$.

To jest $LM - lm : LM :: Pp : IP$.

Mając zaś wiadomy odcinek, łatwo bę-
dzie zmierzyć boki LM, lm , i wysokość Pp ;
więc przez to podanie wyrachować można
czwarty wyraz IP, albo wysokość całej pi-
ramidy, a od téy, odjąwszy wysokość ucin-
ka, zostanie się wysokość piramidy odciętey.

O bryłowości kuli, iéy Wycinków
i Odcinków.

244. **C**hcąc mieć bryłowość kuli,
trzeba rozmnożyć powier-
szchnią iéy, przez trzecią część pro-
miénia.

Albowiem, można uważać po-
wierszchnią kuli, iako zbiór, nie-
M 2 skoń-

skończonéy liczby równiów, nie-
skończenie małych, z których każda
służy za podstawę malénkiéy pira-
midzie, mającéy wierzchołek swóy,
w śródku kuli, a zatém, którétw
wysokością jest promień; a ponieważ
każda z tych malénkich piramid,
jest równa mnogości z podstawy
swoiétw, przez trzecią część swétw
wysokości, to jest przez trzecią
część promiétw (242); przeto téż,
wszystkie razém wzięte, będą ró-
wne mnogości, z summy wszy-
stkich podstaw, przez trzecią część
promiétw, to jest równe mnogości,
z powierzchni kuli przez trzecią
część promiétw.

245. Ponieważ powierzchnia kuli, jest
czworakością powierzchnii iédnégo z iétw
nawiększych kół (225), można więc, chcąc
mieć bryłówartóść kuli, rozmnożyć trzecią
część promiétw, przez cztery razy wziętą
powierzchnią iédnégo z nawiększych kół,
albo cztery razy wziętą tróykę promiétw,
przez powierzchnią iédnégo z nawiększych
kół, albo nakoniec $\frac{2}{3}$ średnicy przez powier-
szchnią iédnégo z nawiększych kół

246. Chcąc mieć bryłówartóść
wałka, widzieliśmy wyżej iż trze-
ba rozmnożyć powierzchnią pod-
stawy, przez wysokość; jeżeli więc
rzecz

rzecz idzie o walek opisany na kuli (fig. 123), można powiedzieć, że bryłowość jego, jest równa mnogości, z jednego z największych kół kuli, przez średnicę; a że bryłowość kuli, jest równa mnogości (245), z jednego z największych kół, przez $\frac{2}{3}$ średnicy; przeto bryłowość kuli, tylko jest $\frac{2}{3}$ naprzeciw bryłowości waleka, na kuli opisanego.

Chcąc przystósować bryłowość kuli, do sześciannu zrobionego z tej średnicy; niech będzie średnica oznaczona przez D ; mieć będzie $\frac{1}{3}D \times$ koło; D , na tę bryłowość; albo $\frac{2}{3}D \times$ okr. $D \times \frac{1}{4}D$, albo $\frac{1}{8}D^2 \times$ okr. D . Sześciann zaś średnicy, wyrażony będzie przez D ; więc bryłowość kuli, jest do sześciannu tej średnicy, jak $\frac{1}{8}D^2 \times$ okr. $D : D$; albo $: : \frac{1}{8}okr. D : D$; albo $: : okr. D : 6D$; to jest jak okrąg koła, do swojej średnicy 6 razy wziętej. Biorąc np. stółunek 22 : 7 za stółunek okręgu do średnicy; bryłowość kuli, ma się do sześciannu swojej średnicy, jak 22 do 42, albo jak 11 do 21.

247. Powierzchnia cząstki kuli, AGBHEA, która służy za podstawę wycinkowi kuli CBGEHA (fig. figura 121), może także być uważana, jako zbiór nieskończonéj liczby równiów, nieskończenie małych, a zatem

tém sam wycinek kuli może być wzięty, za zbiór nieskończonéy liczby piramidek, które wżyskie mają za wysokość promień, i wktórych, całkowitość podstaw, składa powierzchnią tego wycinka; przeto *wycinek kuli, jest równy mnogości, z powierzchni czafzki, przez $\frac{1}{2}$ promienia.* Widzieliśmy (226), iak znaleźć można powierzchnią czafzki.

248. Co się tycze odcinka, ten ponieważ waży tyle co wycinek CBGE HA, mniej stożek CBGEH, łatwo zawsze wyrachować go można; lecz na fundamencie następującej reguły, tém łatwieysze będzie iego wyrachowanie.

figura 121. *Bryłowatość odcinka kuli ABGE HA (fig. 121), jest równa bryłowatości wółka, któryby miał strzałkę AF za promień podstawy swojej, a za wysokość, promień kuli CA, mniej iednę trójkę strzałki AF.*

Wystawmy sobie bryłowatość tego odcinka, iak gdyby była złożona, z nieskończonéy liczby zrazów kołowych, równoległych równi BGHE, i nieskończenie małej grubości; liczba punktów brylastych każdego zraza, iako niezawisła natenczas tylko od przecięcia kołowego, tak może być przez toż samo przecięcie wyrażona; a tak zraz odpo-
wia-

wiadaący np. równi IN, może być wyrażony przez koło IN.

Wyciągnij cięciwę AN; z przyczyny trójkąta AIN (170), mieć będziesz koło IN, równe kołu AN — koło AI; więc summa kół IN, albo bryłowatość odcinka, będzie równa summie kół AN, mniej summa kół odpowiadających AI. Zobaczmy wiec każda z tych dwóch summ czyni.

Ponieważ (173), AN jest średnią proporcjonalną między AI i AD; i koło AN (218), jest połową powierzchni wálka, któryby miał AI za promień podstawy swojej, a AD za wysokość; albo jest równy wálkowi, któryby miał AI za promień podstawy swojej, a AC za wysokość: przeto summa kół AN, będzie równa summie powierzchniów wálkowych, które mając AC za wysokość, miałyby kolejno za promienie podstaw swoich, różne linie AI. Więc summa kół AN, jest równa bryłowatości wálka, któryby miał za wysokość AC, a za promień swojej podstawy AF.

Co do summy kół AI; zmyśliwszy sobie na AC, kwadrat ACPQ, wyciągnąwszy przekątną AP, przedłuż NI aż do R, mieć będziesz AI równą IR; więc summa kół AI, będzie równa summie kół IR, która wzięta z A do F, składa stożek, mający AF za wysokość, a koło FS albo koło AF za podstawę. Jest przeto równa temu stożkowi, albo wálkowi, mającemu także koło AF za podstawę, a $\frac{1}{3}$ AF

M 4

za

za wyfokość. Więc summa kół AN, mniey summa kół AI, to iest, summa kół NI, albo bryłowość odcinka, iest równa wálkowi mającemu koło AF za podstawę, a AC za wyfokość, mniey wálek, któryby miał także koło AF za podstawę, a $\frac{1}{3}$ AF za wyfokość; to iest, równa wálkowi, mającemu koło AF za podstawę, a CA — $\frac{1}{3}$ AF za wyfokość.

Przeto, chcąc mieć bryłowość odcinka kuli, trzeba rozmnożyć koło, któreby miało za promień strzałkę, przez promień kuli, zmniejszyłony o iednę trójkę strzałki.

Zebyśmy dali przykład wyrachowania bryłowości kuli, i iey odcinków; daymy że iest zadano, wynaleśdź wagę bomby, 10 calowey średnicy, któraby miała 18 linii grubości, i dno zmocnione w strzałce na 6 linii; stopa sześcienna żelaza lanego niechay waży np. 519 $\frac{1}{4}$ stów.

Wyrachuiemy naprzód bryłowość kuli 10 calowey; potem bryłowość kuli 7 calowey, to iest 10 calowey, mniey podwójność grubości bomby: wyrachuiemy mćwiź bryłowość tćy ostatnićy, zmniejszyłony o dno mające w strzałce 6 linii; to iest, że w nićy rachować niebędziemy, tylko odcinek kuli, któryby miał 7 c. mniey 6 l. albo 6 $\frac{1}{2}$ c. w strzałce.

Zeby mieć bryłowość kuli 10 calowey trzeba (246) rozmnożyć liczbę sześcienną iey

ięy średnicy, przez $\frac{11}{11}$; a tak przez logarytmy rachując, będzie.

$$\text{Log. } 10 \quad . \quad . \quad 1,0000000.$$

$$\text{Log. } 10^3 \quad . \quad . \quad 3,0000000.$$

$$\text{Log. } 11 \quad . \quad . \quad 1,0413927.$$

$$\text{Dopełnienie Log. } 21 \quad . \quad . \quad 8,6777807.$$

$$\text{Summa} \quad . \quad 12,7191734.$$

Która odpowiada liczbie 523,81; więc kula mająca 10 calów w średnicy, ma bryłowości 523,81 calów sześciennych.

Zeby mieć bryłowość odcinka kuli 7 calowey, $6\frac{1}{2}$ cala w strzałce mającego, trzeba (248), rozmnożyć powierchnią koła, mającego za promień $6\frac{1}{2}$ c. przez promień kuli, zmniejszony o trzecią część strzałki; to jest przez $1\frac{1}{3}$ c.

Przeto, podług tego co się rzekło (157), rachując przez logarytmy będzie.

$$\text{Log. } 6\frac{1}{2} \quad . \quad . \quad 0,8129134.$$

$$\text{Log. } 6\frac{1}{2}^2 \quad . \quad . \quad 1,6258268.$$

$$\text{Log. } \frac{22}{7} \quad . \quad . \quad 0,4973247.$$

$$\text{Log. } 1\frac{1}{3} \quad . \quad . \quad 0,1249387.$$

$$\text{Summa} \quad . \quad 2,2480902.$$

$$\text{Która odpowiada liczbie} \quad . \quad . \quad 177,05.$$

Więc bryłowość wydrążenia bomby, ma 177,05 calów sześciennych, a zatem bryłowość samey bomby, ma 346,76 calów sześciennych.

Zeby więc teraz, mieć wagę bomby; nie-trzeba więcéy, tylko takową liczbę rozmnożyć przez 519 $\frac{1}{2}$, i rozdzielić przez 1728; wagę albowiem jednego cala sześciennego, jest 1728mą częścią, wagi stopy sześciennéy; a zatem

Log.

Log. 346,76	.	.	2,5400290.
Log. 519 $\frac{1}{4}$	.	.	2,7157945.
Dopet: Log. 1728	.	.	6,7624503.

Summa . 12,0182798.

Króra odpowiada liczbie . 104,3 $\frac{1}{2}$.

I ta jest waga bomby, bez względu na pro-
żność oka (l'œil), i nierachując wagi uszów.

O mięrzeuiu innych Brył.

249. Co się tyczyć drugich brył,
kończących się powięrsz-
chniami płaskiemi; sposób który się
naturalnie do mięrzeuienia onych na-
daie, iest, żeby ie sobie wystawić, ia-
ko złożone z piramid, które mają
za podstawy te powięrszcznie pia-
skie, a za wierszchołek spólny, ieden
z kątów téy bryły o którą rzecz
idzie; lecz oprócz, że bardzo rzadko
ten sposób bywa naywygodnięyszy,
iest nadto nieco powolny, i do prakty-
ki nietak zdatny, iak następujący.

250. Nazwiemy wielościanem
ściętym (prisma truncatum), bryłę
figura 160. ABCDEF, (fig. 130), która zosta-
nie się, oddzieliwszy część wielościana,
przez równią ABC ku podstawie
nachyloną.

251. Wielościan tróykątny ścięty,
iest złożony z trzech piramid, z któ-
rych

rych każda ma za podstawę, podstawę wielościanu DEF , i z których pierwsza ma wierzchołek swój w B , druga w A , a trzecia w C .

Dołożywszy cokolwiek uwagi, wielościan ściety można sobie wystawić, iako złożony z dwóch piramid, iednéy trójkątnej której wierzchołek będzie w punkcie B , a za podstawę służyć iey będzie trójkąt DEF ; druga zaś wierzchołek swój mieć także będzie w B , lecz której podstawą będzie czworokąt $ADFC$.

Jeżeli wyciągniesz w tym czworokącie przekątną AF ; można sobie zmyślić piramidę czworokątną $BADFC$, iako złożoną z dwóch piramid trójkątnych, $BADF$, $BACF$; piramida $BADF$, iest równa w brylowatości piramidzie $EADF$, która mając też podstawę ADF , miałaby swój wierzchołek w punkcie E ; albowiem linia BE będąc równoległą równi ADF , te dwie piramidy mieć będą iednę wysokość; lecz piramida $EADF$, może bydz uważana, iako mająca za podstawę EDF , a w punkcie A swój wierzchołek; otoż więc już są dwie z trzech piramid,

z których powiedzieliśmy, że wielościan ścięty ma być złożony; nie-
zostaie tedy tylko dowieśdź że pi-
ramida $BACF$, tyle warta co pi-
ramida, któraby miała za podstawę
 EDF , a wierzchołek swój w C ; co
łatwo daie się okazać: wyciągną-
wszy albowiem przekątną CD , zo-
baczysz że piramida $BACF$ pira-
midzie $EDCF$ musi być równa; bo
te obie piramidy, mają wierzchołki
swoie w B , i w E , w téjże saméj li-
nii BE , równoległéj do równi ich
podstaw $ACFD$; iako téż że te pod-
stawy ACE , i CFD są sobie równe;
ponieważ są to trójkąty, które ma-
ią téż postawę CF , i są zawarte mię-
dzy równoległémi AD i CF ; więc
piramida może być uważana jak-
by miała za podstawę DEF , a wierz-
chołek swój w C ; więc w istocie sa-
méj wielościan ścięty jest złożony
z trzech piramid mających za pod-
stawę spólny trójkąt DEF , z któ-
rych pierwsza, ma swój wierzcho-
łek w B , druga w A , a trzecia
w C .

252. Więc, chcąc mieć bryłowość
wielościanu ściętego, trzeba z każde-
go

go z kątów podstawy górnej, spuścić prostopadłą na podstawę dolną, i podstawę dolną rozmnożyć przez trzecią część summy, tych trzech prostopadłych.

253. Z tego podania można sobie uczynić wiele wniosków, dotyczących się pomiaru wielościanów ściętych, nie tylko trójkątnych, ale i innych, a nawet służących i do wszelkich iakichkolwiek brył; zmyśliwszy sobie np. iż ze wszystkich kątów bryły, kończącej się przez powierzchnie płaskie, są wyciągnięte prostopadłe, do jednéjże równi wziętej iak się podoba; tym sposobem poprowadzonymi przekątnymi, zrobi się tyle wielościanów ściętych, ile ścian pobocznych w téj bryle znajdować się będzie; a ponieważ każdy wielościan ścięty, podług przepisanych reguł, łatwo da się pomierzyć, przeto na tymże fundamencie, każda bryła powierzchniami płaskiemi kończąca się, z podobną łatwością może być pomierzona.

254. Chcąc np. wynaleźć bryłowatość ciała ABCDHEFG (fig. 131. 132), złożonego z *figura* dwóch wielościanów trójkątnych ściętych, 131. których krawędzie AE, BF, CG, DH, są prosto- 132. sto-

stopadłe podstawie bądź iakieýkolwiek czworoboczney; zmyśliwszy sobie przekątną EG odpowiadającą krawędzi AC, mieć będziesz

$$EFG \times \frac{AE + BF + CG}{3} \text{ na bryłowość czę-}$$

ści odpowiadającej trójkątowi EFG; mieć

$$\text{będziesz podobnie} \quad EHG \times \frac{AE + DH + CG}{3}$$

na bryłowość części odpowiadającej trójkątowi EHG.

255. Jeżeli dwa trójkąty EFG, EHG są sobie równe, co się trafia gdy podstawa jest kwadratowa, mieć będziesz $\frac{1}{2} EFGH \times$

$$\frac{2 AE + 2 CG + BF + DH}{3}, \text{ na bryłowość}$$

całkowitą.

256. Jeżeli prostopadłe, będąc zawsze też same AE, BF i. t. d. powierzchnia górna, za miał żeby się kończyła przez dwie równie ADC, ABC, mające wspólne przecięcie AC, żeby się mówię zamiast tych równiów, kończyła przez dwie równie, mające za wspólne przecięcie BD; natenczas bryłowość będzie wyrażona przez

$$\frac{1}{2} EFGH \times \frac{2 BF + 2 DH + AE + CG}{3}.$$

Jeżeli dodawszy tę bryłę do poprzedzającej, weźmiesz połowę wszystkiego, mieć będziesz $EFGH \times \frac{BF + DH + AE + CG}{4}$, to

jest, wartość bryły trzymającej szrodek, między dwiema, które dopiero uważaliśmy w dwóch poprzedzających figurach.

257. To ostatnie wyrażenie zawiera w sobie regułę, której wielu praktyków używają w pomiarze bryłowości ciał takich, iak są fig. 131, 132; skąd pokazuje się, że ta regu-

ła, nie jest zupełnie doskonała, można na-
wet przydać, że częstokroć wprowadza w
znaczący błąd; żebyśmy się o tém przekonali,
weźmiemy przykład prosty; daymy (fig. *figura*
132), że AE i GC, każda z nich jest zero; na- 132.

tenczas mieć będziesz $\frac{1}{2}$ EFGH $\times \frac{BF + DH}{3}$
albo EFGH $\times \frac{BF + DH}{6}$ na bryłowość ciała

figurą 132 oznaczonego; lecz przez regułę o
BF + DH;
o której mowa, miałbyś EFGH $\times \frac{BF + DH}{4}$;

więc te dwie bryły, są jedna do drugiey: $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$
albo $:: 4 : 6 :: 2 : 3$; przeto przez tę regu-
łę, wynaleziona bryłowość, byłaby wię-
ksza o połowę prawdziwey bryłowości.
Rzecz pewna że w takowym razie, gdzie łat-
wo postrzedz się daie, iż bryła jest z dwóch
piramid trójkątnych złożona, łatwo także
pomiarować można, iż réy reguły użyć nie-
trzeba; lecz z tego prostego przykładu nie-
mnięć wniesć można, że w przykładach nie-
co zawikłańszych, ta reguła niedaie dostate-
cznego przybliżenia.

258. To wszystko cośmy dopiero powie-
dzieli; nierozumiejąc żeby ABC i ADC (fig. *figura*
131 i 132), znajdowały się na różnych ró- 131.
wniach, ma miejsce gdy się znajduią na ie- 132.
dnejże równi: a ponieważ co się rzekło
(254), ma miejsce gdy podstawa jest bądź
jakimkolwiek czworobokiem; przeto stąd, łat-
wo wniesć można pomiar bryłowości mo-
stołodzi (ponton) (fig. 133).

figura
Przód i tył mostołodzi, boki, dno i iéy 133.
otwartość zwierzchna, są to wszystkie po-
wierzszchnie płaskie; krawędzie zaś uczynio-
ne przez boki, dno, i otwartość, są linie
równoległe; otwartość ma większą szerokość

kość iak dno; tak, że przecięcie zrobione prostopadle na długości, iest nierównoległościem takim, iak EFGH.

Zmyśliwszy sobie tedy, mostołódz przeciętą w połowie i prostopadle na długości, wynika oczywiście stąd co się powiedziało (254), że każda połowa, iest złożona z dwóch wielościianów trójkątnych ściętych, z których ieden ma następujące wyrażenie $\frac{EHG \times AE + DH + CG}{3}$ albo $EHG \times \frac{2AE + CG}{3}$,

ponieważ AE iest równa linii DH. Podobnież drugi tróyscian mieć będzie następujące wyrażenie $EFG \times \frac{2CG + AE}{3}$; więc

cały mostołodzi będzie to wyrażenie:

$$EHG \times \frac{2AI + CL}{3} + EFG \times \frac{2CL + AI}{3}.$$

Maiąc wiadomą głębokość mostołodzi, można także mieć wysokość spólną dwóch trójkątów, które zatem łatwo wyrachować się dadzą; łatwo więc, wynależdź można bryłowatość mostołodzi, co w krótcie zobaczymy w przykładzie.

Przód i tył mostołodzi, są pospolicie na 45^o względem dna nachylone, ta okoliczność, mogłaby dać okazją do innego wyrażenia; lecz ponieważ wyrażenie takowe, od poprzedzającego nieiest prościęysze, nad niem zastanawiać się niebędziemy.

O sążniowaniu Brył.

259. **M**aiąc sążniować bryłę, to iest dochodzić wartości bryły w sążniach sześciennych, i czę-

częściach sążnia sześciennego, można dwóch osobliwie sposobów, do tego użyć. Pierwszy jest, rachować przez sążnie sześcienne, i części sześcienne sążnia sześciennego; to jest przez sążnie sześcienne, stopy sześcienne, cale sześcienne i. t. d.

Sążeń sześcienny, zawiera w sobie 216 stóp sześciennych; jestto albowiem sześcian, mający 6 stóp szerokości, i 6 stóp wysokości.

Stopa sześcienna, zawiera w sobie 1728 calów sześciennych; będąc sześcianem, który ma 12 calów długości, 12 calów szerokości, i 12 calów wysokości.

Z téż saméj przyczyny rzecz oczywista, że cal sześcienny, ma w sobie 1728 linii sześciennych i. t. d.

Przeto, chcąc dóysź wartości bryły w sążniach sześciennych, i częściach sześciennych sążnia sześciennego; trzeba każdy z tych trzech rozmiarów, przywieśdź do najmniejszego gatunku; potem dwa rozmiary rozmnożyć ieden przez drugi, a wypadającą mnogość, rozmnożyć znowu przez trzeci wymiar; chcąc zaś ten wypadek obrocić na linie sześcienne, cale sześcienne, stopy sześcienne, (ieżeli najmniejszy gatunek był wyrażony w punktach); trzeba tę mnogość rozdzielić kolejno przez 1728, 1728, 1728, i 216, albo tylko przez 1728, 1728, i 216,

jeżeli w liniach był najmniejszy gatunek
i. t. d.

P R Z Y K Ł A D.

Chcę mieć bryłowatość równoległoscianu,
którego długość ma 2 S. 4 ft. 8 c. szerokość,
1 S. 3 ft. a wysokość 3 S. 5 ft. 7 c.

2 S. 4 ft. 8 c. . . . 200 c.

1 S. 3 ft. 0 c. . . . 108 c.

21600 cc.

3 S. 5 ft. 7 c. . . . 283 c.

6112800 cc.

6112800 11728

864 3537 cc.

3537 cc 216

81 cc. 16 SSS.

Więc ten równoległoscian, zawiera w sobie
16 SSS. 81 sss. 864 cc.

260. W drugim sposobie wyra-
chowania brył, na sążnie sześciennie,
i części sążnia sześciennego; można
sobie wystawić sążeń sześcienny, po-
dzielony na sześć równoległoscia-
nów, z których każdy, ma w pod-
stawie sążeń kwadratowy, a jedną
stopę wysokości, dla czego się też
nazywają, sążnio-sążniostopy (toile-
toile-pieds).

Podobnymże sposobem, wystawić
sobie można, sążnio-sążniostopę, po-
dzieloną na 12 równoległoscianów,
z których każdy, ma w podstawie są-
ż-

łażeń kwadratowy, a wysokości cal ieden; skąd téż nazywają się, *saźnio-saźniocale* (toise-toise-pouces); z tych znowu każdy popoddzielać można na 12 równoległościaków, mających każdy, ieden łażeń kwadratowy w podstawie, a iedną linią wysokości; i tak dalej wciąż, dzieli się na równoległościaki, z których każdy, ma zawize łażeń kwadratowy w podstawie, a ieden punkt, iedną kryłkę pierwszą, drugą, trzecią, i. t. d. wysokości; tak dalece że te poddziały, są ze wszystkiém podobne poddziałowi saźnia liniowego, iakośmy widzieli, że poddziały saźnia kwadratowego, były mu także podobne; nazwiska téż tych różnych poddziałów, nieróżnią się od tych, któreśmy w saźniach kwadratowych przepisałi, tylko powtórzeniem dwa razy tego słowa *saźnio* —

Mnóżenia ściągające się do poddziałów saźnia sześciennego, są ze wszystkiém téż same, które już wyżej do saźniów kwadratowych były podane.

Co się tycze natury iednościów w czynnikach; iednego z nich zmy-

ślić sobie potrzeba, iakoby wyrażał
 łąźnie łżeściénne, łąznio-łązniošto-
 py, łąznio- łązniocale, i. t. d. drugie
 zaś dwa, iak gdyby były liczbami
 niemianówanémi, których mnogość
 oznaczać ma, wiele razy pierwize-
 go czynnika powtórzyć trzeba.

Zeby sobie zaś tém łatwiéy po-
 stąpić w takich mnożeniach, można
 zostawić w czynnikach takie znaki,
 iakie mają; dosyć iest na tém, żeby
 wiedzieć, iż mnogość wyrażać po-
 winna łąźnie łżeściénne, łąznio-łą-
 znioštopy, i. t. d; więc działając, iak
 w łązniówaniu powierzchniów, bę-
 dzie iak następuje.

P R Z Y K Ł A D.

Jest zadano wyrachować bryłówartość tej
 że samey bryły co wyżej, dopiero opisa-
 nym drugim sposobem.

	2 S.	4 s.	8 c.	
	1 s.	3 s.	-	
	2	4	8	
Za 3 stoły	1	2	4	
	4 Ss.	1 Ss.	0 Sc.	
	3 S.	5 s.	7 c.	
	12	3	0	
Za 3 s.	2	0	6	
Za 2 s.	1	2	4	
Za 6 c.	0	2	1	
Za 1 c.	0	0	4	2
Bryłówartość	16 S S S.	2 S S s.	3 S S c.	2 S S l.

261. Części takowe sążniowe, łatwo na części sześciénne przemienić się daia; to jest, na stopy szeciénne, cale szeciénne, i. t. d. Pisać trzeba pod częściami sążnia, poczynając od sążnio-sążniostop, liczby 36, 3, $\frac{1}{4}$, 36, 3, $\frac{1}{4}$, kolejno, i każdą liczbę wyższą, przez odpowiadającą iey dółną rozmnożyć; mnogości zaś wypadające z liczb 36, 3, $\frac{1}{4}$, przenieść każdą, pod pierwszą z tych liczb; a jeżeli mnożąc przez $\frac{1}{4}$, zostanie się 1, 2, albo 3, napisać trzeba pod liczbą 36 następującą, 432 albo 864; albo 1296, na zaczęcie drugiey kolumny; stósuiać to do przykładu wzwyż zadanego, będzie

16 SSS.	2 SSS.	3 SSc.	2 SSl.	o SSp.
36	3	$\frac{1}{4}$	36	
16 SSS.	72 sss.	-	-	864ccc.
	9			
16 SSS.	81 sss.	864 ccc.		

wypada też mnogość, która wypadła pierwszym sposobem.

Mnożą się sążnio-sążniostopy przez 36; ponieważ sążnio-sążniostopa, mając jedną stopę wysokości, i jeden sążeń kwadratowy, albo 36 stóp kwadratowych w podstawie, zawierać w sobie powinna 36 stóp sześciénnych. Sążnio-sążniocal, będąc dwunastą częścią sążnio-sążniostopy, powinien zawierać w sobie dwunastą część, 36u stóp sześciénnych,

ných, to jest 3 stopy sześciennie, trzeba więc, sążnio-sążniocale rozmnożyć przez 3; podobnież sążnio-sążniolinia, będąc dwunastą częścią sążnio-sążniocala, powinna zawierać w sobie, dwunastą część trzech stóp sześciennych, albo cwiérć stopy sześcienney, albo (z przyczyny że stopa sześcienna, warta 1728 calów sześciennych, powinna zawierać w sobie 432 ccc; rozumując podobnież, widzieć daie się, że sążnio-sążniopunkt byłby wart 36 ccc; ponieważ jest dwunastą częścią sążnio-sążniolinii, która warta 432 ccc. i których dwunastą częścią jest 36; więc t.d.

Przeto wzajemnie, części sześciennie sążnia sześciennego, chcąc przemienić na sążnio-sążniostopy, sążnio-sążniocale i. t. d; trzeba rozdzielić przez 36, liczbę stóp sześciennych; tym sposobem wypadną sążnio-sążniostopy: resztę z tego dzielenia pozostałą rozdzieliwszy przez 3, będą sążnio-sążniocale. Resztę znowu z tego drugiego dzielenia zostaiącą, rozmnożywszy przez 4, i do mnogości dodawszy 1, 2, albo 3 iedności (gdy liczba calów sześciennych, będzie wpadać między liczby 432 i 864, albo 864 i 1296, albo 1296 i 1728), wypadną sążnio-sążniolinie; potem odiawszy od liczby calów sześciennych, liczbę 432, albo 864, albo 1296, jeżeli było dodano 1, 2, albo 3 iednościów,

ściów, wreszcie, trzeba się obéyśdź iak z stopami sześciennými, i wypadną porządkiem sążnio-sążniopunkta, sążnio-sążniokryski piérwíże, i. t. d; naostatek, z liniami sześciennými w tenże sam sposób, będzie należało sobie postąpić.

Np. gdyby zadano było obrócić na sążniosążniostopy, sążnio-sążniocale, i. t. d. liczbę, 47SSS. 52 sss. 932ccc; rozdziélam 52 przez 36, i mam 1SSs; zostaie mi się reszta 16. Tę resztę rozdziélam przez 3, i mam 5SSc. i reszty 1; tę resztę rozmnażam przez 4. i dodaję do niej dwie jedności; ponieważ liczba całów sześciennych wpada między 864, i 1296, i mieć będę 6SSl. Odiąwszy 864 od 932, zostanie mi 68; rozdziélam ie przez 36, i mam 1SSp. i 32 reszty: takową resztę dzielę znowu przez 3, mam 10SS', i reszty 2; tę resztę rozmnożywszy przez 4, mam 8SS"; tak iż mi całkowita summa uczyni 47SSS. 1SSs. 5SSc. 6SSl. 1SSp. 10SS'. 8SS".

262. Chcąc wyrazić bryłówatość, zamiast sążniów sześciennych tylko w stopach sześciennych; można to uczynić wystawując sobie stopę sześcienną, iako złożoną, ze dwunastu równoległościanów, z których każdy, miałby iedną stopę kwadratową w podstawie, a ieden cal wysokości, coby można tak naznaczyć ssc: tó iest *stopy-stopycale*; tego wyrażenia użyjemy w następującym przykładzie.

P R Z Y K Ł A D.

Przystósowany do Bryłówatości Mostołodzi.

Niech będzie (fig. 133) największa

szerokość EH	-	-	4 ft.	4 c.
Najmnieysza FG	-	-	4	2
	N 4			Od.

figura
133.

Odległość między niemi, albo wnę-

trzną głębokość mostłodzi	-	2 ft.	4 c.
Naywiększa długość AI	-	18	0
Naymniejsza CL	-	13	4
Więc 2 AI + CL	-	49	4
A 2 CL + AI	-	44	8

Rachuję powierzchnią trójkąta EHG, i powierzchni trójkąta EFG, które, za pomocą wysokości mają próżność mostłodzi; i znajduję iak następuje

	4 ft.	4 c.	
	2	4	
	8	8	
Za 4 cale	1	5	4
Summa	10	1	4
Polowa	5 ss.	0 sc.	8 sl. tróyk. EHG

	4 ft.	2 c.	
	2	4	
	8	4	
Za 4 c. -	1	4	8

Summa 9 8 8
 Polowa 4 ss. 10 sc. 4 sl. tróyk. EFG
 Mnożę pierwszą przez 2 AI + CL, a drugą przez 2 CL + AI, i wzięwszy trzecią część wszystkiego, mam bryłowatość mostłodzi, iak następuje. 5 ss. 0 sc. 8 sl.

	49	4	
	247	8	8
Za 4 c.	1	8	2 8
Summa	249 ss.	4 sc.	10 ssl. 8 ssp.

	4 ss.	10 sc.	4 sl.
	44 s.	8 c.	
	213	10	8
Za 6 c.	2	5	2
Za 2 c.	0	9	8 8
Summa	217 ss.	1 sc.	6 ssl. 8 ssp.

Dodawszy te dwie summy razem, i wszystko wzięwszy trzecią część, mam 155 ss. 6 ss. 1 ss. 9 ss. 4 ss. na bryłowość mostolodzi.

PRZYKŁAD.

Przystosowany do sążniowania Działobitni.

Zebyśmy ieszcze dali jakie przystosowanie wielościannów ściętych, i sążniowania; daymy że potrzeba wyrachować, wielość ziemi potrzebney, do pobudowania *przedpiersienia* (epaulement) działobitni, na cztery działa.

Długość takowey działobitni, ma u dołu 13 S. 2 s. Wyfokość wnetrszna przedpiersienia, ma pospolicie 1 S. 1 s. a zewnetrszna 1 S. 0 s. 4 c. Spadzistość wnetrszna, wynosi trzecią część wyfokości wnetrszney; zewnetrszna zaś, iest połową wyfokości zewnetrszney; a tak, pierwsza spadzistość ma 2 ft. 4 c. a druga 3 ft. i 2 c; szerokość podstawy ma 3 S. 5 s. 6 c; zatem szerokość przedpiersienia u góry mieć będzie 3 S. 0 s. 0 c. Dwóm bokóm przedpiersienia, daie się taż sama spadzistość, co w środku; to iest trzecia część wyfokości wnetrszney wewnatrz, a trzecia część wyfokości zewnetrszney zewnatrz; a zatem długość wnetrszna przedpiersienia ku wierchowi mieć będzie 12 S. 3 ft. 4 c. długość zaś zewnetrszna ku wierchowi, wynosić będzie 12 S. 3 s. 9 c. 4 l.

Te rozmiary ustanowiwszy, bryłowość działobitni (strzelnice wzięwszy), uważać można, iako wielościann ścięty, krórego przecięcie, uczynione prostopadle na długości iego, złoży nierównoległobok EFGH (fig. 134),

figura
134.

Podstawa HE iest od 3 S 5 s. 6 c.

Spadzistość wnetrszna HK 0 2 4

Wyfokość GK - - 1 1 0

Spadzistość zewnetrszna IE 0 3 2

Wyfokość IF - - 1 0 4

Zmyśliwszy sobie, iż to przecięcie jest uczynione w połowie długości, ten wielościan całkowity, będzie rozdzielony na dwa wielościany proste ścięte, doskonale sobie równe, i z których każdy ma za podstawę nierównoległobok EFGH. Zmyśliwszy sobie więc przekątną GE, idzie za tem, co się powiedziało (254), że mieć będziesz bryłowatość iedney połowy, rozmnożywszy trójkąt EFG, przez $\frac{1}{3}$ summy trzech krawędziów, które po iedneyże stronie kątom F, E, G, odpowiadają, i dodawszy do tego mnogość trójkąta EGH rozmnożonego podobnie, przez $\frac{1}{3}$ trzech krawędziów, które po iedneyże stronie odpowiadają kątom E, G, H; nakoniec to wszystko dwa razy wzięwszy, mieć będziesz bryłowatość całej działobitni; że zaś te krawędzie, są połową długościów odpowiadających tymże kątom, albo krawędziom całkowitego wielościanu, idzie zatem iż działanie na tem zależy, ażeby rozmnożyć trójkąt EFG, przez $\frac{1}{3}$ summy trzech całkowitych krawędziów, które odpowiadają kątom E, F, G, i trójkąt EGH, przez $\frac{1}{3}$ summy tych, co także odpowiadają kątom E, G, H; a nakoniec, żeby z sobą dodać te dwie mnogości.

Te zaś krawędzie są iak następuie:

Krawędzie	{	w E	13	S.	2	s.	0	c.	0	l.
		w G	12		3		4		0	
		w F	12		3		9		4	
		w H	13		2		0		0	

Więc trzecia część trzech krawędziów E, F, G, będzie: 12 S. 5 s. 0 c. 5 l. 4 p.

Zaś trzecia część trzech krawędziów E, G, H, będzie 13 S. 0 s. 5 c. 4 l.

Teraz wynaleśdź trzeba powierśzchnie trójkątów EFG, i EGH; lecz powierśzchnia trójkąta EGH, jest oczywiście równa: $\frac{HE \times GK}{2}$

a powierzchnia trójkąta EFG, jest różnica między czworokątem EFGH, i trójkątem EGH; będzie więc $EK \times \frac{1}{2} FI - EI \times \frac{1}{2} GK$; Skąd, podług wyżej podanych reguł, wynaleśdź można iak następuje:

Trójkąt EGH 2SS. 1Ss. 8Sc. 6Sl. 0Sp.

$EK \times \frac{1}{2} FI$ - 1. 5. 2 0. 8

$EI \times \frac{1}{2} GK$ - 0 1. 10 2 0

Trójkąt EFG 1 3 3 10 8

Więc wielością, odpowiadającą trójkątowi EGH daie
29SSS. 3SSs. 2SSc. 8SSl. 2SSp. 8SS.

Wielością zaś odpowiadającą trójkątowi FGE.
19SSS. 5SSs. 8SSc. 7SSl. 2SSp. 1SS.

Więc *miąższość* (masa) działobitni będzie
49SSS. 4SSs. 11SSc. 3SSl. 4SSp. 9SS.

Co się tycze strzelnic, rozumiejąc że ich podstawa jest pozioma, że otwartość wewnętrzna, ma dwie stony u góry i u dołu, że wewnętrzna zaś 9 stóp u dołu, a 12 u góry, że wysokość strzelnicy, ma 3ft. 6c. z wewnętrznej strony działobitni, zmyśliwszy sobie nadto, każdą przeciętą prostopadłe długości działobitni, widzieć daie się, że to przecięcie, może być wyobrażone w czworoboku FGDM, w którym mieć będzieś GO, 3s. 3c. FN, 2ft. 10c. spadziłości zaś DO i MN będą, to jest DO. 1ft. 2c. a NM 1ft. 5c; skąd wnieść należy że DM, ma 3S. 2s. 7c; a ponieważ bryłowatość strzelnicy, składa także wielością ścięty, w którym wszystkie wymiary są wiadome, przeto, przez podobny poprzedzającemu rachunek, wnieść można, iż bryłowatość czterech strzelnic wynosi 6SSS. 3SSs. 1SSc. 6SSl. 3SSp. SS; którą odiawszy od wynalezioney wyżej miąższości, zostanie 43SSS. 1SSs. 9SSc. 9SSl. 1SSp. 8SS. na całkowitość ziemi potrzebny

hney do usypania przedpiersienia: skąd także łatwo wyrachować można liczbę robotników potrzebnych, do wygotowania téj działobitni na czas naznaczony, z doświadczenia wiedząc, iż trzech ludzi, bez wielkiego trudu, mogą wykopać i wyrzucić, ieden sążeń sześcienny ziemi, w 18 godzinach.

263. Ponieważ chcąc mieć bryłowatość wielościanu, trzeba rozmnożyć powierzchnią podstawy przez wysokość; idzie za tém, że gdy jest bryłowatość, i podstawa albo wysokość wiadoma, chcąc mieć wysokość albo podstawę, trzeba rozdzielić bryłowatość, przez iednego z tych czynników, który będzie wiadomy; lecz uważać należy iż w rzeczy samey, nie bryłowatość, przez powierzchnią lub wysokość rozdziela się, ale bryła, przez drugą bryłę; iakoż podług tego cośmy powiedzieli wyżey, rzecz iasna, iż dochodząc wartości bryły iakiéy, druga bryła téż podstawy powtarza się tyle razy, ile razy wysokość iéy, w wysokości piérwszéy bryły zawiera się, albo powtarza się bryła téżże samey wysokości tyle razy, ile razy powierzchnia iéy podstawy, w podstawie piérwszéy bryły mieści się. Przeto mając wiadomą

domą bryłowość i powierzchnią podstawy, gdy zechcę *np.* dóysdź wyfokości; trzeba szukać wiele razy, zadana bryłowość mieści w sobie bryłowość innéy bryły, téyże podstawy co tamta, a za wyfokość mającéy iedność; wieloraz, w liczbie swoich iednościów, oznaczy liczbę miar szukanéy wyfokości.

To założywszy; mając *np.* wielościan, którego bryłowość była $16SSS. 2SSs. 3SSc. 2SSl.$ a powierzchnia podstawy, $12SS. 0Ss. 0Sc.$ gdy wiedzieć zechcę jego wyfokość, dzielnika uważać będę, nie iako $12SS. 0Ss. 0Sc.$ ale iako $12SSS. 0SSs. 0SSc;$ i natenczas, rozwiązanie zadania na tém założyć będzie: żeby rozdzielić $16SSS. 2SSs. 3SSc. 2SSl.$ przez $12SSS. 0SSs. 0SSc;$ lecz ponieważ sążen kwadratowy jest spólnym czynnikiem, wieloraz wypadnie tenże sam, jak gdyby dzielny i dzielnik, tylko liniowe sążnie wyrażały; będzie tedy prosto $16S. 2s. 3c. 2l.$ do rozdzielenia przez $12S. 0s. 0c;$ to jest przez $12S;$ a iako treść zagadnienia pokazuje, iż wieloraz dać powinnién sążnie liniowe, przeto dzielenie, odprawi się według przepisanej reguły (Arytm. 118 i daley). Jeżeli, mając wiadomą bryłowość i wyfokość, chciałbyś dóysdź powierzchni podstawy, *np.* jeżeli bryłowość jest, $16SSS. 2SSs. 3SSc. 2SSl.$ a wyfokość $2S. 4s. 8c;$ uważać masz dzielnika iako $2SSS. 4SSs. 8SSc;$ i z téyże saméy przyczyny, co w poprzedzającym razie, działanie skończy się na rozdzieleniu $16S. 2s. 3c. 2l.$ przez $2S.$

4 s. 8 c; lecz ponieważ wieloraz, oczywiście dać powinien powierżchnią, rachować go będziez, nie za liniowe sążnie, ale za sążnie kwadratowe, sążniostopy i. t. d; wrzecie, w sposobie wykonania tego działania, różnicy żadney niebędzie, postępując sobie na fundamencie prawideł danych (Arytm. 118 i daley); to jest, wynalazłszy wieloraz, iak gdyby miał wyrażać sążnie liniowe, doda lię do każdzey iego części, znak kwadratowey mnogości; *np.* w teraznięyszym przykładzie znalazłszy 5 S. 5 s. 4 c. 6 l; pisać będą 5 S S. 5 S s. 4 S c. 6 S l.

Gdyby bryłowatość, zadana była w sążniach sześciénnych, i częściach sążnia sześciénnego; trzebaby ją przemienić na sążnie sześciénne, sążnio - sążniostopy, i. t. d, podług (261), a potém działanie odprawić podług poprzedzaiącego opisanja.

O sążniówaniu drzewa.

264. **P**o tém co się o sążniówaniu w ogólności powiedziało, o sążniówaniu drzewa mało co nam mówić zостаie.

W Artyleryi * i w Architekturze, jest zwyczaj drzewo mierzyć na *kloce* (*solive*). Przez kloc zaś taki, rozumie się równoległościan, maiący dwa sążnie wysokości, a 6 calów w boku podstawy, albo 36 calów kwadratowych w podstawie;

co

* Rozumieć trzeba w Artyleryi Francuzkiej.

co wychodzi, na równoległości, jeden sążeń wysoki, a $\frac{1}{2}$ stopy kwadratowy, albo 72 calów kwadratowych w podstawie zawierający, który zatem jest wart 3 stopy sześciennie.

Kloc takowy, dzielić się zwykły na 6 części, każda ma jedną stopę wysokości, a 72 calów kwadratowych w podstawie; i każda z takowych części nazywa się *stopa kłoca* (pied de folive). Stopa kłoca, dzieli się znowu na 12 części, z których każda, ma jeden cal wysokości, a w podstawie 72 calów kwadratowych, przeto też nazywają się *cale kłoca* (pouces de folive) i. t. d.

Ponieważ kloc, zawiera w sobie 3 stopy sześciennie, i ponieważ podziały, są też same co sążnia sześciennego, na sążnio-sążniostopy i. t. d. idzie zatem, iż liczba która wyraża iakąkolwiek bryłę w klocach, i częściach kłoca, jest 72 razy większa, od téj któraby w sążniach sześciennych, w sążnio-sążniostopach, i. t. d. była wyrażona.

Mając wzgląd, na takowe różne sposoby uważania kłoców, łatwo sobie, różne także sposoby do sążniów-

wania drzewa w klocach, wymyślić można; my tylko przestaniemy na następującym.

Mając obrachować bryłowość drzewa iakięgo w klocach; nie trzeba więcéy, tylko ią przemienić na iążnie sześcienne, sążnio-sążniostopy, i. t. d. a potém, rozmnożyć mnogość przez 72; tego nawet mnożenia można uniknąć, na fundamencie dosyć prostéy uwagi, to iest zmyśliwszy sobie ieden z tych rozmiarów, iako 12 razy więkşzy, *np.* liniie iak gdyby wyrażały cale, cale, iak gdyby wyrażały stopy, i. t. d. Zmyśliwszy sobie podobnież inny z trzech wymiarów, iako 6 razy więkşzy, to iest, liniie iak gdyby wyrażały pół cale, cale, iak gdyby wyrażały półstopy; natenczas takowe dwa nowe rozmiary mnożąc ieden przez drugi, a tę mnogość znowu przez trzeci wymiar, za iednym razem wypadnie bryłowość w klocach, w stopach kłoca, i. t. d.

P R Z Y K Ł A D.

Niech będzie zadano wynaleśdź liczbę kłoców i części kłoca, sztuki drzewa, która ma 8 s. 5 s. 6 c. długości, 1 s. 7 c. szerokości, a 1 s. 8 c. grubości.

Zamiast 1 s. 7 c; biorę 3 S. 1 s. to jest 12 razy więcej.

Zamiast 1 s. 5 c. biorę 1 S. 2 s. 6 c. t. i. 6 razy więcej.

Te dwa rozmiary jeden przez drugi mnożę.

1 S.	2 s.	6 c.
3 S.	1 s.	
4	1	6
0	1	5

4 S S. 2 S s. 11 S c.

Te mnogość, znowu mnożę przez trzeci rozmiar

4 S S. 2 S s. 11 S c.
8 S. 5 s. 6 c.

	35	5	4	
Za 3 s.	2	1	5	6
Za 2 s.	1	2	11	8
Za 6 c.	0	2	2	11

40 S S S. 0 S S s. 0 S S c. 1 S S l.

I zamiast rachowania tej mnogości w sążniach, rachuję ją w klocach, i mam.

40 kłóców, 0 stóp, 0 calów, 1 liniia.

gdzie stopy, cale, i liniie, wyrażają stopy, cale, i liniie kłoca.

265. Niektórzy, kloc inaczej dzielą; uważając go sobie jako równoległoscian, mający 2 sążnie wysokości, i 36 calów kwadratowych w podstawie, dzielą go na 12 części które stopami nazywają; stopę znowu dzielą na 12 calów, a cal na 3 części, które nazywają *kołkami* (chevil). Tym sposobem ich stopa kłoca, jest połową stopy pospolitej kłoca; toż samo dzieje się z calem, każdy zaś kołek jest wart dwie liniie kłoca.

266. W drzewie, które do Artyleryi przyjmować się zwykło, rozumie się przez *kwadratowość* (equarissage), kwadrat wpisany w kole, wziętem za podstawę drzewa nieobrobionego. Ten kwadrat, który ma średnicę za przekątną, jest (168) połową kwadratu

średnicy, albo kwadratu na kole opisanego. Ponieważ drzewa zacząwszy od pnia, do góry coraz są cieńsze, w praktyce uważać się zwykły, jako wálki téż długości co drzewo, ale takiey średnicy, iaku wypada ku połowie długości drzewa. Średnica takowa, ieszcze o kilka calów umniejszyła się zwykła, dla kory i złobowatości, lecz to umniejszenie różni się, podług natury drzewa i kraju.

Zmierzywszy takową średnicę, trzeba ją uczynić 12 razy większą, a potem ją ieszcze rozmnożyć przez tę średnicę znowu o sześć razy zwiększoną; połowa téy mnogości, która nazywa się *podstawą kłosa* drzewa obrobionego, wyraża liczbę kłoców, i części kłosa, które zawierają się w sążniu długości drzewa obrobionego. Tak dalece, że chcąc mieć liczbę całkowitą kłoców drzewa, nie trzeba więcéy tylko rozmnożyć tę podstawę przez liczbę sążniów, i części sążnia, długość drzewa wyrażających.

Chcąc zaś mieć liczbę kłoców tegóż drzewa nieobrobionego, trzeba rozmnożyć kwadrat średnicy 72 razy zwiększonéy, iakośmy dopiero powiedzieli, przez $\frac{1}{4}$, i wziąć połowę téy mnogości; co da powierśzchnią koła służącego za podstawę wálkowi, którego bryłowatość, jest wzięta za bryłowatość drzewa; ta powierśzchnia nazywa się *podstawą kłosa drzewa nieobrobionego*. Na koniec, takowa podstawa mnoży się przez liczbę sążniów, i części sążnia, wyrażających długość drzewa.

P R Z Y K Ł A D.

Niechay zadano będzie wynaleść podstawę kłosa tak obrobionego, iako téż nieobrobionego, w drzewie które ma, 25 calów w średnicy.

Za-

Zamiast 25 calów, biorę 25 stóp, albo 4S. 1 s.
Z drugiey strony za miast 25 calów, biorę 25
półtóp albo 2S. 0 s. 6 c.

Rozmnożywszy jedno przez drugie, mam
8SS. 4Ss. 1Sc; czego połowa uczyni 4SS.
2Ss. 0Sc. 6Sl; rachuiąc to w klocach, mieć bę-
dę podstawę kloca obrobionego 4 kl. 2 ft. 0 c. 6 l.

Chcąc mieć podstawę kloca nieobrobionę-
go. rozmnażam 8SS. 4Ss. 1Sc. przez $\frac{1}{2}$, co
mi da 13SS. 3Ss. 10Sc. 2Sl. połowa zaś
uczyni 6SS. 4Ss. 11Sc. 1Sl. co w klocach
rachuiąc, mieć będę podstawę kloca nieobro-
bionego 6 kl. 4 s. 11 c. 1 l.

*O Stósfunkach między Bryłami
w powszechności.*

267. **P**rzystósować dwie bryły do
siebie, iestto szukać, wiele
razy liczba miar pewnego gatunku,
zawartych w iednéy z tych brył, mie-
ści w sobie liczbę miar tegoż gatu-
ku, zawartych w drugiey bryle.

268. *Dwa wielościany albo dwa
wálki, są między sobą, iak mnogości
z ich podstaw rozmnożonych przez
wysokości. I to iest oczywista: ponie-
waż każda z tych brył, iest równa
mnogości, z podstawy swoiey przez
swoię wysokość, kształt podstawy
niech będzie iaki chce.*

Przeto, wielościany lub wálki, albo
wielościany i wálki iednéyże wysoko-
ści,

ści, są między sobą iak ich podsta-
wy; wielościanny zaś i wátki iednéyże
podstawy, są między sobą iak ich wy-
sokości; stółunek albowiém między
mnogościami podstaw rozmnożo-
nych przez wysokości, nieodmiénia
się, opuściwszy w nich stółnego
czynnika, gdy podstawa, lub wyło-
kość, iest w obu bryłach taż sama.

*Więc dwie piramidy iakiekolwiek,
albo dwa stożki, lub też iedna pira-
mida i ieden stożek, są między sobą w
stółunku wysokości, gdy podstawy ich,
są sobie równe; każda albowiém z
tych brył, warta trzecią część wie-
łościannu, téyże podstawy, i téyże
wysokości.*

269. *Bryłwatości piramid sobie
podobnych, są między sobą iak sze-
ścianny wysokościów tych piramid, al-
bo w ogólności, iak sześcianny dwóch
linii odpowiadających w tych pira-
midach.*

Albowiém dwie piramidy sobie
podobne, mogą bydź wyobrażone
przez dwie piramidy takie, iak IA
 $BCDF$, $Iabcdf$ (fig. 108), ponie-
waż obie są złożone z iednéyże li-
czby

czby ścian każda każdej podobnych, i podobnie położonych.

A ponieważ dwie piramidy, w powszechności są między sobą, iak mnogości, z ich podstaw przez wyfokości; przeto podstawy które tu są figurami sobie podobnemi, będą między sobą, iak kwadraty wyfokościów IP, Ip (202), obie piramidy będą między sobą, iak mnogości z kwadratów wyfokościów, rozmnożone przez wyfokości; można albowiem (99) za stółunek podstaw, wziąć kwadraty wyfokościów. Ze zaś (199) wyfokości, są proporcjonalne wszystkim innym odpowiadającym wymiarom, sześciiany ich będą także proporcjonalne sześcianom takowych odpowiadających wymiarów (Arytm. 181); więc w ogólności, piramidy sobie podobne, są między sobą, iak sześciiany ich rozmiarów odpowiadających.

270. *Więc w powszechności, bryłowości dwóch brył sobie podobnych, są między sobą, iak sześciiany linii odpowiadających w tych bryłach.* Bryły albowiem sobie podobne, mogą być podzielone na tęż liczbę piramid

mid podobnych każda każdéy, a iako dwie którekolwiek z tych piramid sobie podobnych, będą między sobą w tymże samym stosunku, ponieważ mają się do siebie, iak sześciiany ich rozmiarów odpowiadających, które są wiednymże stosunku, co dwa inne odpowiadające którekolwiek rozmiary; idzie za tém, że summa piramid pierwszey bryły, będzie do summy piramid drugiey bryły, w tymże samym stosunku, to jest w stosunku liczb sześciennych, odpowiadających wymiarów.

A zatem: *bryłowości kul, są między sobą, iak sześciiany ich promieniów lub średnic.*

Te fundamenta, służyć mogą do rozwiązania wielu zagadnień, tego gatunku iak następują.

10d. *Mając wiadomą wagę prochu stopy sześcienney, wynaleźć do podkopów (mines), bok pieca sześciennego, któryby zadaną wagę prochu w sobie mieścił.*

Waga materyi, tegoż samego gatunku, ale różnych objętościów, będąc proporcjonalna, takowym brył objętościom, jest także proporcjonalna sześcianom ich rozmiarów, gdy bryły są sobie podobne.

Tak więc, dajmy że stopa sześcienna prochu, zawiera w sobie 6 stly; chcąc mieć bok pieca sześciennego, któryby 10 stów w sobie umieścił, tę proporcją ułożyć trzeba: 64:10, iak sześciann 1go, dó czwartego wyrazu; ten będzie sześciannem boku żadanego, i bydz się pokaże $\frac{1}{4}$, którego pierwiastek sześcienny jest $\frac{2,154}{4}$.

albo 0,538 *ft.* albo 0 s. 6 c. 5 l. wymiarem, boku szukanego.

W tem działaniu chcąc użyć logarytmów; do logarytmu 10 (Arytm. 231), dodaję dopelnienie Arytmetyczne logarytmu 64; co mi uczyni 9,193820, do którego cęchy (231) dodaję 20, i wziąwszy trzecią część summy 29,193820, mam 9,731273, to jest, logarytm pierwiastka sześciennego, czyli boku żadanego, z cęhą 0 10 jednościów zamocną. Zmniejszyłam ją więc o tyle jednościów ile potrzeba, żebym resztę w tablicach znalazł, i znalazł 5386, na liczbę odpowiadającą logarytmowi pozostałemu 3,731273; którego cęcha, jeszcze o 4 jedności zamocna będąc, daie mi poznać, że liczba szukana, o jedną dziesiętyśiączną przybliżona, jest 0,5386, co uczyni jak wyżej 0 s. 6 c. 5 l.

W przykładzie poprzedzającym, za wagę stopy sześcienney prochu, wzięliśmy 61 *fty.*, co też tak jest w samey rzeczy z małą różnicą. Lecz w nabijaniu pieców, spuszczać się na tę stopę niemożna, z przyczyny stomy, worków ziemią napełnionych i. t. d. których użyć koniecznie trzeba. Lecz przypuściwszy, że się tych używa zawsze proporcjonalnie ilości prochu, dosyć jest raz na zawsze wiedzieć, jaka jest waga prochu wchodzącego w piec wielki na stopę sześcienną, a tak podobnymże sposobem zawsze wynaleśdź można, bok każdego innego pieca, któryby wagę wiadomą prochu, z innemi wchodzącemi do tego materyałami, w sobie zawierał.

2re Mając wiadomą wagę dwóch kul i średnicę jedney, w wynalezieniu średnicy drugiey, postąpić sobie potrzeba następującym sposobem.

Np. średnica kuli 24 *swęy*, ma 5 c. 5 l. 4 p. albo 5.444 c. jest zadano znaleźć średnicę kuli 12 *swęy*?

Bryłowości więc, powinny być między sobą :: 24 : 12 albo :: 2 : 1; więc sześciany średnic powinny także być :: 2 : 1; przeto od potrójności logarytmu 5.444. odejmuję logarytm 20ch, i mam 1,906724, którego trzecia część jest 0,635575, szukana z cechą większą o trzy jedności, odpowiada liczbie 4321; więc średnica żądana ma 4,321 c. albo 4 c. 3 l. 10 p.

Nie mając Tablic logarytmowych, trzeba by do sześcianu podnieść 5.444 c. i rozdzieliwszy przez 2, z wielorazu wyciągnąć pierwiastek sześcienny.

Na tychże samych fundamentach, rozwiązać można, dwa następujące zadania; lecz reguła (246) przepisana, jeszcze łatwiejszy do tego podaje sposób, iak następuje.

Wynaleźć średnicę kuli któraby miała bryłowość wiadomą? Np. chcąc zrobić kulę, któraby mieściła w sobie 10 stóp sześciennych materyi; ulóż tę proporcją 11 : 21 :: 10, do czwartego wyrazu, który będzie sześciannem szukaney średnicy; z tego więc czwartego wyrazu, pierwiastek sześcienny wyciągnąwszy, żądaną średnicę znajdziemy.

Działając przez logarytmy, będzie iak następuje :

Log. 10	-	-	1,000000.
Log. 21	-	-	1,322219.
		<i>Summa</i>	2,322219.
Log. 11	-	-	1,041393.
		<i>Reszta</i>	1,280826.

Ktorey trzecia część 0,426942.

Tey szukając z cechą o trzy jedności mnieyszą, znajdziemy 2,673 fl. albo 2 fl. 8 ol. 11 p. na długość szukaney średnicy.

Tegóż samego fundamentu użyć ieszcze można, do znalezienia średnicy kul ołowianych, podług zadanej liczby na funt.

Wiedząc np. że sześcienna stopa ołowiu, waży 828 *ftów*, iest zadano wynaleśdź średnicę kuli, którychby wchodziło 16 na funt? Ponieważ ich ma bydź w funcie 16, będzie ich więc w stopie sześcienney 16 razy 828, albo 13248, a zatem bryłowatość każdej będzie ~~13248~~ częścią, stopy sześcienney. Układam tedy następującą proporcją 11:21 :: ~~13248~~, do czwartego wyrazu, który będzie szescianem żadaney średnicy; albo przemieniwszy stopę sześcienną na liniie szescienne, układam tę proporcją: 11:21::

1728×1728 , do czwartego wyrazu; który

$$\frac{16 \times 828}{1728 \times 1728 \times 21} \text{ będzie } \frac{16 \times 828 \times 11}{1728 \times 1728 \times 21}$$

A działając przez logaryt.

Log. 16	-	1,204120
Log. 828	-	2,918030
Log. 11	-	1,041393

Log. 1728	6,475088.
Log. 21	1,322219.
Summa	7,797307.
	5,163543.

Summa 5,163543 } Różni: 2 Summ. 2,633764.

Tey różnicy trzecia część 0,877921, szukana z cechą o dwie jedności tylko mocniyszą, daie 7,55 l. albo 7 l. 6 p. $\frac{1}{2}$ na średnicę każdej kulki.

Przeto, przywiódłszy sobie na pamięć wszystko co poprzedziło, widzieć się daie 1^od Ze obwody figur sobie podobnych, są między sobą w stosunku prostym, linii odpowiadających. 2^{re} Ze powierzchnie figur

fobie podobnych, są między sobą, iak kwadraty boków, albo linii odpowiadających. ^{3cie} Ze bryłowości brył fobie podobnych, są między sobą, iak sześciany ich linii odpowiadających.

Tak więc, jeżeli dwie bryły fobie podobne, dwie kule *np.* mają średnice swoje w stosunku :: 1:3, okręgi ich kół największych, będą także między sobą iak 1:3; powierzchnie zaś, tychże kul będą :: 1:9 a bryłowości iak 1:27; to jest, że okrąg iednego z największych kół drugiey kuli, wart będzie trzy okręgi iednego z największych kół pierwszey kuli; powierzchnia drugiey kuli, warta będzie 9 razy tyle, co pierwszey; i naostatek bryłowość drugiey, warta będzie 27 takich kul, iak bryła pierwsza.

Ponieważ powierzchnie brył fobie podobnych, są między sobą iak kwadraty linii ich odpowiadających; więc linie odpowiadające, będą między sobą, iak pierwiastki kwadratowe tych powierzchniów; a bryły które są między sobą, iak sześciany linii odpowiadających, będą między sobą, iak sześciany pierwiastków kwadratowych, z powierzchniów wyciągniętych. Powierzchnie więc, będą jeszcze między sobą, iak kwadraty pierwiastków sześciennych, wyciągniętych z bryłowościów.



O

TRYGONOMETRYI PŁASKIEY.

271. *Trygonometrya płaska*, iest częścią Jeometryi, która uczy sposobu, wynaléśdź lub wyrachować trzy części z sześciu troykąta prostokryślnego, przy pomocy trzech innych wiadomych części, gdy to bydź może.

Mówię gdy to bydź może; ponieważ mając wiadome np. tylko trzy kąty, boków wynaléśdźby niemożna. Jakóż ieżeli przez punkt P, na boki AB tróykąta ABC (fig. 135), do upodobania obrany, w którym dajemy że są wiadome trzy kąty, ieżeli mówię przez punkt P, wyciągniesz linii AC, równoległą PE, mieć będziesz drugi tróykąt BPE, który mieć będzie też same kąty co tróykąt ABC; rzecz iasna, że tym sposobem

figura
135.

mo-

możnaby nieskończoną liczbę innych trójkątów porobić, które mieć będą też same kąty. Trzebaby więc, żeby rachunek, nieskończoną liczbę boków rozmaitych, razem wskazywał.

W takowym tedy razie, zadanie zostało nierozwiązane. Zobaczymy jednak, że lubo wartości boków naznaczyć niepodobna, przecież przynajmniej stosunek między niemi wynaléśdź można.

Lecz gdy między trzema wiadomými lub danými rzeczami, znajdować się będzie ieden bok; zawsze można resztę wynaléśdź. Trafia się atoli ieden przypadek, w którym niewszystko wynaléśdź się daie, a to w takowym razie:

figura
135.

Daymy że w trójkącie ABC (fig. 135), są wiadome dwa boki AB i BC , i kąt A , naprzeciw iednego z tych boków położony; niemożna wynaléśdź wartości kąta C , ani boku AC , niewiedząc ieżeli ten kąt C , iest ostry, albo rozwarty. Jakoż, zmyśliwszy sobie, z punktu B iako ze środka, promiieniem równym bokowi BC , narysowany łuk CD , i z punktu

ktu D, gdzie ten łuk z linią AC schodzi się, zmyśliwszy sobie linią wyciągniętą BD; mieć będziesz nowy trójkąt ABD, w którym będą wiadome też same rzeczy co i w pierwszym trójkącie ABC, to jest kąt A, bok AB i bok BD, równy bokowi BC; w tym razie tedy, do wynalezienia kąta BDA, mam wiadome też same rzeczy, które miałem w trójkącie ABC, do wynalezienia kąta C.

Atoli między tym przypadkiem a poprzedzającym, zachodzi ta różnica, że tu można wynaleśdź wartość kąta C, i kąta BDA, iak zobaczymy niżej: iedyna tylko rzecz, która nierozwiązana została, jest, żeby wiedzieć którą z tych dwóch wartościów za prawdziwą wybrać należy, a zatem iaki jest gatunek szukanego trójkąta. Trzeba więc oprócz trzech rzeczy zadanych, wiedzieć jeszcze jeżeli kąt szukany, ma być rozwarty lub ostry. Wreszcie, bez głębokiéy uwagi postrzedz można, że dwa kąty C i BDA, są spełnieniem ieden drugiego; albowiem BDA jest spełnieniem kąta BDC, który jest równy kątowi C; bo trójkąt BDC jest równoramienny.

272. W obrachowaniu trójkątów, niesamych tylko kątów używa się; zamiast kątów biorą się linie, które niebędąc im proporcjonalnemi, są przecież zdadne do zastąpienia takowych kątów, a do użycia w rachunkach wygodniejsze; ponieważ iak zobaczymy niżej, są proporcjonalne bokom trójkątów; przeto nim postąpiemy dalej, należy abyśmy takowe linie dali poznać, i wytłomaczyli, iakim sposobem mogą zastępować kąty.

O

Wstawach (Sinus), *Dostawach* (Cosinus), *Stycznych* (Tangens), *Dotycznych* (Cotangens), *Siecznych* (Secans), *Dosiecznych* (Cossecans).

figura
136.

273. **P**rostopadła AP (fig. 136), spuszczone z końca łuku AB na promień BC, który przez drugi koniec B tego łuku przechodzi, *nazywa się wstawą prostą*, albo tylko *wstawą* łuku AB, albo *kąta* ACB.

Część BP promienia, między wstawą i końcem łuku zawarta, *nazywa się wstawą odwrotną* (sinus versus).

Część BD, prostopadłej na końcu promienia wywiedzionej, zawarta między promieniem BC i promieniem CA przedłużonym, *nazywa*

wa

wa się *styczna* łuku AB , albo kąta ACB .

Linia CD , która nieco innego jest, tylko promień CA przedłużony aż do stycznej, nazywa się *sieczna* łuku AB , albo kąta ACB .

Jeżeli będzie wyciągnięta prostopadła FE , któraby w E zeszła się z przedłużonym promieniem CA , i naostatek jeżeli na CF będzie wyciągnięta prostopadła AQ ; z definicyi poprzedzających wniesć można, że AQ będzie wstawą, FQ wstawą odwrotną, FE stycznią, a CE sieczną łuku AF , albo kąta ACF .

Lecz ponieważ kąt ACF , jest dopełnieniem kąta ACB , bo te dwa kąty czynią jeden kąt prosty; powiedzieć można, że AQ jest wstawą dopełnienia, FQ wstawą odwrotną dopełnienia, FE stycznią dopełnienia, a CE sieczną dopełnienia łuku AB , albo kąta ACB .

Dla skrócenia tych nazwisk, mówi się: *Dostawa*, zamiast *wstawa dopełnienia*; *dostawa odwrotna*: zamiast *wstawa odwrotna dopełnienia*; *dotyczna* zamiast, *styczna dopełnienia*, i *dosieczna*, zamiast *sieczna dopełnienia*. Tak, że linie AQ , FQ , FE , CE , nazywać się będą, *dostawa*, *dostawa odwrotna*, *dotyczna* i *dosieczna* łuku AB , albo kąta ACB ; podobnież

liniie AP, BP, BD i CD mogą być nazwane, *dostawa*, *dostawa odwrotna*, *dotyczna*, i *dotieczna* łuku AF, albo kąta ACF. Albowiem łuk AB, jest dopełnieniem łuku AF, iako też AF, jest dopełnieniem łuku AB.

W naznaczeniu takowych linii, gdy o kącie iakim lub łuku mówić nam przyidzie, przed literami takowy kąt lub łuk oznaczającemi, wyrażen skroconych użyjemy, *wst. dost.* *stycz.* *dotycz.* tak *wst.* AB, znaczyć ma *wstawę* łuku AB, *wst.* ACB, znaczyć będzie *wstawę* kąta ACB; podobnież *dost.* AB, *dost.* ACB, znaczą *dostawę* łuku AB, *dostawę* kąta ACB; na oznaczenie zaś promienia, litery P użyjemy.

274. Rzecz oczywista iód *Z*e *dostawa* AQ, łuku któregokolwiek AB, jest równa części CP promienia, zawartéy między *śrzedkiem* i *wstawą*.

2^{re} *Z*e *wstawa odwrotna* BP, jest równa różnicy, między promieniem i *dostawą*.

3^{cie} *Z*e *wstawa* łuku iakiegokolwiek AB, jest połową *cięciwy* AG, łuku *podwójnego* ABG. Promień albo-
wiem CB, będąc *prostopadłym* na *cięciwie* AG, tę *cięciwę* iako też i łuk iéy AG, dzieli na dwie równe części (52).

275. Wnieść należy z tego ostatniego podania, iż *wstawa* od 30^a jest warta połowę promienia; musi albowiem być połową *cięciwy* od 60^a stopniów, albo boku sześciokąt-
ta

ta; który widzieliśmy (93), że jest równy promieniowi.

276. *Styczna od 45° jest równa promieniowi.* Jeżeli albowiem kąt ACB jest od 45° ponieważ kąt CBD jest prosty, kąt CDB. wart także będzie 45° przeto trójkąt CBD będzie równoramienny, a zatem BD, będzie równa linii CB.

277. Im bardziéy łuk AB albo kąt ACB powiększa się, tém téż bardziéy, wstawia AP powiększa się, dostawa zaś AQ albo CP umniejsza się, póki aż łuk AB do 90° nie dójdzie; natenczas wstawia AP, odmiénia się w FC, to jest staie się równa promieniowi, a dostawa równa zerowi; ponieważ punkt A przypadając w F, prostopadła AQ staie się zerem.

Co zaś należy do stycznej BD, i dotyczney FE; rzecz iasna, że styczna BD, coraz bardziéy pomnaża się, zamiast że dotyczna coraz bardziéy zmniejsza się, lecz iedna i druga w tym sposobie, iż gdy łuk AB do 90° dójdzie, styczna staie się nieskończoną, a dotyczna zerem. Jakóż, im łuk AB staie się większym, tém więcéy punkt D nad BC pośnoś się, a gdy punkt A do F nieskończenie przybliży się, dwie linie CD i BD, staną się prawie równoległemi, i nie mogą zniszcz się z sobą chyba w nieskoń-

czonéy odległości; przeto BD, natenczas jest nieskończoną; więc jest nieskończoną, gdy punkt A przypadnie na punkt F.

278. *Zatém, w łuku mającym 90° ; wstawia jest równa promieniowi, dostawa jest zero, styczna jest nieskończona, dotyczna zero.*

Ponieważ wstawia od 90° jest największa sponiędzy wszystkich wstaw, dla różnicy od innych nazywać się zwykła *wstawia cała* (sinus totus), tak iż następujące trzy wyrazy, *wstawia od 90° , promień, wstawia cała*, też samę rzecz oznaczają.

figura
187. 279. Gdy łuk AB przechodzi 90° (fig. 137), wstawia iego AP zmniejsza się, a dostawa AQ albo CP, (która w takowym razie przypada z drugiey strony środka względem punktu B) pomnaża się, aż póki łuk AB nieprzyjdzie do 180° ; natenczas, wstawia będzie zerem, a dostawa stanie się równa promieniowi. Widzieć niemniéy daie się, iż wstawia AP, i dostawa CP łuku AB, albo kąta ACB, większego iak 90° , należą oraz do łuku AH albo kąta ACH, mnieyszego od 90° i który jest spełnieniem tamtego, Tak da-
lece iż chcąc mieć wstawę, i dosta-
wę

wę kąta rozwartego, trzeba wziąć
wstawę i dostawę jego spełnienia.
Lecz o tém dobrze pamiętać trzeba,
że dostawa pada z przeciwnéy strony,
iakby przypadala, gdyby łuk AB al-
bo kąt ACB, był mnieyszy od 90° .

Względem styczney, ta ponieważ powsta-
ie (273) z zniyscia się prostopadlęj BD (fig. *figura*
136) z promieniem CA przedłużonym, rzecz *136.*
oczywista, że gdy łuk AB (fig. 137) jest *figura*
większy nad 90° , natenczas stycznią jest BD; *137.*
lecz podniosszy prostopadłą HI, łatwo po-
kazuje się, iż trójkąt CBD jest równy tró-
kątowi CHI; więc BD jest równa linii HI.

280. *Wiec styczna łuku lub kąta, większego*
nad 90° jest też sama, co styczna łuku spełnie-
nia jego: cała różnica między niemi na tém
zależy, że tamta pada po niżéy promienia BC.
Dotyczna EF jest także też sama co doty-
czna spełnienia, i także pada na przeciwnéy
stronie, iakby padala, gdyby łuk AB, albo
kąt ACB był mnieyszy od 90° . Pokazuje
się nadto i z téyże saméy przyczyny co wy-
żey, że styczna od 180° jest zero, a doty-
czna jest nieskończona.

O Tablicach Wstaw, Stycznych, i. t. d.

281. **Z**myślmy sobie, iż ćwierć *figura*
okręgu BF (fig. 136), jest *136.*
podzielona na łuki każdy od 1', to
jest na 5400 równych części, i że
z każdego punktu takowych podzi-
ałów, są spuszczone prostopadłe, albo
P 2 wsta-

wstawy takie iak AP na linią BC; zmyślimy sobie także, iż promień BC, iest podzielony na wielką liczbę równych części *np.* na 100000; każda prostopadła, będzie w sobie zawierać pewną liczbę takowych części; gdyby tedy bądź iakim chce sposobem, można wynaléśdź liczbę części każdéy z tych prostopadłych, rzecz oczywista, że te linie mogłyby bydź użyte, do naznaczenia wielkości kątów: tak iż w iednéy kolumnie napisawszy porządkim, wszystkie minuty zaczawszy od zero aż do 90° żeby oraz w pobocznέy kolumnie naprzeciwko każdéy minuty, napisać liczbę części odpowiadającéy prostopadléy, przy pomocy takowéy tablicy, możnaby wynaléśdź liczbę stopniów kąta, w którymby liczba części, linią prostopadłą czyli wstawę składających, była wiadoma; i odwrotnie, mając wiadomą liczbę stopniów, i części stopnia kąta iakiego, możnaby naznaczyć liczbę części wstawy iego. Tablica takowa, służyłaby nietylko do wszystkich łuków czyli kątów, którychby promienie zawierały w sobie

bie też samę liczbę części, (podług których daymy że jest wygotowana tablica), ale też do wszelkich innych łuków, którychby promień był wiadomy.

Np. (fig. 143), daymy niech będzie kąt *DCG*, którego bok albo promień *CD*, jest na 8 stóp, prostopadła *DE* na 3 stopy; daymy oraz że *CA* jest promień, podług którego są wyrachowane tablice; zmyśliwszy sobie łuk *AB* i prostopadłą *AP*, ta prostopadła będzie wstawą tablicy; lecz łatwo wynaleśdź można, wiele ma części ta prostopadła; albo wiem, ponieważ trójkąty *CDE* i *CAP* są sobie podobne, (z przyczyny równoległych *DE* i *AP*), będzie $CD : DE :: CA : AP$, to jest 8 st. : 3 st. :: 100000 : *AP*, skąd pokaze się (Arytm. 169), iż *AP*, warta 37500; niezoftanie tedy, tylko téy liczby szukać w tablicy między wstawami, gdzie znajdzie się obok położona liczba stopniów i minut kąta *DCG*, albo *DCE*.

Odwrotnie, gdyby zadana była liczba stopniów i minut kąta *DCG*, i promień jego *DC*, podobnymże sposobem wynaleśdźby można wartość prostopadłej *DE*; wiedzac albowiem iaka jest liczba stopniów i minut tego kąta, znaleźć można w tablicy, iaka jest liczba części znajdujących się w prostopadłej *AP*, która odpowiada liczbie takowych stopniów; a natenczas na fun-

damencie trójkątów sobie podobnych CAP i CDE, wypadnie następująca proporcya $CA : AP :: CD : DE$, przez którą linia DE łatwo wyrachować się daie; bo pierwsze trzy wyrazy CA, AP, i CD są wiadome; to jest CA i AP z tablic, a CD jest zadana w stopach.

Stąd pokazuje się, iakieto są linie, o których mówiliśmy wyżej (272), które w rachowaniu trójkątów, użyte być mogą za miast kątów; lato więc wstawy.

282. Lecz niesłusznie tylko wstawy, są w używaniu: słysznych także, a nawet ślicznych używać się zwykło. Wyrachowawszy raz wszystkie wstawy, drugie linie łatwo wyrachować się daia; albowiem trójkąty CPA. i CBD (fig. 136), będąc sobie podobne, można z nich ułożyć proporcye następujące.

$$CP : PA :: CB : BD$$

$$\text{i } CP : CA :: CB : CD$$

to jest (uważając że CP jest równa linii AQ)

$$\text{Dosl. : } AB : \text{wst. } AB :: P : \text{Stucz. } AB.$$

$$\text{Dosl. : } AB : P :: P : \text{Śiecz. } AB.$$

Rzecz oczywista, iż w tych obu proporcjach, trzy pierwsze wyrazy są wiadome, kiedy są wiadome wszystkie wstawy; bo dostawa łuku któregokolwiek, nieco innego jest, tylko wstawa dopełnienia tegoż łuku; łatwo więc dōysdź można (Arytm. 169), wartości czwartego wyrazu każdej proporcji, a zatem słysznych i ślicznych, iako też oraz dołecznych i dosłecznych, które także nieco innego są, tylko słyszniemi i śliczniemi dopełnienia.

Książki zawierające w sobie wartości tych wszystkich linii, o których dopiero mówiliśmy, nazywają się *Tablice wstaw* (Tabulæ sinuum); znajdują się w nich pospolicie, nie tylko wartości tych wszystkich linii w liczbach, ale też nadto i ich logarytmy, których zamiast wartości w liczbach, tak często iak można używać się zwykło. Przyśpamy teraz do fundamentów, na których są te Tablice wyrachowane.

283. *Chcąc mieć dostawę łuku, którego wstawia jest wiadoma, trzeba odjąć kwadrat wstawy od kwadratu promienia, i z reszty wyciągnąć kwadratowy pierwiastek.* Albowiem dostawa AQ (fig. 136), jest równa linii PC, która jest bokiem kąta prostego, w trójkącie prostokątnym APC, w którym są wiadome przeciwprostokątna AC, i bok AP (165).

figura
136.

Tak gdyby zadano było wynaleść dostawę od 30° ponieważ widzieliśmy (275), iż wstawia tego łuku, jest połową promienia, który tu od 100000 części bydz rozumiemy, przeto ta wstawia miałaby 50000; odjąwszy iey kwadrat 2500000000, od kwadratu - - 10000000000 promienia, zostanie się - - 7500000000, któreyto liczby kwadratowy pierwiastek 86603, jest dostawą łuku od 30° albo wstawą łuku od 6° .

284. *Mając wiadomą wstawie łuku AB (fig. 138), żeby wynaleść wstawę połowy tegoż łuku: trzeba na-*

figura
138.

przód wyrachować dostawę CP pierwszego łuku; tę zaś wyrachowawszy, odjąć ją od promienia, co da wstawę odwrotną BP : potem skwadrować wartość BP, a kwadrat dodać do kwadratu wstawy AP; summa (164) będzie kwadratem cięciwy AB; a zatem z niego pierwiastek kwadratowy wyciągnawszy, wypadnie wartość linii AB, której połowa BI, jest wstawą łuku BD, to jest połowy łuku AB (274).

figura 139. 285. *Mając wiadomą wstawę BI łuku BA (fig. 139) żeby wynaleść wstawę DP, łuku dwa razy tak wielkiego BAD; trzeba wyrachować dostawę CI łuku BA; i następującą proporcją ułożyć, P : dost. BA :: 2wst. BA : wst. BAD; w której trzy pierwsze wyrazy będąc wiadome, czwartego łatwo dōyść można.*

Ta proporcya funduje się na tém, iż dwa trójkąty CBI i BDP, są sobie podobne; ponieważ oprócz kąta prostego w P i w I, nadto kąt B, mają słylny; a stąd wynika proporcya, CB : CI :: DB : DP.

A ponieważ (273) CI, jest dostawą łuku BA, a DB jest podwójnością linii BI, to jest wstawy łuku AB; DP zaś jest wstawą łuku BAD, a CB jest promieniem; więc P : dost. BA :: 2wst. BA : wst. BAD.

286. Mając wiadomą wstawę dwóch łuków AB , AC (fig. 140), żeby wy-^{figura}naléśdź wstawę ich summy, lub ich ró-^{140.}żnicy; trzeba, wyrachòwawszy dostawę tychże łuków, rozmnożyć na-przód wstawę pierwszego łuku, przez dostawę drugiego łuku, tudzież wsta-wę drugiego łuku, przez dostawę pierwszego. Summa tych dwóch mnogościów, rozdzielona przez promień, będzie wstawą summy dwóch łuków; a różnica tychże mnogościów, rozdzielona przez promień, będzie wstawą różnicy, tychże dwóch łuków.

Zrób łuk AD równy łukowi AC , wycią-gniy cięciwę CD , i promień LA , który tę cięciwę w punkcie I na dwie równe czę-ści przedzieli, z punktu C, A, I, D , spuść pro-stopadłe CK, AG, IH, DF , na BL ; naostatek z punktów I i D , ciągnij IM i DN , linii BL równoległe. Ponieważ linia CD , jest w I na dwie równe części przedzielona, CN będzie także na dwie równe części przedzielona w M (102).

To założywszy, CK która jest wstawą łuku BC , summy dwóch łuków, jest złożona z KM i z MC , albo z IH i z MC ; DF , któ-ra jest wstawą łuku BD , to jest różnicy dwóch łuków, jest równa linii KN , która tyle warta co KM mniej MN , to jest IH mniej CM ; zatem żeby znaleźć wstawę summy, trzeba dodać wartość MC , do wartości IH ; lub przeciwnie odjąć iedną od drugiej, jeżeli trzeba znaleźć wstawę różnicy.

Lecz trójkąty sobie podobne LAG, LIH, daią proporcya, $LA:LI::AG:IH$ to jest $P: \text{dost. AC}:: \text{wst. AB}:IH$; więc (Arytm. 160), IH warta $\frac{\text{wst. AB} \times \text{dost. AC}}{P}$.

Trójkąty LAG, i CIM sobie podobne, iako mające boki prostopadłe ieden na drugim, podług wzwyż przepisanego wykryślenia, daią proporcya, $LA:LG::CI:MC$, albo $P: \text{dost. AB}:: \text{wst. AC}:MC$, więc MC , warta $\frac{\text{wst. AC} \times \text{dost. AB}}{P}$;

zatem potrzeba dodać $\frac{\text{wst. AC} \times \text{dost. AB}}{P}$ do $\frac{\text{wst. AB} \times \text{dost. AC}}{P}$,

zeby mieć wstawę summy; a przeciwnie iedne mnogość od drugiey odjąć, chcąc wyrachować wstawę różnicy.

287. Zeby mieć dostawę summy, albo różnicy dwóch łuków, których wstawy są wiadome; trzeba, wyrachowawszy (283) dostawę każdego z tych dwóch łuków, rozmnożyć te dwie dostawy iedną przez drugą; podobnież, rozmnożyć także ich wstawy; dopiero odiawszy drugą mnogość od pierwszey, i resztę przez promień rozdzieliwszy, wypadnie dostawa summy dwóch łuków. Przeciwnie zaś, chcąc mieć dostawę różnicy, trzeba dodać te dwie mnogości, a sumę rozdzielić przez promień. Bo ponieważ linia DC, jest

w I na dwie równe części przecięta, FK będzie także w H na dwie równe części przecięta; lecz LK która jest dostawą summy, jest warta LH mniej HK, albo LH mniej IM; zaś LF, która jest dostawą różnicy, warta LH więcej HF, albo LH więcej HK, albo nakoniec LH więcej IM; przeto zobaczymy jakie są wartości tych linii LH i IM.

Trójkąty podobne LGA, LHI dają proporcją, $LA : LI :: LG : LH$, to jest $P : dost. AC :: dost. AB : LH$; więc LH warta $dost. AC \times dost. AB$.

P

Trójkąty znowu podobne LAG, CIM, dają proporcją, $LA : AG :: CI : IM$, to jest, $P : wst. AB :: wst. AC : IM$. Więc IM warta $wst. AB \times wst. AC$.

P

Trzeba więc, chcąc mieć dostawę summy, odjąć $\frac{wst. AB \times wst. AC}{P}$ od $\frac{dost. AB \times dost. AC}{P}$; przeciwnie zaś dodać je z sobą, chcąc mieć dostawę różnicy.

288. Summa wstaw dwóch łuków AB i AC (fig. 141), ma się do różnicy tychże samych wstaw, iak styczna po-^{141.} łowicy summy tych dwóch łuków, ma się do stycznej, połowicy ich różnicy, to jest, że $wst. AB + wst. AC : wst. AB$

$$\text{—wst. } AC :: \text{stycz. } \frac{AB + AC}{2} : \text{stycz. } \frac{AB - AC}{2}.$$

Wyciągnąwszy średnicę AM, wnieś łuk AB z A w D; wyciągnij cięciwę BD, która linii AM będzie prostopadła. Z punktu F wyciągnij cięciwy FB i FD, i promieniem FG, równym promieniowi koła BAD, rysuj łuk IGK, który z linią CF, zniydzie się w G; z tego punktu G wywiedź HL, linii GF prostopadłą; linie GH i GL są stycznemi kątów GFH i GFL, albo CFB i CFD, które mając wierzchołki swoje na okręgu, mają za miarę połowę różnicy BC, i połowę łuków CB, CD, na których się opierają (63), to jest połowę summy CD dwóch łuków AB i AC; więc GL i GH są stycznemi połowy summy, i połowy różnicy tychże samych łuków.

To założywszy rzecz oczywista, że DS będąc równą BS, linia DE, warta BS + SE, albo BS + CP, to jest summę wstaw łuków AB, AC; podobnież BE, warta BS — SE albo BS — CP, to jest różnicę wstaw tychże łuków. Lecz z przyczyny równoległych BD, HL, mieć będzie sz proporcya (115), DE : BE :: LG : GH.

Więc

Więc *wst.* $AB \div wst.$ $AC : AB - AC ::$
stycz. $\frac{AB \div AC}{2} : stycz.$ $\frac{AB - AC}{2}.$

289. Na tych fundamentach tablica *wstaw* może być wygotowana.

Jakóż, jest wiadoma *wstawa* od 30° stąd co się rzekło (275); a podług podanego sposobu (284), wynaléśdź można *wstawę* od 15° i daley porządkiem od $7^{\circ} 30'$, $3^{\circ} 45'$, $1^{\circ} 52' 30''$, $0^{\circ} 56' 15''$, $0^{\circ} 28' 7'' 30'''$, $0^{\circ} 14' 3'' 45'''$, $0^{\circ} 7' 1'' 52''' 30''''$.

To na przód założywşy, uważyc trzeba, że gdy łuki są bardzo małe, od *wstaw* swoich prawie nieróżnią się, a zatem są proporcjonalne tym *wstawóm*; więc chcąc znaleśdź *wstawę* od $1'$, ułożyysz tę proporcya: *łuk* od $0^{\circ} 7' 1'' 52''' 30''''$, *ma się do łuku* $0^{\circ} 1'$, *iak wstawa tego pierwszego łuku, do wstawy* od $1'$.

Jeżeli w takowym rachunku promień, tylko od 100000 części jest wzięty, *wstawy* łuków, o których dopiero mówilo się, wyrachować trzeba, z trzema a nawet i z czterema dziesiątnými; ażeby z nich można wnieść dalsze *wstawy*, z różnicą tylko o jedną jedność; te dziesiątne służyć niebędą, tylko do wyrachowania innych łuków, po skończonym zaś rachunku odrzuca się.

Od $1'$ aż do 30° , dosyć jest rozmnóżyć *wstawę* od $1'$ porządkiem, przez 2, 3, 4, 5, i. t. d. żeby mieć *wstawy* od 2, 3, 4, 5, i. t. d. aż do 30° tak przybliżone, iż różnica będzie daleko mnieysza od jedności.

Chcąc zaś wyrachować *wstawy* łuków, przechodzących 30° , potrzeba użyć tego, co się powiedziało (285); lecz pracy znacznie umnieyszyć sobie można, nierachuiąc na tym fundamencie tylko same stopnie. Co się tycze minut pośrzednich, te dadzą się wyrachować

wać, biorąc różnicę wstaw między dwoma stopniami po sobie idącemi, i układając następującą proporcją. *sześćdziesiąt minut, mają się do liczby minut o których mowa, jak różnica wstaw dwóch stopniów sobie przyległych, do czwartego wyrazu; ten pokaże liczbę, którą do mniejszey z dwóch wstaw dodać potrzeba, żeby mieć wstawę liczby stopniów, i minut której się szuka.* Np. znalazłszy, iż wstawy, od 8^2 i od 9^2 są 13917 i 15643, gdy chcę mieć wstawę od $8^2 17'$, biorę różnicę między temi wstawami 1726, i szukam czwartego wyrazu proporcji, od następujących trzech poczyniającej się, $60' : 17' :: 1726 :$

Takowy czwarty wyraz, z małą różnicą jest 489, które dodawizy do 13917, mam 14406, to jest wstawę od $8^2 17'$, taką iaką w tablicy znajduie się, z różnicą tylko o iedną iedność.

figura 122. Przyczyna tej praktyki funduje się na tém, iż gdy łuk KL (fig. 122) jest mały, iakoto np. od 1^2 różnice LM, Lu, między wstawami LF, LH, są prawie proporcjonalne różnicom KL, KI, łuków odpowiadających AL, AI; albowiem trójkąty KML, Kul, mogą być wzięte za prostokryślnie, będą sobie podobne.

figura 142. 290. Tego atoli sposobu używać nienależy, tylko aż do 87^2 . Po nich dalej, niemożna sobie pozwolić, brać *iu* (fig. 142), za różnicę między wstawami BP, Qx; ponieważ ilość *ux*, tak mała iak jest, ma stosunek widoczny z linią *iu*, i tém widoczniejszy, im bardziey łuk AB, do 90^2 przybliża się. W tym razie przypomnieć sobie należy (173), że linię DE, Dt, które są różnicami między promieniem i wstawami PB, Qx, są proporcjonalne kwadratóm cięciw DB, Dx, albo

(z przyczyny iż łuki DB i Dx są bardzo małe), kwadratów łuków DB i Dx; dla czego, wyrachowawszy wstawę od 87° wezmiesz różnicę między nią i promieniem 100000, a chcąc wynaleśdź wstawę któregokolwiek łuku między 87° i 90° , ułóżysz tę proporcją: kwadrat 3° albo $180'$, ma się do kwadratu liczby minut dopełnienia łuku zadanego, iak się ma różnica między promieniem i wstawą od 87° , do czwartego wyrazu, który będzie Dt, a od promienia odiyty da Ct, albo Qx, to jest wstawę łuku żadanego.

Np. znalazłszy wstawę 99863 od 87° , jeżeli zechcę mieć wstawę od $88^{\circ}24'$, których dopełnienie jest $1^{\circ}36'$, albo $96'$, układam tę proporcją $180' : 96' :: 137 : Dt$; przez którą znajduję, iż Dt warto z małą różnicą 39; odiaawszy 39, od promienia 100000, zostaje 99961 na wstawę od $88^{\circ}24'$, taką właśnie iaka znajduie się w tablicach.

Tym sposobem wyrachowawszy wstawy, łatwo mieć można stycznne i sieczne podług tego co się powiedziało (282).

292. Maiąc wyrachowane wstawy, rachuią się ich logarytmy tym sposobem iak logarytmy liczebne. Trzeba atoli uważać, iż gdyby się wzięła w tablicach wartość liczebna któreykolwiek wstawy, dla wyrachowania logarytmu podług opisu (Arytm. 225), niewypadłby tenże sam logarytm, który znajduie się w kolumnie logarytmów wstawnych; przyczyna tego jest, że w początkach wstawy Tablic były wyrachowane podług promienia zawierającego w sobie 10000000000 części, lecz że rachunki pospolite, tak wielkiego przybliżenia niepotrzebują, z Tablic terazniejszych odrzucono pięć ostatnich cyfer w wartościach liczebnych wstaw

wstaw, stycznych, i. t. d. tak iż te wartości które w rzeczy samej znajdujemy w Tablicach, nie są przybliżone tylko około na jedną jedność, na 10000000000. Z logarytmami zaś wstaw, stycznych i. t. d. tego nieuczyniono; zostawiono je takie jak były wyrachowane na proporcją promienia - 10000000000 części w sobie mającego; i z tęto przyczyny, cęcha w nich znajduje się daleko mocniejsza, jak wartość liczebna odpowiadający wstawy, albo odpowiadający styczni, wyciągać zdaje się; przeto używając logarytmów wstaw, stycznych, i. t. d. rachunek odprawia się na fundamencie promienia na 10000000000 części podzielonego; używając zaś wartościów liczebnich wstaw, stycznych, i. t. d. rachunek odprawia się, na fundamencie promienia tylko na 100000 części podzielonego.

Co się tycze logarytmów stycznych, można je mieć przy pomocy prostego dodania i odjęcia, mając raz logarytmy wstawne; jestto rzecz oczywista, wynikająca stąd, co się powiedziało (282) (i Arytm. 216).

293. Lubo Tablice pospolite, niedają wstaw tylko na stopnie i na minuty pierwsze, można atoli z nich dóysdz wartości tychże linii, w stopniach, minutach pierwszych i wtórych, a to postępując sobie właśnie tymże samym sposobem, który do stopniów i minut przepisaliśmy. Lecz ponieważ logarytmy tych linii, są w częstym używaniu jak same linie, przeto nad logarytmami ich zastanowimy się cokolwiek.

Daymy, iż masz wyrachowane logarytmy wstaw i stycznych, od minuty do minuty, chcąc mieć logarytm wstawy pewnej liczby stopniów, minut, i minut wtórych; weźmij w Tablicy logarytm wstawy li-
czby

tzby stopniów i minut; wezmiy także różnicę dwóch logarytmów po sobie następujących któ a jest na boku, i ułóż tę proporcya: 60 minut wtórych, mają się do liczby minut wtórych zadanych, iak różnica między wziętymi w tablicy logarytmami, do czwartego wyrazu; który dodasz do logarytmu wstawy stopniów i minut pierwszych.

Odwrotnie zaś, mając logarytm wstawy, któryby nieodpowiadał liczbie doskonałej stopniów i minut, żeby wynależdź minuty wtóre, tę proporcya ułóżysz: Różnica dwóch logarytmów, między które wpada logarytm zadany, ma się do różnicy między tymże logarytmem, a logarytmem mniejszym zaraz po nim w tablicy następującym, iak się mają 60 minut wtórych, do czwartego wyrazu; który ci wskaże liczbę minut wtórych, takowe dodasz do liczby stopniów i minut tego łuku, który jest w tablicach położony bezśrzednie pod tym którego szukasz.

294. Tę reguły używać można póty, póki łuk nie jest mniejszy od 3° , ieżeliby zaś był mniejszy, postąpisz sobie iak w następującym przykładzie: daymy iż trzeba znalesdź wstawę od $1^{\circ}55' 43''$; ułóż tę proporcya: $1^{\circ}55' : 1^{\circ}55' 43'' ::$ wstaw od $1^{\circ}55'$, do czwartego wyrazu, który (z przyczyny iż małe łuki są wstawom swoim proporcjonalne), będzie z małą różnicą, wstawą od $1^{\circ}55' 43''$. Lecz dla wygodniejszego rachunku, pierwsze dwa wyrazy przemienisz na minuty wtóre, i natenczas wzięwszy w tablicach logarytm wstawy od $1^{\circ}55'$ który jest trzecim wyrazem, dodasz do niego logarytm od $1^{\circ}55' 43''$ obróconych na minuty wtóre; naostatek od całkowitości, odejmiesz logarytm $1^{\circ}55'$, także przemienionych w minuty wtóre, reszta (Arytm.

216) będzie logarytmem czwartego wyrazu to jest logarytmem żądanym.

Odwrotnie chcąc wynaleśdź liczbę stopniów, minut pierwszych, i wtórych, łuku mnieyszego iak 3^2 , i którego jest wiadoma wstawia; szukay naprzód w Tablicach liczby stopniów i minut; potem ułoż tę proporcją: wstawia liczby stopniów i minut znalezionych, ma się do zadanej wstawy, iak taż sama liczba stopniów i minut obroconych na minuty wtóre, ma się do liczby całkowitey minut wtórych łuku żadanego; co przez logarytmy odbywając, wezmiesz różnicę między logarytmem wstawy zadanej, i logarytmem wstawy odpowiadającą liczbie stopniów i minut mnieyszey, bezsrzednie następującej; logarytm takowy dodasz do logarytmu téy liczby stopniów i minut obroconych na minuty wtóre; summa będzie logarytmem liczby minut wtórych łuku (szukanego. Niech będzie np. zadany logarytm 8,6133127 wstawy łuku iakiego; znayduię w tablicach, że liczba naybliższa stopniów odpowiadająca mu jest 2^224 , i że różnica między logarytmem wstawy zadanej, a logarytmem téy drugiey wstawy, jest 0013811; dodając tę różnicę do 3,9365137. logarytmu od 2^224 obroconych na minuty wtóre, summa 3 9378948 odpowiada w tablicach logarytmów, liczbie 86 7; to jest liczbie minut wtórych łuku szukanego, który zatem będzie od 2^224 27". Ta reguła jest odwrotna względem poprzedzającej.

295. Z logarytmami stycznych, trzeba sobie postąpić podług tychże samych reguł. odmieniwszy tylko słowo *wstawia* w słowo *styczna*; należy jednak wyłączyć od téy reguły, łuki zawarte między 87^2 i 90^2 ; w którym razie, wyrachujesz ie następującym spo-

sposobem: Wyrachuy logarytm styczney dopełnienia, podług reguły przepisanej do stycznych, i odéym ten logarytm, od podwójności logarytmu promienia. Jakóż trójką-*figura*
ty sobie podobne CBD, CFE (fig. 136), po- 136.
kazują iż styczna jest czwartym wyrazem proporcji, w której pierwszemi trzema są, dotyczna, promień, i promień. Gdybyś zaś przeciwnym sposobem, miał logarytm styczney łuku, który między 87° i 90° przypadając, miałby mieć jeszcze minuty wtóre; natenczas, ten logarytm odjąć potrzeba, od logarytmu podwójności promienia, i mieć będziesz styczną dopełnienia, która koniecznie przypadając między 0° i 3° , podług tego co poprzedziło łatwo bydz może wynaleziona; wzięwszy tedy dopełnienie tym sposobem wynalezionego łuku, mieć będziesz łuk żądany.

296. Ponieważ wstaw łuku, jest połową cięciwy łuku podwójnego, gdybyś na podanym fundamencie (284), przyszedł aż do wstawy łuku iednéj minucie wtorej naybliższego, zdwoiwszy takową wstawę żeby mieć cięciwę od dwóch minut wtórych, żebyś mówię powtórzył tę podwójność tyle razy, ile razy mieści się łuk od dwóch minut wtórych w półokręgu; rzecz oczywista, iżbyś miał liczbę bardzo przybliżającą się do długości półokręgu, lecz mnieyszą; i gdybyś przez proporcją podaną (282), wyrachował

styczną iednąy minuty wtóręy, a zdwoiwży ją g lybyś powtórzył tę podwóyność tyle razy, ile razy podwóyność tego łuku mieści się w półokręgu, znalazłbyś liczbę bardzo przybliżającą się do długości półokręgu, lecz więtszą; można więc przez rachunek wśaw, przybliżyć do stółunku między średnicą a okręgiem: postępując sobie tym sposobem znalazłbyś, iż wziąwszy promień o 10000000000 części, długość półokręgu wpadałaby między liczby 31415926536 i 31415926535.

Wnieśmy więc śrad, iż promień będąc 1, 180² półokręgu, są warte 3. 1415926535; 1 stopień wart 0, 01745329252, minuta pierwsza warta 0, 0002908882, minuta wtóra warta 0, 0000048481; i. t. d.

O Kątomiarze (Graphometrum).

297. **N**im podamy użycie poprzędzających fundamentów do wyrachowania trójkątów, należy wprzód opisać sposób, iak się mierzą kąty. z których składa się trójkąt.

Narzędzie którego używa się do mierzenia kątów, z dostarczającą w pra-

praktyce po większey części doskonałością, jest *Kątomiar* (fig. 145). figura
145.

Jestto półkoła, zrobione z miedzi, podzielone na 180^o na które nawet znaczą się półstopnie, według wielkości jego średnicy.

Półokrąg DHB, na którym są oznaczone przedziały, nie jest sama tylko linia, ale brzeg półkołowy, mniej lub więcej szerokości mający; ten brzeg, nazywa się *okolicą kątomiaru* (limbus).

Średnica DB, czyni jedną sztykę z narzędziem; średnica zaś EC, która nazywa się *prawidłem* (alidada), jest tylko przyumocniona w środku A, na którym może obracać się, i końcem C, wszystkie rozmiary narzędzia przebiegać; każda z tych dwóch średnic na końcach, jest opatrzona *celownikami* (dioptræ), przez które patrzy się do przedmiotów (objet). Czasem zamiast celowników, obie średnice mają perspektywy. Perspektywa należąca do średnicy BD, jest teyże średnicy równoległa. Druga zaś umocniona na prawidło EC, z nim obracać się może i nieco nakłaniać się, ażeby

niepotrzeba było odmięniać równi narzędzia, mając do uglądania punkta podniesione lub niżone, na przeciw téż równi.

Narzędzie samo, iest osadzone na nodze, i położenia nogi nieodmięniając, może bydź na wszystkie strony nachylone podług potrzeby.

Zeby kątomiar uczynić zgodnym, do tém doskonałszego mierzenia kątów, i żeby części stopniów naznaczyć można; czynią się podziały, naypospolicię na szerokości samego końca prawidła, które podług tego, iak odpowiada podziałom okrayka, służyć do poznania części stopniów, od 5 do 5', albo od 4' do 4' i. t. d.

Zeby ie np. naznaczyć od 5' do 5' na szerokości i przy końcu prawidła; bierze się otworzystość od $11\frac{1}{2}$ i dzieli się na 12 równych części, z których zatém każda, będzie od 55'. Gdy piérwszy przedział prawidła, odpowiada jednemu z przedziałów okrayka, natenczas kąt zawarty między dwiema średnicami, będzie oznaczony przez liczbę podziałów okrayka. Lecz gdy piérwszy prze-
dział

dział prawidłą, niezgadza się z przedziałami okrayka; natenczas na prawidle i na okrayku szukać potrzeba przedziałów naybliższych do zgodzenia się, a potém dodać do liczby stopniów na okrayku naznaczonych, zawartych między pierwszym przedziałem iego i przedziałem prawidłą, tyle razy 5', ile znayduie się odstępów na prawidle. między pierwszym iego przedziałem, a przedziałem odpowiadającym mu na okrayku; każdy albowiém odstęp między okraykiem i prawidłem, daie 5' różnicy.

Zeby naznaczyć przedziały od 4' do 4', trzeba wziąć łuk od 14° i podzielić go na 15 równych części; zeby znówu mieć przedziały od 3 do 3° trzebaby rozdzielić łuk od 19° , na 20 części.

Takowém narzędziem mając kąt mierzyć, np. (fig. 145) kąt zrobio-^{figura}
ny przez dwie linie, które zmyślić¹⁴⁵
sobie można iakoby wyciągnięte do dwóch przedmiotów G i F; ustanów
śrządek kątomiaru w A, i narzędzie
tak wykieruy, ażebyś patrząc przez
céłowniki nieruchome, mógł widzieć
Q 4 ie-

ieden z tych przedmiotów np. F, i żeby oraz drugi przedmiot G, znajdował się na przedłużonéy równi narzędzia, co się wykonywa nana-
nachylaiać mniéy lub więcéy kątomiaru. Natenczas prawidło EC obracay pòty, aż przez celowniki EC, zobaczysz przedmiot G; łuk BC między témi dwiema śrzednicami zawarty, będzie szukaną miarą kąta GAF.

Maiąc użyć kątomiaru do mié-
rzenia kątów położonych na równi pionowéy (verticale), to iest na równi przechodzącéy przez linią pionową, narzędzie stanowi się pionowo, przy pomocy wagi zawieszonéy na nici, którét koniec przywiązuie się do śrzedka kątomiaru. Gdy nie sstrychuie brzeg narzędzia, i odpowiada 90 stopnióm, kątomiar iest ustanowiony iak trzeba.

O rozwiązywaniu Trójkątów prostokątnych.

298. **P**owiedzieliśmy wyżéy (271), że do obrachòwania czyli rozwiązywania trójkąta, trzeba mieć trzy części wiadome, spomiędzy sześciu

ściu które go składają, i że między temi trzema wiadomemi rzeczami, przynajmniéy ieden bok znaydować się musi. Ponieważ kąt prosty, jest wiadomym kątem, przeto w trójkątach prostokątnych, dosyć jest wiedzieć dwie rzeczy oprócz kąta prostego; lecz trzeba, żeby iedna przynajmniéy z tych dwóch rzeczy była bokiém.

Uważyć ieszcze nadto należy, że ponieważ dwa kąty ostre trójkąta prostokątnego, warte są razem ieden kąt prosty, więc ieden z nich mając wiadomy, tém samem i drugi będzie wiadomy.

Rozwiązanie trójkątów prostokątnych, ma cztery przypadki, to jest: z dwóch rzeczy wiadomych są, albo ieden kąt ostry i przeciwprostokątna; albo ieden bok kąta prostego i przeciwprostokątna; albo naostatek dwa boki i kąt prosty.

Wyiąwszy ten przypadek, w którym mając wiadome dwa boki, trzeci ma być wynaleziony, na co inney reguły nietrzeba nad tę co się podała (166); te cztery przypadki zawsze rozwiązane być mogą, przez
ie-

iednę z dwóch proporcyców następujących.

299. 1^od Promień tablic, ma się do wstawy iednego z ostrych kątów, iak się ma przeciwprostokątna do boku położonego naprzeciw tego ostrego kąta.

300. 2^{re} Promień tablic, ma się do styczney iednego z kątów ostrych, iak się ma bok kąta prostego temu kątowi przyległy, do boku położonego naprzeciw tegoż ostrego kąta.

figura
143. Dla dowodu pierwszego podania, zmyślmy sobie w figurze 143, iż w trójkącie prostokątnym CED, część przeciwprostokątnéy CA, iest promieniem tablicy; natenczas zmyśliwszy sobie także łuk AB, prostopadła AP, będzie wstawą kąta ACB albo DCE; gdzie z przyczyny równoległych AP i DE, mieć będziesz w trójkątach sobie podobnych CAP, CDE, $CA:AP::CD:DE$, to iest $P:wst. DCE::CD:DE$, co było pierwszym podaniem.

Dowiedlibyśmy podobnież że $P:wst. CDE::CD:CE$.

Co do drugiego podania, zmyślmy sobie w trójkącie prostokątnym CEF

CEF (fig. 144), iż część CA boku *figura*
CE, iest promiieniem tablic; zmyśli- 144.
wszy sobie oraz łuk AB, prostopa-
dła AD, z punktu A na linii AC
wywiedziona, będzie styczna kąta C,
albo FCE; natenczas z przyczyny
trójkątów sobie podobnych CAD,
CEF, mieć będzie, $CA : AD :: CE$
 $: EF$; to iest *P : styczn. FCE :: CE*
 $: EF$; co iest z wyżej założonych,
drugiem podaniem.

Podobnymże sposobem dowieśdź
można iż *P : styczn. CFE :: FE : CE*.

301. W przystósowaniach nastę-
pujących, używać zawsze będziemy
logarytmów wstaw, stycznych i. t. d.
zamiast wstaw, stycznych, i. t. d; że-
by zaś poczynających przyuczyć do
dopełnienia Arytmetycznego, we
wszystkich rachunkach podług nie-
go działać będziemy, oprócz gdzie-
by logarytm od logarytmu promię-
nia odjąć trzeba, w którym cécha
będąc 10, odéymowanie iest bardzo
łatwe.

Po rozebraniu tych uwag, przy-
stąpmy do przystósowania dwóch
wyżej dowiedzionych podań, w
czterech przypadkach o których
wspomnieliśmy.

PRZY-

Dótyłdż wysokości budynku takowego AC figura (fg. 146). przy pomocy odległości na ziemi od- 146. mierzoney.

Oddaliwszy się od takowego budynku w odległości CD, tak ażeby kąt zawarty między dwiema liniami, z punktu D do wierzchołka i do stopu budynku zmyślonemi, niewypaść ani zbyt ostry, ani zbyt bliski 90° i oraz znięczywszy odległość CD, ustawił róg kątomiaru w punkcie D, a przystem tak go narządził, ażeby równia jego pionowo padała, i była wykirowana ku ośi wieży AC, średnica zaś tego nieruchoma HF, ażeby leżała poziennie, czyli pod równowagę; co wykonać można przy pomocy nici z wagą, zawieszony w środku narzędzia, i odpowiadający 90 stopniom.

To zrobiwszy, obracać będziesz prawidł, póki przez celownik lub perspektywę, nie dojrzyś wierzchołka A; donieś na narzędziu zobaczysz liczbę stopniów kąta FEG, który jest równy kątowi AEB, swemu przeciwnemu w wierzchołku.

To za fundament założywszy, wysokość budynku AC, będąc prostopadłą po pionowi jest także prostopadłą linii BE; a zatem masz trójkąt prostokątny ABE, w którym oprócz kąta prostego, jest ci wiadoma linia BE, równa linii CD którąś wymierzył, i kąt AEB, szukać masz wartości AB; rzecz tedy jasna, iż trzy rzeczy wiadome i rzecz szukana, są wyrazami należącemi do podania (300); przeźebyś wynalazł AB, następującą proporcją ułożył: P : stucz. AEB :: BE : AB.

Dawmy np. iż wymierzono a odległość CD albo BE, znalazła się bydź od 132 stóp, kąt zaś AEB od $48^{\circ}54'$.

Mieć tedy będziesz, $P : \text{stycz. } 48^{\text{a}}54' : : 132/1. : AB$; a tak, wzięwszy w tablicy wartość styczney od $48^{\text{a}} 4$, rozmnożywszy ją przez 132, i mógosć rozdzieliwszy przez wartość promienia z tablicy wziętą, mieć będziesz liczbę stóp linii AB, do której dodawczy wysokość narzędzia ED, wypadnie żądana wysokość AC.

Lecz działając przez logarytm, łatwiej i prędzej wszystkiego dójdiesz, iak następuje.

Log. stycz. od $48^{\text{a}}54'$ - 10.0593064.

Log. - - 132 - - 2.12 5739.

Summa - 12.1798803.

Log. promienia - - - 10.0000000.

Reszta albo logarytm AB 2.1798803.

Która w tablicach odpowiada liczbie 151.32 przybliżoney o jedną setną; tak więc wysokość AB, będzie od 151 stóp i 32 setnych, albo 151 st. 32. 10 l.

Uważany tu ponimo, iż logarytm promienia mając cechę 10. i resztę w zerach, gdy go trzeba dodać lub odjąć, w pisanu można go opuścić, i tylko dodać lub odjąć ieden dziesiątek z cechą tego logarytmu, do którego ma być dodany lub od którego ma być odjęty.

P R Z Y K Ł A D II.

BCD (fig. 147) jest zaokrąglenie przeciwskarpy (contrescarpe), zawarte między równemi przedłużeniami AB, AC, dwóch czoł narożnych; jest zadano wynaleść cięciwę BC, i strzałkę DF, zaokrąglenia tego; w mniemaniu iż linie AB i AC są wiadome, i kąt BAC, równy narożnemu kątowi narożnika.

Niech będzie AB i AC, każda od 20 S. lub 220 st. a kąt BAC od $83^{\text{a}}8$.

W

W trójkacie BEA, prostokątnym w E, mieć będzieśz (299).

1^{od}. P : wśt. BAE :: AB : BE.

2^{re}. P : wśt. ABE albo dośt. BAE :: AB : AE.

Więc 1^{od} Log. AB. albo log. 120 fśt. 2,0791812.

Log wśt. BAE albo log. wśt. 41²34' 9,8218351.

Summa mnieý logarytm promiienia 1,9010103.

Która w tablicach odpowiada liczbie 79,62 fśóp; więc cięciwa BC ieśt od 159,24 fśóp.

2^{re} Log. 120 fśt. - - - 2,0791812

Log. dośt. 41²34' - - - 9,8740085

Summa mnieý log. promiienia 1,9531897.

Która odpowiada liczbie 89,78; więc strzałka DE albo AD — AE, ma 30,22 fśóp.

Tymże samym ſposobem, któregośmy użýli do wynaleziienia cięciwy DE, można przez rachunek rozwiázac naśtępujące zadanie.

Wynaleśdź prześtwór kuli (vent du boulet) do armat wylotu wiadomego (bouche).

figura 148. Sposób jeometryczny do tego w użýwaniu będący, zależy na tém: z końca linii AB (fig. 148), równéý ſrzednicy kuli, wyciągnieć prośtopadłą AD, równa promieniowi AC; poćm z punktu A iako ze ſrzedka, promieniem AD, ryświe ſię łuk DCE, który przecina w E, okrąg mający za ſrzednicę AB; cięciwa DE, przenośi ſię z B, w F; gdzie AF będzie prześtworem, to ieśt iż AF ieśt iłość o którą ſrzednica wylotu armaty, powinna być wićkśzą od ſrzednicy kuli.

Cheć iłość AF wynaleśdź przez rachunek, niećrzeba wićceý, tylko zmyśliwśzy ſobie cięciwę AF, wyrachować DE, w trójkacie równoramiennym DAE, w którym mam wiadome boki AD, AE, kaźdy z nich równy póśrzednicy kuli, i kąt DAE, który (63. i 93) ieśt od 150² zmyśliwśzy ſobie wićć z punktu A, prośtopadłą na DE mieć będzieśz

dziesz dwa trójkąty prostokątne równe, przez ieden z nich, iak w poprzedzającym przykładzie wyrachujesz wartość połowy cięciwy DE. Zdwoiwszy ją, i podwoynosc od AB odiawszy, mieć będziesz wartość linii AF.

Np. do armat 4stwych, w których średnica kuli jest od 4 c. o i. 3 p. 3, albo 3,026, c. znajdziesz długość DE od 2, 923, c. więc prześwóć kuli w armatach takich, jest 0, 103 c. albo 0 c. 1 l. 2 p 4.

P R Z Y K Ł A D III.

Lina kotwicy AC (fig. 149), będąc od figura 32 S. albo 102 ft. a głębokość rzeki AB, od 12 ft. dōyśdź kąta ACB który czyni lina z korytēm rzeki BC, rozumiejąc że koryto jest poziems, i niēmaiąc względu na pokrzywienie liny, iużto przez popęd wody, iużto przez zbytek ciężaru swego nad ciężar wody którey miejsce zastępuie.

Zmyśl sobie trójkąt prostokątny ABC, w którym masz wiadomą AC od 192, ft. AB od 12 ft; i kąt prosty B. Dla wynalezienia kąta ACB. ułóżysz (299) tę proporcya, AC : AB :: P : wft. ACB.

Rachuiąc więc przez logarytmy: - -

Log. AB - - - 1,0791812.

Log. promienia - - 10,0000000.

Dopełnienie Arytm. log. AC 7,7166988.

Summa - 18.7958800.

albo Logarytm wstawy ACB, któremu w tablicach odpowiada 32°35'.

P R Z Y K Ł A D IV.

Wynalēśdź kąt, iaki czyni linia celu z osiā armaty przedłużoną, średnicy i rozmiarów wiadomych.

Jeżeli przez punkt H (fig. 71) naywyższy fig. 71. na głowie armaty, zmyślisz sobie linią prostą

stał HI, oś AB równoległą, kąt GHI będzie równy kątowi GCA, który czyni linią celu z przedłużoną ośią. Więc w trójkącie prostokątnym GHI, mając wiadomy bok GI i bok HI, łatwo dójdiesz kąta GHI, przez tę proporcję (300), $1H : GI :: P : \text{stycz. GHI}$.

Np. w armacie 12ftowej letkiej, maż AG 6,2316

BH - - - - - 4,926

a zatem GI - - - - - 1,305

nadto HI - - - - - 77,254

Przeto mieć będziesz 77,254 : 1,305 albo

77254 : 1305 :: P : stycz. GHI.

A zatem przez logarytmy.

Log. 1305 - - - - - 3,1156105

Log. promienia - - - - - 10,0000000

Dopełn. Arytm. log. 77254 5,1120790

Summa - 18,2276895

jest logarytmem styczny kątą żadanego;
który zatem wypada od 0°58'.

PRZYKŁAD V.

Armata 12ftowa letka, będąc wycelowana na 3^o znaleźć wysokość o którą linia celu podnosi się w odległości na 600 sążniów; która jest (z małą różnicą), dalekością strzelenia tej armaty, w podniesieniu ię na 3 stopnie.

Linia celu czyniąc z ośią armaty, (iakośmy dopiero widzieli) kąt od 58, w tym razie z poziomem uczyni kąt od 2°2'; a zatem w odległości poziomej na 600 sążni, wysokością linii celu, będzie drugi bóg kąta prostego w trójkącie prostokątnym, którego kąt przyległy do pierwszego boku od 600 sążni, ma 2°2'. Więc takowy bok (300) wypadnie przez proporcję, $P : \text{stycz. } 2^{\circ}2' :: 600 \text{ sążni} \text{ do czwartego wyrazu, który będzie się pokaże od } 21,3 \text{ Sążni}$.

PRZY-

P R Z Y K Ł A D VI.

Pierwsza strzelnica działobitni czółgającej *AC* (fig. 150) (*à ricochet*) będąc prosta, figura znalazł kieronek siódmej strzelnicy, to jest 150. kąt jaki czyni linia wystrzału z przedpiersieniem *AC*, w siódmej strzelnicy; rozumie się, iż wszystkie armaty z téj działobitni, mają być celowane do jednegoż punktu *B*, na 250 sążni lub 1500 stóp odległego.

Rozumie się iż linia strzału *AB* pierwszej strzelnicy, jest prostopadła przedpiersieniowi *AC*; więc zagadnienie na tém zależy, ażeby wynaleźć kąt *BCA*, w trójkącie prostokątnym *BAC*, gdzie kąt *A* jest prosty, bok *AB* jest od 1500 st. i bok *AC* jest wiadomy, mając wiadomą wielkość, odległość i liczbę strzelnic.

Daymy np. niech będzie odległość od środka jedney strzelnicy do drugiej iéy przyległej, 20 stóp; w takowym razie następującą proporcją ułożysz, 120 : 1500 :: *P* : styczn. *BCA*.

Co odbywając przez logarytmy, będzie

Log. 1500 - - - - 3,1760913

Log. promienia - - - - 10,0000000

Dopeł. Arytm. log. 120 - - 7,9208188

Summa - 11,0969101.

daie logarytm styczney kąta *BCA*, który wypada od 85°26'.

Ponieważ opora *DF*, powinna być zawsze prostopadła linii strzału, i przynajmniej jednym końcem opierać się o przedpiersień, więc czyni z przedpiersieniem kąt *ADF*, który jest dopełnieniem kąta *DCE*, albo *ACB*, dopiero wynalezionego; przeto mając wiadomą długość opory *DF*, łatwo wyrachować można odległość *CE* od przedpiersienia, w

któreśy środek opory E, ma bydź utwierdzony na linii strzału.

O rozwiązaniu Trójkątów ukośnokatnych.

302. **W**yrząd trójkątów ukośnokatnych jest wzięty, na oznaczenie w powszechności trójkątów, które niemają kąta prostego.

303. *W każdym trójkącie prostokątnym, wstawia kąta któregokolwiek, ma się do boku położonego naprzeciw tego kąta, jak wstawia któregokolwiek innego kąta w tymże samym trójkącie, ma się do boku przeciwnego temu kątowi.*

Albowiem zmyśliwszy sobie kolo
figura opifane na trójkącie ABC (fig.
 151. 151), i wyciągnąwszy promienie
 DA, DB, DC, zmyśl sobie nadto,
 iż promieniem *Lb*, równym promieniowi z tablic, jest narysowane koło *abc*: naostatek że cięciwy *ab*, *bc*, *ac*, są wyciągnięte, które łączą punkta przecięciow *a, b, c*; łatwo widzieć się daie, iż trójkąt *abc*, jest podobny trójkątowi ABC; bo linie *Da, Db*, będąc sobie równe, są linioń DA, DB proporecyonalne; więc (105), *ab* jest równoległa li-
 nii

nii AB; podobnymże sposobem dowieść można że bc jest równoległą linii BC, i ac , linii AC także równoległą; więc (102), $AB : ab :: BC : bc$, albo $AB : \frac{1}{2} ab :: BC : \frac{1}{2} bc$; lecz połowa cięciwy ab , jest (274) wstawą łuku ah , połowy łuku ahb , a ta połowa łuku ahb jest miarą kąta acb , który ma swój wierzchołek na okręgu, i który jest równy kątowi ACB; więc $\frac{1}{2} ab$, jest wstawą kąta ACB; dowieść można podobnie że $\frac{1}{2} bc$, jest wstawą kąta BAC; więc $AB : wst. ACB :: BC : wst. BAC$.

304. To podanie służy do rozwiązania trójkąta, 1^oo Mając wiadome dwa kąty i jeden bok. 2^oe Mając wiadome dwa boki, i jeden kąt, naprzeciwko jednego z tych boków położony.

P R Z Y K Ł A D I.

Jest zadano odmierzyć odległości AC, CB (fig. 152) statku C służącego do rzucania figura bomb, od dwóch działobitniów A i B. 152.

Jeżeli statek C jest w ruchu, trzeba z punktów A i B, kąty CAB, CBA, razém uważać; potem zmierzysz odległość AB, dwóch działobitniów jedna od drugiey.

To zrobiwszy; w trójkącie CAB, w którym masz dwa kąty i jeden bok wiadome, odeym dwa kąty wiadome od 180^o żebyś doszedł trzeciego, a potem wyrachujesz, AC, i CB, przez dwie następujące proporcye.

$$Wst. C : AB :: Wst. B : AC.$$

$$Wst. C : AB :: Wst. A : BC.$$

Daymy np. że AB po wymierzeniu, znalazła się być od 250 fą ; kąt A od 84° 14'; kąt B od 85° 40'. Kąt C, mieć będzie od 10° 26'; a chcąc mieć AC i BC, odprawisz działanie przez logarytmy tak następuje.

Log. wst. B - 9.9987507.	Log. wst. A - 9.9977966.
Log. AB - - 2.4082400.	Log. AB - - 2.4082400.
Dop. Arytm.	Dop. Arytm.
log. wst. C. 0.7560528	log. wst. C. 0.7560528.

Log. AC - - 13.163495.	Log. CB - - 13.1620894.
Więc C jest od 1456 fą .	Więc CB jest od 1452 fą .

P R Z Y K Ł A D II.

figura Mając wiadomą odległość AC (fig. 153),
 153. z punktu C, do kąta narożnego, tudzież odległość AB, między dwoma wierzchołkami narożnych kątów, w dwóch narożnikach przyległych, albo bok zewnętrzny wielorożnika, i zmierzwszy kąt C, jest zadano wyznaleźć odległość BC.

Niech będzie bok zewnętrzny AB od 200 fą , odległość AC od 130 fą , kąt zaś C od 59° 16'. Masz wyrachować naprzód kąt B, przez tę proporcją: AB : wst. C :: AC : wst. B; działając więc przez logarytmy mieć będzie:

Log. wst. 59° 16' - - - -	9.9342737.
Log. - 130 - - - -	2.1139434.
Dopel. Arytm. log. 200	7.6989700.

Summa 19.7471871.

która jest logarytmem wstawy B; lecz ponieważ ta sama wstawy (279) zarówno do kąta ostrego i rozwartego należyć może, który jest spełnieniem tego, i ponieważ w wyrażeniu zadania, nie nam niepokazuje jeżeli kąt B, ma być ostry, albo rozwarty, przeto za wartość kąta B, możnaby wziąć w tablicy 33-58, które odpowiadają wynale-

zio-

ziona logarytmowi, niemniéy iak spełnić nie iego $145^{\circ}2'$. Lecz dajmy iż mi iest ikąd inąd wiadomo, że kąt B musi być ostry; natenczas powinieniem wziąć $33^{\circ}58'$ za wartość iego. Skąd wieść należy, że kąt BAC iest od $85^{\circ}45'$. Zatem do wyrachowania łoku BC, nie trzeba tylko następuiącą proporcya ułożyć, *wst.* $C : AB :: \text{wst. BAC} : BC$; więc.

Log. 200 - - - 2.3010300.

Log. *wst.* $86^{\circ}46'$ - - 9.9993081.

Dopeł: Arytm. log. *wst.* $59^{\circ}16'$ 0.0057263.

Summa 12.3060644.

iest logarytmém łoku BC; który być znaydziesz od 232.314 .

305. *Maiąc wiadomą summę dwóch ilościow i różnicę, mieć będziesz większą z tych ilościow, dodawszy połowę różnicy do połowy summy; mnieyszą zaś, odwrrotnym sposobém odjęwszy połowę różnicy od połowy summy.*

Jeżeli wiem np. że dwie ilości czynią razem 57, i różnią się między sobą o 17; wnoszę ślad, iż te dwie ilości są 37 i 20; dodając z iednéy strony połowę 17^u , do połowy 57^u , a z drugiéy strony, odęymaiąc połowę 17^u , od połowy 57^u ,

Jakóż, ponieważ summa zawiera w sobie naywiększą i naymniéyszą ilość, ieżeli do téy summy dodasz różnicę, zawierać w sobie będzie po-

dwóynność więkzhey ilości, więc więk-
 ksza ilość, warta połowę wszystkie-
 go, to iest połowę summy dwóch ilo-
 ściów, więcę połowa ich różnicy.

Przeciwnie, iezeli od summy o-
 dęymiesz różnicę, zostanie podwóy-
 ność mnieýlzey ilości; więc mnieý-
 sza ilość, warta połowę reszty, to iest
 połowę summy, mnieý połowa róż-
 nicy.

figura 306. W każdym tróykacie prostokryślnym ABC (fig. 154 i 155) iezeli ziednugo z katów, spuścisz prostopadłą na bok naprzeciw niego położony. Zauwżesz następującą proporcją mieć będziesz: CA na który albo na przedłużenie którego pada prostopadła, ma się do summy $AB + BC$ dwóch innych boków, iak różnica $AB - BC$ tychże boków, ma się do różnicy odcinków AD i DC , albo do ich summy; podług okoliczności, gdy prostopadła pada wewnątrsz, lub zewnątrsz tróykata.

Z punktu B iako ze śrzodka, promiennem równym bokowi BC , rysuy okrag $CEGF$, i przedłuż bok AB aż do okregu w E ; natenczas AE i AC będą dwie sieczne, wywie-
 dzio-

dzione z tegoż samego punktu wziętego zewnątrz koła; więc podług tego co się rzekło (123) mieć będzie tę proporcją: $AC:AE::AG:AF$.

Lecz AE jest równa linii $AB + BE$, albo $AB + BC$; AG jest równa linii $AB - BG$ albo $AB - BC$; i AF (fig. 154) i jest równa *figura* linii $AD - DE$ albo (53) $AD - DC$; więc 154.
 $AC : AB + BC :: AB - BC : AD - DC$.
 W figurze 155, AF jest równa $AD + DE$ *figura* albo $AD + DC$; więc w tym razie mieć będzie 155.
 $AC : AB + BC :: AB - BC : AD + DC$.

307. Przeto mając wiadome trzy boki w trójkącie, przez to podanie można dóysdź odcinków zrobionych przez prostopadłą spuszczoną z jednego któregokolwiek kąta, na bok przeciw niemu położony; natenczas albowiem, wiadoma będzie (fig. 154) *figura* summa AC takowych odcinków, po- 154.
 danie zaś wyżej położone, podaie sposób znalezienia ich różnicy; ponieważ, trzy pierwsze wyrazy takowe proporcji są wiadome: dóydziesz więc każdego z tych odcinków, podług tego cośmy powiedzieli (305).
 W figurze 155, jest wiadoma różni- *figura* ca odcinków AD i CD , to jest bok 155.
 AC ; a przez proporcją, dóydziesz wartości ich summy.

308. Na tym fundamencie, następujące zadanie łatwo można rozwiązać: *Mając wiadome trzy boki trójkąta, wynaléśsz kąt yiego.*

Zmyśl sobie prostopadła spuszczoną z iednego z takowych kątów, co ci da dwa trójkąty prostokątne ADB, CDB.

Przez poprzedzające podanie, wyrachujesz ieden z odcinków np. DC; natenczas w trójkącie prostokątnym CDB, mając wiadome dwa boki BC i CD oprócz kąta prostego, łatwo wyrachować potrafisz kąt C, podług tego co się rzekło (299).

P R Z Y K Ł A D.

Bok AB iest od 142 *ft.* bok BC od 64, i bok AC od 184; iest zadano wynaléśsz kąt C.

Wyrachuję naprzód różnicę dwóch odcinków AD i DC, przez tę proporcya, $184 : 142 + 64 :: 142 - 64 : AD - DC$; albo $184 : 206 :: 78 : AD - DC$, która wypadnie 87,32, więc (305) mnieyszy odcinek CD, wart będzie połowę 184*ech*, mniey połowę 87,32, to iest 48,34 *ft.*

To założywszy, w trójkącie prostokątnym CDB, szukam kąta CBD, który gdy będzie znaleziony, pokaże oraz kąt żądany C; do znalezienia zaś kąta CBD, układam tę proporcya (299), $BC : CD :: P : wst. CBD$; to iest, $64 : 48,34 :: P : wst. CBD$; a działając przez logarytmy, będzie

Log.

Log. 4 ^o .34	- - -	1,6843066. -
Log. promienia	- - -	10,.....
Dopeln. Arytm. log. 64	-	8,1938200.

Summa albo Log. *wst.* CBD 19.8782166.

Któreinu w tablicach odpowiada : 49^o3';

Więc kąt C, będzie od 40^o57'.

309. *W każdym trójkącie prostokryślnym, summa dwóch boków, ma się do ich różnicy, iak styczna połowy summy dwóch kątów naprzeciw tym bokóm położonych, ma się do styczney połowy ich różnicy.*

Albowiem podług tego co sie rzekło (303) (fig. 156), mieć będzie *figura* 156.
proporcya, $AB : \text{wst. } C :: AC : \text{wst. } B$;

więc (97) $AB + AC : AB - AC :: \text{wst. } C + \text{wst. } B : \text{wst. } C - \text{wst. } B$; lecz (288) $\text{wst. } C + \text{wst. } B : \text{wst. } C - \text{wst. } B$;

$B :: \text{stycz. } \frac{C+B}{2} : \text{stycz. } \frac{C-B}{2}$; więc

$AB + AC : AB - AC :: \text{stycz. } \frac{C+B}{2}$

$: \text{stycz. } \frac{C-B}{2}$.

310. To podanie, służy do rozwiązywania trójkąta w którym są wiadome dwa boki; i kąt między niemi zawarty. Albowiem mając np. wiadomy kąt A, będzie także wiadoma summa dwóch kątów B i C, od-

odjąwszy kąt A od 180° . Przeto wzięwszy połowę reszty, wynikającej z takowego odjęcia, i szukając w tablicach tryczney odpowiadającej tym stopniom, mieć będziesz w proporcyi dopiero dowiedzioney, (biorąc z dwoma bokami AB , AC wiadomemi) trzy wyrazy wiadome; więc czwarty łatwo wyrachować potrafiś, który pokaże połowę różnicy dwóch kątów B i C . Natenczas mając wiadomą połowę summy, i połowę różnicy tych kątów, znaydziesz większy z nich (305), dodając połowę różnicy, do połowy summy, a mniejszy mieć będziesz, odjąwszy połowę różnicy, od połowy summy. Naostatek przy pomocy tych dwóch kątów, łatwo wyrachujesz bok trzeci, przez podanie (303).

P R Z Y K Ł A D.

Daymy że bok AB jest 142 ft. bok AC od 120, i kąt A od 48° ; jest zadano, wyznaleśdź kąty C , B , i bok BC .

Odeymuię 48° od 180° zostaią mi 132° to jest summa dwóch kątów C i B ; a zatem połowa ich będzie 66.

Układam tę proporcją: $142 \div 120 : 142 -$
 $C - B$
 $120 :: \text{stycz. } 66^\circ; \text{ stycz. } \frac{\quad}{2}; \text{ albo } 262 : 22$

$\therefore$ *stycz.* 66² : *stycz.* $\frac{C-B}{2}$; działając przez

logarytmy, będzie

Log. *stycz.* 66² - - - - - 10,3514169.

Log. 22 - - - - - 1,3424227.

Dopeł: Arytm. log. 262 - - - 7,5816987.

Summa alio Log. *stycz.* połowy różnicy, 19,2755383.

Któremu w tablicach odpowiada 10²41'

Tę połowę różnicy dodawszy do połowy summy 66²; i od tejże połowy summy, też połowę różnicy odjąwszy, mieć będziesz, iak następuje.

$$\begin{array}{r} 66^2 0' \\ 10^2 41' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 66^2 0' \\ 10^2 41' \\ \hline \end{array}$$

Kąt C. 76²41'

Kąt B. 55²19'

Naostatek dla wynalezienia boku BC, ułóż tę proporcją, *wst.* C : AB :: *wst.* A : BC; to jest *wst.* od 76²41' : 142 *st.* :: *wst.* 48². BC.

Odbywszy działanie iak w poprzedzających przykładach, znajdziesz wartość linii BC, 108,4 *st.*

311. Te są sposoby, których użyć można do rozwiązania kątów: teraz następują niektóre przykłady, przystósowane do figur nieco zawilższych.

312. *Daemy że C i D (fig. 157), są dwa* *figura*
mieysca do których przyliżyc się niemożna, a 157.
iednak odległość zmierzyc potrzeba.

Zmierzyż nayprzód podstawę AB, z której końców widzieć możesz oba mieysca C i D. Z punktu A, naznaczysz kąty CAB, DAB, uczynione przez linie AC, AD, z linią AB; zmyśliwszy sobie linie AC i AD do punktów C i D wyciągnięte, z punktu B uważyż podobnież kąty CBA i DBA.

To

To założywszy, w trójkącie CBA masz wiadome dwa kąty CAB, CBA i bok AB; możesz więc wyrachować bok AC, podług przepisu (303). Podobnież w trójkącie ADB, masz wiadome dwa kąty DAB, DBA i bok AB, więc na tymże samym fundamencie, znajdziesz bok AD. Natenczas zmyśliwszy sobie linią CD, mieć będziesz trójkąt CAD, w którym masz wiadome dwa boki AC i AD dopiero wyrachowane, i kąt między niemi zawarty CAD, który jest różnicą między dwoma zmierzonymi kątami CAB, DAB; więc podług (310) wyrachować możesz bok CD.

313. Tymże sposobem da się wynaleśdź kieronek linii CD, choćby zbliżyć się do niej niemożna było; albowiem w tymże trójkącie CAD, wyrachować można kąt ACD, który czyni linią AC z linią CD; zmyśliwszy sobie zaś przez punkt C linią CZ, linii AB równoległą, jest wiadomo, iż kąt ACZ jest spełnieniem kąta CAB, z przyczyny równoległych (40); więc wzięwszy różnicę między wiadomym kątem ACZ i wyrachowanym ACD, mieć będziesz kąt DCZ, uczyniony przez CD z linią CZ, albo iey równoległą AB; a iako AB da się bardzo łatwo nakierować, tak też niemniej łatwo da się wynaleśdź kieronek linii CD.

314. Obiecaliśmy mówiąc o liniach, iż podany sposób *wynalezienia różnych punktów kierunku, gdy się znajdują takie przeskody, że od jednego punktu do drugiego widzieć niemożna*; w tym tedy razie postąpić obie można iak następuje.

figura

158.

Obierz sobie punkt C (fig. 158), na boku linii AB o którą rzecz idzie, z którego byś oba końce A i B mógł widzieć; zmierzysz odległość AC i CB, bądźto prostym sposobem, bądź też robiąc trójkąty, w których

rychby te linie były bokami, i które wyrachować można iak w poprzedzającym przykładzie.

Natenczas w trójkącie ACB, mieć będziesz wiadome dwa boki AC i CB. i kąt ACB zawarty między niemi; to mając wynaydziesz kąt BAC podług sposobu podanego (310).

Dalej w upodobanym kierunku CD, rozkażesz wytknąć kilka kółków, i zmierzysz kąt ACD, w trójkącie ACD, mieć będziesz wiadomy bok AC, i dwa kąty A, i ACD: możesz więc (304) wyrachować bok CD; potem w kierunku CD, każesz zatykać kołki, aż przebieżysz długość równą długości wyrachowanej; a tak punkt D. gdzie się zastanowisz, będzie się znajdował na linii przechodzącej przez dwa punkta A i B.

315. Gdybyś niemógł znaleźć takiego punktu C, z którego byś mógł widzieć razem oba punkta A i B, postąpił sobie w następujący sposób.

Szukaj punktu C, (fig. 159), z którego byś *figura* mógł widzieć punkt B, i drugiego punktu 159. E, z którego byś widział punkt A i punkt C. Potem zmierzysz, lub wynalazłszy którym z poprzedzających sposobów odległości AE, EC i CB, z punktu E, uważysz kąt AEC, iako też z punktu C kąt ECB. To założysz, w trójkącie AEC, mając wiadome dwa boki AE, EC, i kąt między niemi zawarty AEC, sposobem przepisanym (310), wyrachować można bok AC i kąt ECA; odjąwszy kąt ECA, od kąta zmierzzonego ECB, wypadnie ci kąt ACB; a ponieważ wyrachowałeś AC, i linią CB masz wymiersoną, przeto działanie wypadnie na poprzedzające, iak gdyby dwa punkta A i B były widzialne z punktu C: dla tego, tymże samym sposobem, dokończysz działania twego.

figura 316. Spóżyżrawszy na figurę 160, łatwo 160. zrozumieć można, iakby sobie postąpić należało, chcąc założyć działobitnię na przedłużeniu zastony AB (*courtine*).

317. *Zmierzyć wysokość której spód jest niedostępny.* np. wysokość góry (fig. 161).

161. Odmierzysz na ziemi podstawę FG, taką iż z iej końców mógłbys widzieć punkt A, którego wysokości szukasz; potem przez katomiar którego wysokość wyrażają linie BF, i CG, wezmiesz kąty ABC, ACB, iakie czynią z podstawą BC, linie BA i CA zmysłone od punktów B i C do punktu A; na iednym stanowisku np. w C ustanowijsz narzędzie, iak uczyniłeś w przykładzie na 146, i zmierzysz kąt ACD, który wskazuje nachylenie linii AC względem poziomu; natenczas w trójkącie ACB, mając wiadome dwa kąty ABC, ACB, i bok BC, łatwo wyrachujesz bok AC (304); w trójkącie zaś ADC, w którym ci teraz jest wiadomy bok AC, tudzież kąt zmierzony ACD, i kąt D prosty, ponieważ AD jest wysokością prostopadłą, łatwo wyrachujesz linią AD, i mieć będziesz wysokość punktu A nad punkt C. Jeżeli potem zechcesz dóysźć wysokości punktu A nad punkt B, albo nad którykolwiek inny punkt okoliczny, niepotrzeba więcej, tylko *wziąć pod równowagę* (*libellare*) dwa punkta C i B, albo znaleźć różnicę między ich wysokością; o czém niżej mówić się będzie.

figura 318. A, B, C, (fig. 162) są trzy punkta 162. wiadome, to jest których odległości i kąty iakie czynią, są wiadome; *Zewnątrsz* tych trzech punktów, trzeba mi założyć działobitnię, ale tak, ażeby z punktu D, gdzie będzie założona, widzieć można AB, pod kątem wiadomym, i BC także pod kątem wiadomym; wynika
py-

pytanie, iakby wynaleść położenie punktu *D*?

Zmyśl sobie koło, którego okrąg przechodzi przez trzy punkta *A, C, D*, tudzież linią prosta *DBE*, i dwie cięciwy *AE* i *CE*.

W trójkącie *AEC*, masz wiadomy bok *AC*, kąt *EAC*, równy kątowi *EDC*, i kąt *ECA*, równy kątowi *EDA*, możesz więc wyrachować *EC* i *EA*. (304).

W trójkącie *EBC* masz wiadome *EC*, *BC*, i kąt *ECB*, złożony z *ECA*, równego kątowi *EDA*, i z kąta *ACB* wiadomego; możesz więc (310) wyrachować kąt *CBE*, którego spełnieniem jest *CBD*.

Natenczas w trójkącie *CBD*, w którym masz wiadome linią *CB*, kąt *CBD*, i kąt *BDC*, łatwo wynaydziesz linią *DC*. W wyrachowaniu linii *AD*, postąpić obie tymże sposobem. przy pomocy trójkątów *AEC*, *ABE*, i *ABD*.

Jeżeliby summa dwóch zmierzonych kątów *ADB*, *BDC* była równa kątowi *ABC*, albo jego spełnieniu, w takimym razie zagadnienie zo stałoby nieokreślone, to jest nie skończoney liczbie rozwiązań podlegające; i natenczas punkt *B* znajdowałby się na okręgu.

319. Pomiędzy przykładami, które sobie, do ćwiczenia się w rachunkach trygonometrycznych, obrać mogą poczynający, za pożyteczną rzecz sądzimy wskazać im rachubę linii i kątów boku fortyfikacyi regularney; np. w pięciorożniku narysowanym podobług pierwszego sposobu *Wobana*.

Bok zewnętrzny *AB* (fig. 163), rozumieć figuramy bydz od 180 *sqz*; prostopadłą *CD* od 30 ¹⁶³ *sqz*; czoła narożników *AE*, *BF* od 50 *sqz*. Szerokość rowu *AG* (fosse), naprzeciw narożnego kąta, albo promień zaokrąglenia przeciwkarpy, od 18 *sqz*; linią główną *HI* pół-
xię-

xiężycyca od 55 sążni; odległość ET od ramiennego kąta do T, gdzie przytyka przedłużone czoło półksiężycyca QI, od 3 sąż.

Natenczas trójkąt ACD prostokątny w C, w którym linie AC i CD są wiadome, da poznać kąty DAC, ADC, przez podany sposób (300), bok zaś AD, przez podanie (166); mając wiadomy kąt DAC, mieć będziesz iemu równe DBC, ELK, i KL; z tegoż kąta DAC, przystrośowanego do połowy kąta wewnętrznego pięciorożnikowego, wnieść sobie można połowę kąta narożnego VAE.

Liniją AD i AE mając wiadomą, mieć będziesz DE i oney równą DF; a zatem w trójkącie ADF, gdzie masz wiadomą AD i DF i kąt ADF, to jest podwójny kąta ADC, wyrachujesz podług (310) kąty DFA, DAF, i bok AF; a ponieważ w tém nakryśleniu, trójkąt AFL jest równoramienny, przy pomocy trójkąta LAF, łatwo mieć będziesz dwa kąty ALF, i AFL. Do pierwszego z tych dwóch kątów, dodawszy kąt KLE równy kątowi DAC, dójdiesz kąta skrzydelnego KLF. Odiąwszy zaś od kąta AFL, kąt wyrachowany AFD, mieć będziesz KFL, którego spełnienie LFB, jest kątem ramiennym.

Jeżeli od linii AL, równey linii AF wyrachowaney odéymiesz AD, mieć będziesz DL; trójkąty zaś sobie podobne ADB, KDL, dadzą ci KL to jest zaślone.

W trójkącie KLF, w którym są wiadome wszystkie kąty i bok KL, łatwo wyrachujesz KF i LF (304).

Od KF odiąwszy FD, mieć będziesz KD; a zatem w prostokątnym trójkącie KMD, gdzie KM i KD są ci wiadome, wynavdziesz linią MD (166); więc mieć będziesz i linią MC.

W trójkącie AOC, (zmyśliwszy sobie że O jest środkiem wielorożnika) masz wiadomą linią AC i kąty; łatwo tedy wyrachujesz linie AO, i OC (299) i (300).

W trójkącie prostokątnym AGF, gdzie masz wiadomą linią AG i AF, dójdziesz kąta FAG (299) który dodany do FAD i DAO iako wiadomych, da ci spełnienie kąta GAN.

Mieć tedy będziesz GAN, i dopełnienie jego ANG, albo ONH, skąd przez trójkąt ONH, w którym kąt NOH jest wiadomy, łatwo będzie można wyrachować kąt NHO, a zatem spełnienie jego QHl.

W trójkącie prostokątnym NAG wynadziej bez trudności linią NA; a zatem mieć będziesz linią NO w trójkącie ONH, w którym mając wiadome kąty, wyrachujesz linią OH. Mieć tedy znowu będziesz CH, a iako HI jest ci wiadoma, tak tém samém i CI staie się wiadomą. Przydawszy CI do CD, mieć będziesz DI w trójkącie TDI, gdzie mając wiadomą TD albo DE + ET, i kąt DTI, wynadziej kąt DIT (310) albo HIQ w trójkącie HIQ, w którym jest wiadoma linia HI, i kąt QHI. Skąd też łatwo znależdź potrafiłz w trójkącie QHI, półszyiek (demi-gorge) i czoło QI półkieżyca QIP.

O użyciu Trygonometryji w rozmiarach i robieniu Mapp.

319. **U**miejętność ryfowania Mapp na tém zawisła, ażeby na papierze ustawić punkta, któreby tak były między sobą położone, iak

Tom: I.

S

fa

są położone na polu przedmioty, które mają być oznaczone przez ten punkt. Rozumiemy się natenczas, iż wszystkie przedmioty o które rzecz idzie, są na téż samej równi poziomej; lecz gdyby nie były, tak że działania użyte do wynalezienia położenia takich przedmiotów, niewszystkie były przedsięwzięte na równi poziomej, albo przynajmniej mało lub niepoziomej, w tym razie przed rysowaniem Mappy, trzeba by te położenia przywieść do tego stanu, w jakimby się znajdowały, gdyby działania na równi poziomej były wykonane. Opiszemy naprzód jak sobie postąpić trzeba, gdy działania są odprawione na równi poziomej, albo do tego stanu już przywiezione; a potem podamy sposób, jak je przywieść do tego stanu.

Niech będzie A,B,C,D,E,F,G,H, figura I,K (fig. 164) kilka przedmiotów
 164. znacznych, których położenia względem siebie mają być w rysunku oznaczone.

Narysujesz na papierze zgrubsza takowe przedmioty, w położeniach jakie

jakie zdadzą się bydź na oko; tym końcem udaż się na różne miéysca, gdzie potrzeba wyciąga, ażebyś mógł wziąć letkie poznanie tych przedmiotów; ten piérwszy rysunek albo *raptularz* (*croquis, brouillon*) służyć ci będzie, do ułożenia porządku działań następuiących.

Zmiérzysz podstawę AB , któręv długość ma bydź proporcjonalna dalekości przedmiotów nayodlegléyszich, a widzialnych z końców téy podstawy, która oraz ma bydź taka, aby z tych końców ięv, ile bydź może iak naywięcéy przedmiotów do-
 Źrzeć się dało; natenczas z punktu A , odmiérzysz kątomiarém kąty EAB , FAB , GAB , CAB , DAB , uczynione przez podstawę AB , i przez linie zmyślone od punktu A do przedmiotów E, F, G, C, D , które rozumieią się bydź widzialnémi końców podstawy A i B ; podobnież z punktu B , zmiérzysz kąty EBA , FBA , GBA , CBA , DBA , uczynione przez podstawę AB , i przez linie zmyślone od punktu B , do tychże przedmiotów co wyżęv.

Jeżeli się znayduią iakowe przedmioty iakoto H, I , któreby z koń-

ców A i B, widzieć się nie dały, w tym razie trzeba się przenieść na dwa miéysca upatrzone np. E i F, z których przedmioty H, I, widzieć się dadzą; dopiero wzięwszy za podstawę linią EF, pomierzysz kąty HEF, IEF, HFE, IFE, uczynione przez tę nową podstawę i przez linie zmyślane od iéy końców do przedmiotów H, I. Naostatek, jeżeli jest jeszcze jakie miéysce iakoto K, którego ani z końców podstawy AB, ani z EF, widzieć niemogłes, musisz sobie znowu obrać, iaką inną linią za podstawę, iakoto FG, łączącą dwa punkta spomiędzy dopiero uważonych; z końców téy podstawy, podobnymże sposobém iak wyżej, zmierzysz kąty KFG, KGF.

To za fundament położywszy, w trójkątach ACB, ADB, AEB, AFB, AGB, w każdym z nich, bok AB, i dwa kąty bokowi temu przyległe mając wiadome, łatwo podług (304) wyrachować potrafisz dwa inne boki.

Co się tycze trójkątów HEF, IEF; ponieważ na linii EF tylko kąty były wymiérzone, trzeba zacząć od wyrachowania téyże linii EF, a to przy pomocy

mocy trójkąta EAF, gdzie małz wiadomy kąt EAF, który jest różnicą dwóch kątów uważonych EAB, FAB, i boki AE, AF, wynalezione poprzedzającym rachunkiem; więc na fundamencie (310) łatwo wynaléśdź możesz linią EF. A tak w każdym z trójkątów HEF, IEF, wiadome mieć będzieś bok EF, i dwa kąty iemu przyległe, wyrachujesz tedy drugie dwa boki, sposobem który dopiéro opisaaliśmy do pierwszych; z trójkątem KFG, podobnie obéydziesz się.

Takowe rachunki odprawiwszy wyciągniesz na papierze (fig. 16)  linią *ab*, i dasz iey tyle części wziętych na podziałce, umiarkowaney do wielkości ryfunku, ileś znalazł sążni lub stóp w linii AB; chcąc potem naznaczyć, bądź którykolwiek punkt widziany z końców podstawy A i B, np. punkt E, wezmiesz na podziałce tyle części, ile ci wypadło z rachunku sążni lub stóp na linią AE, i z punktu *a* iako ze środka, promieniem *ae* równym liczbie takowych części, narysuiesz luk.

Wezmiesz podobnie na podziałce tyle części, ileś znalazł sążniów
S 3
lub

lub stóp w linii BE, i z punktu *b* iako ze środka, promiieniem równym téy liczbie części, narysujesz łuk, który przetnie łuk narysowany promiieniem *ae* w punkcie *e*, i naznaczy ci położenie punktu *e* względem *ab*, podobne położeniu E, względem linii AB; przez to albo-
wiem wykryślenie, trójkąt *ae b* dostaie boki proporcjonalne bokom trójkąta AEB. więc iest mu podobny; tymże samym sposobem dalej sobie postąpiż. mając oznaczyć punkta *f, g, c, d*, odpowiadające punktom E, G, C, D.

• Co się tycze punktów *h, i, k*, mających oznaczać przedmioty H, I, K, które z punktów A i B, bydz widziane niemogły; punkta *e, f, g*, naznaczywszy, iakośmy dopiero powiedzieli, linie *ef, fg*, służyć będą za podstawy, iak linia *ab*, służyła do wynalezienia punktów *c, d, e, f, g*; działanie zatem wychodzi na to, ażeby z punktów *e, f*, iako ze środków, i promieniami *he, hf*, które tyle zawierają w sobie części wziętych na podziałce, ileś przez rachunek w liniach HE i HF wynalazł sążni albo

bo stóp, ażeby mówię z tych punktów narysować dwa łuki, których przecięcie h , będzie oznaczało punkt H ; toż i o innych ma się rozumieć. A tak figura na papierze narysowana, będzie podobna figurze wymiersonej na polu (128), iako składająca się z téżże liczby trójkątów podobnych iedne drugim, i podobnie położonych.

Niezoftanie tedy nic więcéy, tylko w każdym z tych punktów naznaczyć uważone przedmioty, punkta zaś pośrednie pomiędzy temi przedmiotami, na których nietak wiele zależy, naznaczaia się sposobami, o których niżej.

Trzeba tu ieszcze uważyc, iż ponieważ ten sposób służyć ma do naznaczenia główniejszych i fundamentalnych punktów rysunku, przeto lepiej będzie używać katomiaru z perspektywą, aniżeli z celownikami.

O

Sposobie przemienienia kątów, uważonych na równiach nachylonych ku poziomowi, w kąty, któreby wypa-
ły,

dły, gdyby przedmioty były położone na równi poziomej.

320. **K**iedy w działaniach poprzędzających, przedmioty niezaydują się wszystkie położone na téjże równi poziomej, nim zechcesz zrobić ryfunek mający wyrażać te przedmioty, trzeba wprzód przywieśdź kąty do takiej wartości iakaby miały, gdyby te wszystkie punkta znaydowały się na iednójże równi poziomej; to zaś wykonać można następującym sposobem.

figura
165.

Niechay będą A, B, C (fig. 165) trzy punkta różnie podniesione nad poziom, i którychby wysokość iedne naprzeciw drugim były AD, BF, CE, tak żeby FDE, była równia pozioma; zmierzylesz kąt BAC; lecz ponieważ równia na którą takowe przedmioty mają bydź przeniesione, jest FDE, trzeba sobie zmyślicz iż B, jest położone w F, A, w D, a C w E; jest więc zadano wynaléśdź kąt FDE.

Na stanowisku obranym do wymiérzenia kąta BAC, zmierzysz także kąty BAD, CAD, uczynione przez promienie célujące AB, AC,

z pionem zawieszonym w punkcie A; co wykonałz podług przepisu, należącego, do fig. 146, w przykładzie I. na karcie 252.

To założywszy, zmyślmý sobie, iż linie AB i AC, przedłużone iezli potrzeba, w punktach G i I schodzą się z poziomą równią; w trójkątach ADG, ADI, prostokątnych w D, iezeli AD wezmiesz za promień tablicy, DG i DI będą stycznými uważonych kątów GAD, i IAD; AG zaś i AI, będą siecznými; przeto wzięwszy w tablicach, sieczne i styczne kątów GAD i IAD, będziesz miał wiadome ^{1^{od}} w trójkącie GAI, boki GA i AI, i kąt uważony GAI, przeto będziesz mógł wyrachować bok GI, podług przepisu (310). ^{2^{re}} W trójkącie GDI, będziesz miał wiadome boki GD i DI, iako téż bok GI dopiero wyrachowany; więc podług (308) wynaydziesz także kąt GDI.

Podobnym sposobem, będzie należało postąpić sobie, chcąc przemięnić kąt uważony w punkcie B; a gdy w trójkącie iakowym, przemięniłz dwa kąty, niema potrzeby używać

wać podobnego rachunku do wyznaczenia trzeciego kąta; bo mając wiadome dwa, tém samém będzie wiadomy i trzeci.

Kąty przemięniwszy, łatwo przemienić będzie i odległości, albo tylko jedną z nich, (dosyć albowiem jest do każdego trójkąta na jedną).

Jakóż, zmyśliwszy sobie linią poziomą BO, w trójkącie BAO, prostokątnym w O, linia BA wymierzona będąc, jest ci wiadoma, tudzież kąt prosty, i kąt BAO; więc (299) łatwo mieć będziesz BO, albo FO.

P R Z Y K Ł A D.

Niech będzie znaleziony kąt BAC od $62^{\circ}37'$, kąt BAD od $88^{\circ}5'$, i kąt CAD od $78^{\circ}17'$.

Szukam w tablicach, siecznych i stycznych kątów BAD i CAD, i znajdę iak następuje, opuszczwszy trzy ostatnie dziesiątne.

Siecz. od $88^{\circ}5'$ albo AG 29,90.

Siecz. od $78^{\circ}17'$ albo AI 4,92.

Stycz. od $88^{\circ}5'$ albo DG 29,88.

Stycz. od $78^{\circ}17'$ albo DI 4,82.

Natenczas w trójkącie AGI, wyrachnię (310) półrożnicy między dwoma kątami AGI, AIG, przez tę proporcya $AG + AI : AG - AI ::$ stycz. $58^{\circ}41'$ połowy summy tych dwóch kątów, do czwartego wyrazu; znajdę więc na tę połowę różnicy, $49^{\circ}42'$, co daje kąt AGI od $8^{\circ}59'$; a zatem znajdę także (304) linią GI od 27,98.

Mając wiadome trzy boki DG, DI, GI, wy-
należy się (308) kąt GDI od 62° 27'.

Gdyby tablice których używa się, nie mia-
ły w sobie fieżnych, możnaby je sobie ła-
two wynaléśdź na fundamencie podanych
spósobów (282),

*O sposobach, którými w robiéniu
Mapp można zastąpić
Trygonometrię.*

321. **U**żywanie rachunków trygo-
nometrycznych, w robié-
niu Mapp, nieieft nieuchronne, chy-
ba natenczas, gdy punkta gównie
tego miéysca które ma bydź prze-
niezione na mapę, są położone w
dość znaczney odległości, iedne od
drugich.

Lecz gdy odległości są mierne,
zmiérzywszy podstawę i kąty uwa-
żywszy, iako się wyżej rzekło (319),
zamiast obrachówania tróykątów, dla
zrobiénia podobnych na papierze
przy pomocy boków wyrachowa-
nych, i podług podziałki rysunku
uproporcjonowanych, zamiast mó-
wić obrachówania tych tróykątów,
robić się zwykły tróykąty podobne,
przy pomocy samych tylko uważo-
nych kątów, a to iak następuje.

Ten

Ten sposób, nie jest tak doskonały jak poprzedzający, z przyczyny że przenośnik, albo w powszechności powiedziawszy, że narzędzie którego używamy, do robienia na papierze kątów równych kątów uważonym na polu, nie może mieć tylko dość mały promień, a zatem w robieniu takowych kątów, niemożna użyć téj dokładności, co w odmierzeniu na podziałce wartości, która z rachunku wypadła na boki tych trójkątów.

Lecz ponieważ pospolicie, rzadko tak wielkiey dokładności potrzebować się zwykło, i że nadto ten sposób przeniesienia na papier kątów, jest daleko prędzsy, przeto też ma być poczytany za wygodniejszy, i dostarczająco doskonały. Podług niego tedy (fig. 164) wyciągniesz linią ab , która tyle części wziętych na podziałce ryfunku, ma w sobie zawierać, ileś w linii AB miar znalazł. Potem na końcach a, b , porobisz kąty eab, eba, fab, fba . i. t. d. równe kątóm uważonym EAB, EBA, FAB, FBA , i. t. d. które czyniły z podstawą AB , przedmioty widziane z punktów A i B . Złączywszy dalej punkta e, f , linią prostą ef , z końców téj linii znówu jako z podstawy, porobisz kąty równe tym, któreś uważył z dwóch punktów E i F , i. t. d.

322. Można także bez rachunku trygonometrycznego obéyśdź się, w przemianie na kąty poziémne tych ką-

kątów, które na równiach ku poziomowi nachylonych były wymiérzone, a to w następujący sposób.

Na fundamencie tychże samych uwag, które podaliśmy (320) do figury 165, z punktu *figura*
 A (fig. 166) linii któreykolwiek AD, zro- 165.
 bisz kąty DAG, DAI, równe kątom piono- 166.
 wym uważonym DAG i DAI w figurze 165;
 z punktu któregokolwiek D (fig. 166) wy-
 ciągniesz linią IDG prostopadłą na AD, nieo-
 kreślonej długości. Z punktu A poprowadzisz
 linią AM, którą z linią AI czyniła kąt
 IAM, równy kątowi BAC, który masz prze-
 miénąć; a zrobiwszy AM równą linii AG,
 wyciągniesz linią IM. Potem z punktu I
 jako ze środka, promieniem IM, tudzież z
 punktu D promieniem DG, narysuiesz dwa łuki
 przecinające się w O; kąt IDO będzie
 kątem żądanym.

O

*Kompasie magnesowym (acus magnetica) i onego użyciu, do oznaczenia
 mniey istotnych części w rysunku.*

323. **N**ayglównieyszą sztuką w kom-
 pasie magnesowym, jest ma-
 gnesowa igielka (fig. 167), środkiem *figura*
 swoim załadzona na walczyku, na 167.
 którym ma ruch zupełnie wolny.
 Ta igielka, jest zamknięta w puszce
 drewnianej albo mosiężnej. Na
 wewnętrznym brzegu téj puszki, są
 na-

naznaczone 360 stopniów, ku brzegowi zaś zewnętrznemu, na przedziałach 180 i 360 stopniów, albo też równoległe linii przez te dwa przedziały przechodzący, załazią się celowniki.

324. Użycie kompasu magnetycznego, funduje się na właściwości igielki magnetycznej, która zawsze w jednym położeniu zostaje, albo do tego położenia nazad powraca, bywłszy od niego oddaloną, (przynajmniej na tymże samym miejscu, i przez dość długi przeciąg czasu). Skąd idzie że obróciwszy puszkę z kompasem, można sądzić o wiele jest obrócona, przyrównawszy punkt któremu igielka odpowiada, do punktu któremu odpowiadała z początku.

325. Pospolicie kompas magnetyczny, zwykł przytwierdzać się na kątomiarze, nie żeby tego narzędzia miejsce zastępował, ale żeby przedeń dać należyte położenie przedmiotom, to jest ażeby wynależdź (z różnicą około na pół stopnia) położenie ich, naprzeciw czterech głównych punktów krajo-
wych świata, albo też tylko naprze-
ciw

ciw północy i południa, z którymi igielka magnelowa, w iednymże miéyfcu, ftatecznie iedenże kąt czyni, przynaymniéy przez przeciąg czafu iednego roku.

326. Tego kompasu iefť toż famo użycie, co i kątomiaru, to iefť do miérzenia kątów; lecz że wiele przy czyn niedozwala, dać igielce znaczną długość, podziały ftopniów wypadaia w narzędziu bardzo fzczupie, dla czego na niém kąty niedaia się tak doftkonale miérzyć, iak na kątomiarze; przeto téż kompasu używać się niezwykło, tylko do oznaczenia na Mappie punktów mniéy-fzey wagi, na którą główniéyfe przedmioty iuż były przeniefione poprzedzaiącemi fpofobami.

327. Daymy tedy iż wymiérzyć i na papier przenieść potrzeba np. bieg rzeki iakiéy; w nayznaczniéyzych zakrętach pozatykaſz kołki A,B,C,D,E,F, (fig. 168); poſta- *figura*
wiwfzy kompas w punkcie A, tak aby cé- 168.
lowniki były połozone w kierunku AB, uważyſz iaka iefť liczba ftopniów, między liniia AB i między kierónkiem igielki; to zrobwiſz odmiérzyſz liniia AB. Poſtawiſz potém kompas w punkcie B, celowniki wyceluietſz wzdułż lini BC, i podobnież uważyſz kąt uczyniony przez liniia BC i liniia kierónku igielki BN; liniia kierónku BN, iefť
piér-

pierwswemu kierónkowi AN równoległa; zmierzysz daley BC, i w każdym zakręcie odprawisz działania tym podobne. W ten sposób odmierzywszy wszystkie kąty i odległości, przeniesiesz je na papier iak następuie.

figura Punkt *a* (fig. 169) mający oznaczać A, obie-
169. rzetż sobie do upodobania, i wyciągniesz linią *an*, skazującą kierónek igielki magnesowey. W punkcie *a*, przy pomocy przenośnika, zrobisz kąt *nab*, równy kątowi uważonemu NAB, a linii *ab*, dasz tyle części wziętych na podziałce rysunku, ile na linii AB miar znalazłeś. Z punktu *b* wyciągniesz linią *bn*, linii *an* równoległą, i zrobisz kąt *nbc*, równy uważonemu kątowi NBC, a linii *bc* dasz tyle części wziętych na podziałce, wiele w linii BC miar znalazłeś. Tymże sposobem z wszystkiemi innemi punktami postąpisz sobie; nakoniec pośrzednie części, podług oka odkryślisz.

Co się powiedziało o zakrętach rzeki, oczywiście do zakrętów drogi, obwodu lasu, iesziora, i. t. d. przytósować daie się.

O Stoliku (mensula) i iego użyciu, do robiénia Mapp.

328. **J**est ieszcze ieden sposób mierzenia; a ten tém wygodniejszy, im mniej przygotowania potrzebuący, i przez który uważając różne punkta, iakich położenia są mi potrzebne, razém je i na rysunku znaczę niespuszczając ich z oczu. Narzędzie do tego
flu-

flużące, iest wyobrażone w figurze 170. ABCD iest Stolik od 16 do 18 calów długości, i tyleż prawie szerokości mający, ustanowiony na nogach tak iak kątomiar. Na tym Stolicu narządza się arkusz papieru, przy pomocy ram umyślnie do tego znaydujących się. LM iest liniał, opatrzony celownikami, na obu końcach liniału umocnionemi, w kierunku równoległym, krawędziom tegoż liniału.

Chcąc użyć tego narzędzia to iest Stolika do wymiérzenia płazczwzny pola iakiego; obierz sobie podstawę mn , iak w działaniach poprzedzających; ustanowiwszy nogę narzędzia w m , każ zatknąć kolek w n . To zrobiwszy, przyłóż liniał czyli prawidło LM na papier, w tym kierunku żebyś przez celowniki mógł widzieć kolek n ; natenczas wzdłuż liniału wyciągniesz linią EF, której daśz tyle części wziętych na podziałce, wiele znalazłś miar, między punktem E z któregoś naprzód uważał, i punktem f , skąd na drugim stanowisku uważać będziesz. Potem około punktu E póty obracay

piątym sposobem naznaczyś punkt *d*. W punkcie *D* ustanowisz stolik, i dasz mu taki kieronek, iak będzie niżej opisano; natenczas wycelujesz celowniki w kierunku *a* *A*, a potem w kierunku *b* *B*, i w każdym z tych kierunków wyciągnąwszy linią wzdłuż prawidła, przecięcie *d*, naznaczy ci położenie punktu *D*, względem przedmiotów *A*, *B*, *C*. Można jeszcze doświadczyć tego wynalezionego położenia, dawszy celownikom kieronek *Ct*, i uważając jeżeli ta linia przedłużona, przechodzi także przez punkt *d*.

330. Pospolicie na mappie znaczyć się zwykły kieronek igielki magnesowey, do czego jest w używaniu kompas kształtu prostokątnego, iak w fig. 172, który ma szerokości *figura* około na $\frac{1}{3}$ swoiey długości; w po- 172. środku dna narzędziowego daie się wyryta linia, równoległa podłużonemu bokowi puszki, na której umocniony czopeczek nosi igielkę.

Zeby naznaczyć na rysunku kieronek igielki magnesowey; prawidło przykłada się na Stolik w kierunku dwóch przedmiotów na Mappie naznaczonych, i tak ażeby wyrażenie tych przedmiotów na rysunku, wpadało w kieronek samychże przedmiotów; natenczas stawia się na stoliku kompas, i pót obraca się, aż igielka w puszcze zaстанowi się na linii północney, i południowey, to jest na linii, przez pośrodek dna puszki przechodzącej; naostatek podług kierunku podłużnego boku puszki, rysuje się linia, która skazować będzie kieronek igielki magnesowey.

331. Odwrotnie, gdy kieronek igielki magnetyczney jest naznaczony na mappie, żeby takową mappę, lub stolik ustanowić w tém położeniu, iakie mają przedmioty na ziemi; nie trzeba więcey, tylko zgodzić linią północną i południową na Mappie naznaczoną, z linią północną i południową kompasu.

332. Zamiast żeby wynajdować położenie przedmiotów z dwóch stanowisk iakośmy w figurze 170 opitali, częstokroć na jedném stanowisku przedstawiać się zwykło; ale naten-
 figura 170. czas zmierzyć trzeba odległość od stolika do każdego przedmiotu, i w częściach wziętych na podziałce, naznaczyć ją wzdłuż linii wy-celowanę do tego przedmiotu.

O Cwierciokręgu (quadrans).

333. **L**ubo *Cwierciokrąg* o którym mówić mamy w tém miéyscu, z Trygonometrią ani z robieniem Mapp, niema żadnego związku, jednakże między narzędziami do mierzenia kątów służącemi, niemniéy położyć go umysłiliśmy.

Nazywa się w Artyleryi *Cwierciokrąg*, każde narzędzie, służące do wynalezienia stopnia nachylenia rury strzelby iakowéy; lubo niektóre z takowych narzędziów, są podzielone tylko na 45 stopniów.

Z tych, w naypospolitszém używaniu jest ćwierciokrąg ACD (fig. 173), który oprócz dwóch promi-
 figura 173. niów

niów CA, CD, i łuku AD na 90 części rozdzielonego, ma jeszcze nadto linią AB, końcowi promienia CA prostopadłą; w środku C, jest zaczepiona nić z kulą I, który użyć zaraz zobaczymy.

334. Chcąc zmierzyć nachylenie młotowca przy pomocy ćwieciokręgu, dać mu się jedno z dwóch położeń w fig. 174 i 175 wy- *figura*
rażonych; w pierwszym (fig. 174) linia AB, 174.
jest przyłożona na wylot młotowca; w dru- 175.
giem położeniu (fig. 175) kładzie się na średnicy łożyska młotowca, z osią jego równoległą; w obu położeniach, równia tego narzędzia będzie w pionowym ustawieniu, jeżeli nić z kulą, to jest pionik strychnie okraiek narzędzia.

W figurze 174 miarą nachylenia młotowca jest kąt DCI, albo łuk DI, zawarty między pionem i promieniem CD, równoległym linii AB; to albowiem nachylenie, jest dopełnieniem kąta, który czyni oś młotowca, albo jego równoległa CA, z linią pionową CI. W figurze 175, miarą nachylenia *figura*
młotowca, jest kąt ACI, który czyni pion, 175.
z promieniem CA, prostopadłym linii AB.

335. W figurach 176 i 177, widzieć można też same narzędzia podzielone tylko na 176.
45 stopniów. W położeniu wyrażonym przez 177.
figurę 176, niemożna mierzyć nachyleń młotowca niż 45 stopniów; położenie zaś oznaczone figurą 177, służy tylko do tych nachyleń, które są wyższe nad 45 stopni.

W figurze 176, kąt ACI, jest miarą nachylenia młotowca; w figurze zaś 177, miarą nachylecia, jest dopełnienie kąta ACI.

figura

178.

336. Figura 178, wyraża narzędzie które jest w użyciwaniu, do miernienia nachyleńców ośi armatnéy.

AB jest liniiał żelazny, około na 15 linii fzeroki, na 4 liniie gruby, a na 3 aż do 4 stóp długi. Na końcu ięgo B, jest utwierdzony krążek żelazny BE, któremu liniiał położony na brzegu ięgo, jest prostopadły,

Ten krążek, będący téyże saméy grubości co liniiał, daie się średnicy cokolwiek mnieyszéy, iak średnica armaty. W śrzodku jest opatrzoney dziurą, służącą do przepuszczenia powietrza, gdy narzędzie wprowadza się w kanał.

Na drugim końcu A liniiału AB, jest utwierdzony wycinek kołowy z mosiądzu, długi w promieniu na 15 calów, którego okraiek CD, jest podzielony na stopnie i półstopnie. Podział zaczyna się od końca C promienia AC, prostopadłego liniiałowi żelaznému, ciągnie się aż do 45 stopniów od C ku D, i tylko do 4, lub 5 stopniów na drugą stronę. Ze śrzodka wisi na nitce lub na włosie ołowiana kulka, dla zasłony od wiatru

tru schowana w puszce. Ta puszka jestto pudełko mosiężne długie i wąskie, obracać się mogące na szrodku A, mające ku spodowi miedziankę, której otwartość szkiełkiem prostym, albo powiększającym, jest opatrzona, żeby podział okrayka odpowiadający nitce, lepiej rozetnać można. Na dnie tego pudełka, da się postawić małe naczynko napelnione wodą, w której zatapia się kulka, żeby kołysanie iey zastanowić.

To narzędzie nie służy do wojennego użycia, ale bywa potrzebne w doświadczeniach, które wyciągają niezawodności.

! *O Równoważeniu (libellatio).*

337. **W**ielorakie doświadczenia dowodzą, że powierzchnia ziemi nie jest iak się bydyć zdaje płaska, ale krzywa, a nawet okrągła, albo przynajmniej mało co różniąca się od okrągłości. Gdy okręt płynący, poczyną ląd postrzegać przedmioty naywyżey położone, naypierwéy mu w oczy wpadają.

figura
179. Gdyby tedy ziemia była płaska, iak tylko wieża B (fig. 179) byłaby postrzeżona, tak oraz i ziemia przyległa powinna by bydź zobaczona. Ze zaś nietak dzieie się, przyczyna tego iest, iż powierzechnia ziemi DAI, względem poziomméy linii okrętu DB, coraż bardziéy nachyla się. Przeto dwa punkta D i B, mogą się pokazać, w téyże linii poziomméy DB, lubo od powierzechni ziemi, a zatém i od śróodka iéy T bardzo nierównie będą oddalone. Co *linią poziomą* nazywa się, iest linia wyciągnięta na równi, powierzechnia morza dotykaiący, albo téż tylko równoległa téy równi, która nazywa się *równią poziomą*; linia zaś *pionowa*, iest linia równi poziomméy prostopadła. Równoważyć, iestto wynaléśdź o wiele ieden przedmiot iest więcéy oddalony od śróodka ziemi, iak drugi.

338. Gdy ieden z takowych przedmiotów, będąc widziany od drugiego, pokazuje się bydź w linii poziomméy idący od tego drugiego przedmiotu, natenczas te przed-
mio-

mioty są nierówno oddalone od
 śródku ziemi. Zeby znaleźć róż-
 nice między niemi, uważać należy,
 iż odległość, w której przedmiot na
 ziemi położony, daie się dóżyć, al-
 bo przynajmnię, że odległość w
 której czynić się zwykło równowa-
 żenie, iest zawsze tak mała, iż li-
 nia DI (fig. 179) na powierzchni *figura*
 ziemi odmierzona, może być po- ^{179.}
 czytana za równą styczney DB ;
 widzieliśmy zaś (124), że styczna
 BD iest średnią proporcjonalną,
 między całą sieczną wyciągniętą z
 punktu B , i częścią zewnętrzną BI
 téż sieczney; lecz z przyczyny ma-
 łości łuku DI , sieczną przez punkt
 B , i środek T przechodzącą, można so-
 bie wystawić, iakby była równa
 średnicy, to iest iakby była dwa
 razy tak wielka iak IT , albo iak DT ;
 więc BI będzie czwartym wyrazem
 téj proporcyi, $2 DT : DI :: DI$
 $: BI$.

Daymy np. że linia DI na powierzchni
 ziemi odmierzona, iest od 1000 sążni albo
 6000 stóp; ponieważ promień ziemi iest od
 19605480 stóp, wynaydziesz linią BI przez
 tę proporcją, $39210960 : 6000 :: 6000 : BI$,
 która po odprawionym rachunku pokaże się
 być 0,91811 f. co wychodzi na 11 c. o l.

2 p; to jest ~~le~~ między dwoma przedmiotami B, D, na 1000 sążni oddalonymi, i któreby w téjże linii poziomej wydawały się, różnica BI poziomu, albo odległości od środka ziemi, jest na 111. 01. 2 p.

339. Wyrachowywajmy różnicę poziomu jak BI, łatwiej wyrachować można, te które odpowiadają niniejszej odległości, uważając iż odległości BI. *bi*, są prawie równoległe, i równe liniom DQ, Dq, które (173) są między sobą, jak kwadraty cięciw, albo łuków DI, Di; w tym albowiem razie, cięciwy i łuki, mogą być wzięte jedne za drugie. A tak chcąc wynaleźć różnicę poziomu *bi*, odpowiadającą 5000 f. ułożę tę proporcją, $6000^2 : 5000^2 :: 0,91811 : bi$, i po odprawionym rachunku znajduję - - 0.63758 f. albo 7 c. 7 l. 9 p. na szukaną różnicę;

340. Punkt B, który wydać się w téjże samej linii poziomej co punkt D, nazywa się *poziom pokazany* punktu D; punkt zaś I, jest *poziomem prawdziwym* punktu B; tak że BI, jest różnica między poziomem prawdziwym i pokazanym.

341. Te wiadomości założywszy za fundament, żeby dóysźć różnicy poziomu między dwoma punktami B i A (fig. 180), które nieznaydują się w iednójże linii poziomej, wyciągniętej przez ieden z tych punktów; trzeba do tego użyć narzędzia

dzia służącego do mierzenia kątów, i ustanowić go tak iak się opisało w przykładzie przytósowanym do figury 146; to zrobiwszy, uważysz kąt BCD , i zmiierzysz odległość CD , lub CI przy pomocy łańcucha, nad ziemią AVB , na kilka zawodów poziennie wyteżonego, natenczas w trójkacie CDB , prostokatnym w D , możesz wyrachować linią BD , do której dodasz wysokość narzędzia CA , i różnicę poziomą DI wynalezioną podług (338 i 339).

Lecz ponieważ w takowém działaniu, przy mierzeniu kąta BCD , wielkiej pilności użyć należy, i bardzo doskonałego do tego trzeba narzędzia, przeto częstokroć dochodzić zwykło się téż saméj rzeczy, innym raczéj lubo dłuższym sposobem, który następuje.

*O Równowadze wodnój, i onój
użyciu,*

342. $CABD$ (fig. 181) jest iedno *figura*
z narzędziów, których do równowa- 181.
żenia używać się zwykło; nazywa się
Równowaga wodna, składa się z rur-
ki wewnątrz próżnój, blaszanój, za-
gie-

gięty w kolanka A i B; w dwóch ramionkach do góry podniesionych AC, i BD, zasadzają się na kit dwie rurki szklane I i K, z częściami A i B mocno spoione. W połowie, i na spodzie rurki AB, jest przyprawiona krótka piasteczka, żeby przy iey pomocy, tę kolankową rurkę można było postawić na nodze. Cały kanał wypełnia się wodą, tak ażeby w rurkach szklanych na 2 lub 3 cale wysoko wzniosła się. Linia CD, gdzie się kończy powierzchnia wody w dwóch rurkach IA, KB, jest linią poziomą.

Do użycia tego narzędzia, potrzeba jeszcze drugiey sztuki która nazywa się *tarczą*. Jest to karton albo sztuka blachy (fig. 182), mająca około na iednę stópę w kwadracie, przez linią poziomą MN, podzielona na dwie równe części, z których część spodnia maluje się czarno, a wierzchnia została biała. Ten karton przymocnić trzeba na liniale drewnianym, tak ażeby krysa MN, była prostopadłą długości linia—łu. Ten liniał dopiero wzmiankowany, powinien włożyć się i wyś—

wać

Figura
182.

wać wzdłuż dwu sążniowéy łaski OP, na stopy cale i liniie podzielonéy; a tak chodząc w fudze da się spuścić i zastanowić, gdzie potrzeba wyciąga.

343. Maiąc użyć téy równowagi, takowa stawia się w odległościach prawie równych od dwóch punktów, między którymi szuka się różnicy poziomu.

Obéydzie się bez tego, choć równowaga w kiéronku tych dwóch punktów znaydować się niebędzie. Postawić każesz koléyno, w każdym z tych dwóch punktów twoię tarczą, tak ażeby dwusążeń stał pionowo. Podnosić lub spuszczać każesz tarczą MN, póty póki uważając przez równowagę CAED, niezobaczysz linii MN w przedłużeniu linii CD; natenczas, różnica wysokości tarczy MN, między oboma położeniami, będzie różnicą poziomu między dwóma punktami o których mowa.

Jeżeli znajdziesz np. iż w iednym z tych punktów. linia tarczy MN była podniesiona na 4 s. 8 c. a w drugim na 3 s. 9 c; wnieść będzie należało, że różnica poziomu między temi dwoma punktami jest 11 calów.

Tymże samym sposobem sobie postąpisz, względem wszelkich inszych punktów, któ-

re od twego stanowiska, w jedney prawie odległości znajdować się będą, i widziane być mogą, a których różnica poziomu z linią CD przechodzić niebędzie tej różnicy, która da się wymierzyć dwufażniem OP.

344. Lecz gdy drugie przedmiot będą zbyt oddalone, albo gbyby wypadła zbyt wielka różnica poziom, w tym razie na drugim stanowisku obierzysz sobie jeden z punktów który z pierwszego stanowiska wymierzylesz, ażeby do niego inne przyrównać, i ile możności tak stanowić się będziesz, ażebyś prawie równo był oddalony od tego punktu i od innych.

345. Gdybyś się niemógł ustawić w odległościach równych, albo przynajmniej prawie równych od dwóch punktów które chcesz zrównoważyć, natenczas różnica poziomu między dwoma punktami któremikolwiek, niebyłaby wyrażona przez różnicę wysokościów tarczy w każdym punkcie podniesioney; albowiem różnica poziomu prawdziwego od poziomu pokazanego nieieść taż sama, tylko w odległościach równych: dla czego od wysokości w każdym punkcie uwa-

ioney, trzebaby odiać *poprawę poziomu*, to jest różnicę prawdziwego poziomu od poziomu pokazalego.

Np. ieżeliby tarcza była postawiona w odległości na 1500 stóp, i znalazłes wysokość podniesienia tarczy bydz 4 s. 8 c; zamiast 4 s. 8 c. rachować niebędziez tylko 4 s. 7 c. 4 l. odeymuiąc 8 linii, które wynoszą poprawę poziomu, podług przepisów (338 i 339).

346. Zebyśmy tey nauki podali iakowe przystósowanie; niechay zadano będzie *zmięrzyć, i narysować przerznięcie* (profil) *działa fortficacyi* (ouvrage de fortification) A G H I O P. (fig. 183).

Zmyśl sobie to dzieło przecięte podług równi pionowey A A, P P, gdzie w wysokości do upodobania wziętęy A' A, zmyśl sobie oraz linią poziomą A' P.

Ze wszystkich kątów A, B, C, D, E, i. t. d, trzeba sobie ieszcze zmyślić linie pionowe A A' B B' C C' D D' E E' i. t. d; i wymierzyć odległości poziome zawarte między pionowemi.

Co się tycze odległościów pionowych; postawisz twoię równowagę na *tarasie wałowym* (terreplein) B C, tarczą zaś, kóleyno w kątach A, B, C, D, E, dla wymierzenia wysokościów A a, B b, C c, D d, E e; odiawszy wysokość pierwszą od wysokości A A' linii upodbaney A' P; dodasz drugie do reszty A a; a tak mieć będziesz linie pionowe B B, C C, i. t. d. aż do E.

Postawisz potém równowagę na przedpiersienu, a tarczą kóleyno w punktach E, F, G, ażebyś doszedł różnic poziomu E e, F f, G g; odeymiesz pierwszą, od E E, i dodawszy do reszty drugie, mieć będziesz pionowe F F G G.

Tymże samym sposobem z częściami K, L, M, N, O, P, sobie postąpisz, ustanowiwszy na *stoku* (glacis) twoię równowagę.

figura
183.

Co

Co należy do części G,H,I,K, ponieważ punkt H i I są położone zbyt nisko, żeby mogły być do-
siągnięte dwułążniem; przeto sposób jest najpro-
ściej, spuścić wagę jaką na sznurze, do końca żer-
dzi przywiązanym, którą położyć z poziemnie w G
i w K, tak żeby wspomniana waga dośiągała aż do
gruntu skarpy H, i przeciwskarpy I. a potem od-
mierzyć długość tego sznura, w każdym położe-
niu.

Tym sposobem zmierzysz wszystkie odległości,
tak poziome jak pionowe, łatwo wygotujesz ryłu-
nek przerznięcia, wyciągnawszy na papierze linią,
któraby wyrażała linią AP; naznaczysz na tej li-
nii kolejno, części wzięte na podziałce, równe li-
czbie miar znalezionych w długości poziomej; na
końcu każdego takowego przedziału wyciągniesz
prostopadłą, której dasz tyle części wziętych na
podziałce, ile znalazłeś miar na odległość pionową
odpowiadającą.

Połączywszy wierzchołki tych pionowych, mieć
będziesz wygotowane przerznięcie twojej fortyfi-
kacyi.

347. Gdy w mierzeniu odległościów poziomych
trudność jakąś znajdziesz, np. co do *spadziści*
wnętrznęj AB, (talud); natenczas wymierzysz mo-
żesz samą spadziść, a trójkąt prostokątny AQB,
w którym masz wiadomą linią AB, dopiero wy-
mierzoną, i QB przez równoważenie wynalezioną,
da ci linią AQ (166).

248. Równoważenie, ma jeszcze inne
swoje użycia, tu je pomijamy, bo o nich
mówić będziemy, w części praktycznej
która tę naukę zakończy. Tam także opi-
szemy, niektóre inne gatunki równowagi.



PRZYDATEK

Niektórych zagadnień Artylerycznych, ro-
związujących się na fundamentach
w tym Tomie założonych.

ZAGADNIENIE I.

Jest zadana miarka prochowa walcowaty postaci iak-
kolwiek, np. mieszcząca w sobie jeden funt zupeł-
ny wagi Kolońskiej, mająca wysokość 52.3 linii War-
szaw. k. a w podstawie 38.5!; iak wynaléść wymiary in-
néy iakiegokolwiek miarki walcowaty, mieszczącej w so-
bie iakiegokolwiek inną ilość prochu np. 2 ft; z tym wa-
runkiem, żeby takowe wymiary były proporcjonalne
wymiarom miarki zadanej; to jest iak w tym razie, że-
by wysokość miała się do średnicy podstawy :: 4 : 3?

Ponieważ ten ostatni warunek, figury miarek
chce mieć sobie podobnémi (Jeom. 209); więc waga
prochu umieszczona w zadanej miarce, mieć się musi,
do wagi prochu mieścić się mającej w szukanej miar-
ce, iak się mają między sobą liczby sześciénne, linii
odpowiadających sobie w tych dwóch miarkach (Je-
om. 270); takiemi zaś liniami są tu wysokości mia-
rek i średnice podstaw. Lecz że średnica podsta-
wy, ma być częścią wielorazną wysokości, to jest $\frac{3}{4}$,
dla tego dosyć będzie na znalezieniu téy drugiey. -
A tak będzie

$1 \text{ ft} : 2 \text{ ftów} :: (52,341)^3$ do czwartego wyrazu.
Którego pierwiastek sześciénny, pokaże wysokość
miarki 2ftowéy; téy zaś wysokości wzięte $\frac{3}{4}$ dadzą
Tom; I. U szre-

średnicę podstawy téżże miarki. Robiąc działanie przez Logarytmy będzie.

$$\text{Log. } 52,34 \quad - \quad - \quad - \quad 1,7188337$$

$$\text{Log. } (52,34)^3 \quad - \quad - \quad 5,1565011$$

$$\text{Log. } 2 \quad - \quad - \quad - \quad 0,5010300$$

$$\text{Summa} \quad - \quad - \quad - \quad 5,4575311 \frac{3}{}$$

$$\text{Log. } 1 = 0,0000000 \text{ a zatem } 1,8191770$$

Tęgo Logarytmu 1,8191770 szukając z cechą odwie jedności mocniejszą, znajdziemy że odpowiada liczbie 65,95. z różnicą którą za nic poczytać można. A tak wysokość miarki *zstwę* będzie 65,95 l. a średnica podstawy 49,45.

I tymto sposobem są wynalezione następujące wyniary.

	Wysok.	Śrzedn.		Wysok.	Śrzedn.
2 ftwa.	65,95 l.	49,45 l.	4 tótowa	26,17 l.	19,62 l.
1 —	52,34	38,5	3 —	23,78	17,83
$\frac{3}{4}$ —	47,56	35,57	2 —	20,77	15,57
$\frac{1}{2}$ —	41,54	31,14	1 —	16,48	12,36
8 tótowa	32,98	24,73	$\frac{1}{2}$ —	12,12	9,9
6 —	29,96	22,47	$\frac{1}{4}$ —	10,38	7,78.

Ale mierząc miarkami, proch rozumić się iednakowego gatunku, co do przyprawy iego, wielkości i okrągłości ziarenek.

ZAGADNIENIE II.

Niech będą zadane wymiary dwóch komór moździerzowych, iedney wátkowey, drugiey słożkowej, pierwszej wysokość niechay ma 6 c. a średnica 4 c; drugiey niechay będzie większa średnica 6 c. mnieysza 3 c. a głębokość 9 c. Warsz. stopa sześcienna Warsz. mieści w sobie prochu 51 stoów Kol: iest zagadnienie wiele każda z zadanych komór umieści w sobie tegoż prochu?

Ponieważ, bryły iakiegolwiek, a zatem i wagi ich, mają się między sobą iak bryłowości; więc bry-

ZAGADNIEN.

bryłowatość stopy sześcienney, mieć się będzie do bryłowatości bądźto wálkowej bądź stożkowey komory, iak się ma waga prochu umieszczonego w stopie sześcienney, to jest 51 *ftów*, do wagi prochu, odpowiadaiący każdej komorze.

Bryłowatość wálka obrachówana podług (Jeom. l. 237) będzie, (rozumiejąc tyko same rogi u dna zaokrąglone, które zaniedbać można) $= 75\frac{1}{2}ccc.$ a bryłowatość stożka uciętego podług (Jeom. l. 243) będzie $= 148\frac{1}{4}$. A zatem czwarte wyrazy dwóch następujących proporcyców z nieznacznem uchybieniem, dadzą ilości prochu, umieszczone w odpowiadaiących komorach.

$$1728 : 75\frac{1}{2} :: 51 f. : 2 f. 7\frac{1}{2} \text{ tot.}$$

$$1728 : 148\frac{1}{4} :: 51 f. : 4 f. 6 \text{ tot.}$$

ZAGADNIENIE III.

Gdyby zadana była ilość prochu wchodzić maiącą w komorę wálkową, do której bytoby naznaczono z dwoyga iedno, to jest albo średnica albo wysokość, jest zagadnienie żeby wynaleśdź drugą lub pierwszą niewiadomą? niech będzie np. ilość prochu 2 *fty*, a wysokość komory 6 c. i wiadomo że stopa sześcienna prochu waży 51 *ftów*.

Wiedząc już że bryły albo wagi ich mają do siebie iak bryłowatości; łatwo będzie znaleźć na-przód bryłowatość odpowiadaiącą komorze 2 *ftwcy*, przez tę proporcya

$$51 \text{ ftów} : 2 \text{ ftów} :: 1728 : 67.777,$$

Ze zaś bryłowatość wálka składa się z podstawy rozmnożoney przez wysokość, (Jeom. l. 237); więc rozdzieliwszy wynalezioną bryłowatość przez zadaną wysokość 6 c. wypadnie podstawa. Która znowu, ponieważ podług (Jeom. l. 157) składa się z kwadratu promienia rozmnożonego przez $\frac{2}{3}$, więc tę podstawę rozdzieliwszy przez $\frac{2}{3}$, wieloraz da kwadrat promienia, którego pierwiastek zdwoiony, będzie średnicą komory 2 *ftwcy* głębokiej na 6 c. (Jeom. 263); iakoto.

$$\begin{array}{r}
 67,777 \left\{ \begin{array}{l} 6 \\ \hline 11,296. \\ \hline 7 \\ \hline 79,072 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 22 \\ \hline 3,5946. \end{array} \\
 130. \\
 207 \\
 - 92 \\
 \hline
 4
 \end{array}$$

Gdyby była zadana średnica kómory, a trzebaby było znaleźć onę głębokość, jawna iest że odwrotnym sposobem, przez obrachowaną powierzchnią podstawy, należałoby rozdzielić bryłowość kómory.

Rozwiązanie podobnego zagadnienia kómory stożkowej, wypadłoby tu nieco zawilsze, ale na dalszych fundamentach Matematyki, niemniéy łatwo da się odprawić.

ZAGADNIENIE IV.

Mając wiadomo z *Artyleryi* (tom. II. l. 338), że ogniśta piłka do 32 ftwego moździerza, bierze w siebie zaprawy 11 ftów 30 łót, albo 12 ftów, iest zadana wieleby trzeba przygotować sobie zaprawy, na 20 ogniślych piłek do 16 ftwego moździerza?

Jawna iest, że byleby mieć wiadomo, wiele przyprawy trzeba do iedney 16 ftwey piłki, toby i reszta była wiadoma. Lecz ogniśte piłki iako kule z jednakowéy materyi złożone, będąc bryłami sobie podobnemi, wagi ich czyli ilości zaprawy w nie wchodzące, powinny się mieć między sobą, iak liczby sześciénne ich średnic, które są także proporecyonalne wagomiaróm moździerzów, więc żeby mieć ilość materyi wchodzącey w piłkę 16 ftwą, nietrzeba tylko ułożyć proporecya następującą.

$$32 : 16 :: 12 \text{ ftów} : 6 \text{ ftów}.$$

Albo téż wzięwszy odpowiadające średnice w liniach *Warsz.*

$$(117 \text{ l.})^3 : (93 \text{ l.})^3 :: 12 :$$

A przez Logarytmy będzie

Log.

Log. (93) ³	-	-	-	-	5,9054487
Log. 12	-	-	-	-	1,0791812
<i>Summa</i>					6,9846299
Log. (117) ³	-	-	-	-	6,2045579
<i>Reszta</i>					0,7800720

Która także odpowiada w Tablicach 6 *ftów*, z nieznaczną różnicą: te 6 *ftów* nietrzeba tylko rozmnożyć przez 20, żeby mieć ilość zaprawy potrzebnej na 20 ogniowych piłek 16 *swych*. Toż rozumieć o innych tym podobnych zagadnieniach, z pierwszego weyźrzenia trudniejszy od poprzedzającego.

ZAGADNIENIE V.

Do téjże 32 *swę* ogniśley piłki, wychodzi linki do obsznorowania 28 *łażni*, jest pytanie wieleby iey potrzeba było, do 16 *swę*?

Obsznorowanie w obu piłkach rozumiejąc podobne, i linkę proporcjonalną, to jest żeby grubość iedna do drugiey była w stosunku dwumnożnym, iawna jest że długość potrzebnej linki powinna być proporcjonalna powierzchniom. Lecz powierzchnie kul, mają się między sobą jak kwadraty średnic, więc długość linki szukana, znajdzie się przez proporcją następującą.

$$(117)^2 : (93)^2 :: 28 :$$

albo przez Logarytmy

Log. (93) ²	-	-	-	-	3,9369658
Log. 28.	-	-	-	-	1,4471580
<i>Summa</i>					5,3841238
Log. (117) ²	-	-	-	-	4,1363718
<i>Reszta</i>					1,2477520

Która szukana w Tablicach z cęchą 0 z iedności zamocną odpowiada 17,69 *łażniom*.

ZAGADNIENIE VI,

Mając wiadomo z tabliczki (Artył. tom. I. na karc. 143), że spóistość a zatem mocność spiżu złożonego

z miedzi pospolitej i $\frac{1}{8}$ ki cyny Angielskiej, ma się do mocy żelaza kutego pospolitego :: 450 : 850. jest zadano iakąby trzeba dać grubość na dwie armacie kutej żelaznej, kiedy spiżowcy daie się i wagomiar?

Z samego zadanego stóunku rzecz iawna, że żelazo kute będąc mocniwszy od spiżu, potrzebować będzie mniey grubości. Ale że w armatach mocność metalu, niejest proporcjonalna grubościom, ale kwadratóm grubościów (Artył: tom. I. l. 108. kart, 143), bo można rozumieć ze wszystkie metale podlegają iednakowym prawóm w przełamaniu; więc mocność żelaza = 850, mieć się powinna do mocności spiżu = 450, iak kwadrat iednego wagomiaru do czwartego wyrazu, z którego pierwiastek kwadratowy wyciągniony, da grubość odpowiadającą armacie żelaznej, iakoto

$$850 : 450 :: (1)^2 : 418.$$

Którego pierwiastek kwadratowy (z ułamka dzielne odrzuciwszy) będzie $\frac{3}{4}$ wagom.

Tymże samym sposobem postąpićby sobie należało, gdyby grubość nie w wagomiarach, ale w calach i liniach była zadana.

ZAGADNIENIE. VII.

Maąc wiadomą wagę stopy sześciemey każdej z osobna materyi, z których się składa spiż armatny, i proporcją mieszaniiny tego spiżu, jest zadano wynaleśdź, wiele iedna stopa sześcienna tej mieszaniiny powinna ważyć?

Np. stopa sześcienna Warszawska miedzi, waży stów Kolońskich 518.

Stopa sześcienna cyny Angielskiej waży 418.

W mieszaniinie ilość cyny ma się mieć do ilości miedzi :: 12 : 100.

Ponieważ ilość materyi to jest bryłowatość, jest proporcjonalna wadze oneyze, przeto na mieszanie w proporeyi zadanej wziąć można 100 sss. miedzi, i 12 sss. cyny. A że 1 st. miedzi waży 518, a 1 st. cyny 418 stów, więc 112 stop, mieć

mięszaniny ważyć będzie 56816 *ftów*. Lecz znowu bryłowatość 112 *sss.* powinna mieć się do bryłowatości 1 *sss.* iak waga 112 *ssstóp*, do wagi 1 *ssstopy*, więc następująca proporcya pokaże nam wagę jedney stopy sześcienney mięszaniny.

$$112 : 1 :: 56816 : \frac{56816}{112} = 507 \frac{2}{3} \text{ ftów.}$$

albo w liczbie okrągłej 507 *ftów*.

Mając raz wagę stopy sześcienney, łatwo mieć można wagę, iakiegokolwiek wagomiaru sześciennego np. 3 *fwęy* kuli, który podług (Artyl. tom. I. l. 101, kart. 126) jest = 2 c. 10 l. 11 p. albo = 0,2426 *ft.* Bo bryłowatość stopy sześcienney, mieć się będzie do bryłowatości wagomiaru sześciennego, iak waga pierwszey do wagi drugiego, to jest.

$$(1)^3 : (0,2426)^3 :: 507 : - - -$$

a przez Logarytmy.

$$\text{Log. } 507 \quad - \quad - \quad - \quad 2,7050080$$

$$\text{Log. } (0,2426)^3 \quad - \quad , \quad - \quad 1,8453276$$

$$\text{Reszta} \quad - \quad 0,8596804$$

Która szukana w Tablicach, z cechą o trzy jedności zamocną, odpowiada liczbie 7,239; skąd się wnosi, że waga wagomiaru sześciennego 3 *fwęy* kuli jest 7,239 *ftów Kolońs.*

ZAGADNIENIE VIII.

Niechay będzie zadano wyrachować wagę iakiękolwiek armaty np. 3 *fwęy* Polowey, proporcji opisanej w Artyleryi (tom. I. l. 166. Tabl. 1), co może być w różnych okazyach potrzeбно, zwłaszcza do nowych i nowey proporcji odlewów.

Ponieważ bryłowatość jest proporcjonalna wadze, więc takową obrachówawłzy, czyto w stopach czy w wagomiarach, i rozumnożywszy ją w pierwszym razie przez wagę jedney stopy, a w drugim przez wagę wagomiaru sześciennego, mnożość powinna dać wagę armaty.

Pospolicie postać wszystkich dział, składa się z figur regularnych, które mogłyby być dokładnie

obrachowane podług reguł Jeometrycznych; lecz że w wykonaniu, rozebranie działa na tak wiele części ile ma w sobie różnych figur, i każdej z osobna obrachowanie, potrzebowałoby przydłuższej i zmudnej roboty, a przecięż z przyczyny różnej udarzyć się mogącej w laniu gęstości spizu, niedałoby nam pewniejszyego wypadku: przeto w praktyce dosyć będzie podzielić sobie działo, tylko na główniejsze części, i takowe obrachować; od ich bryłowości odjąć bryłowość wydrążonego kanału, przydawszy na powierzchni ozdobę rozsądnie proporcjonalną ilość, którą bez grubego błędu można rachować za 12 czopów, i powstający stąd wypadek rozmnożywszy przez wagę stopy, albo wagiomiaru sześciennego spizu, (jeżeli bryłowość w stopach albo w wagiomiarach była obrachowana), mnogość pokaże szukaną wagę działła.

Stosując to do 3 fity armaty krajowej, podzielimy ją sobie naprzód na główniejsze części, i ustanowmy onych wymiary podług (Artyl. tom. I. l. 166 kart. 241. 242).

Wałka dennego	{ Promień	$\frac{43\frac{1}{2}}{32} = 1,359$	wagom.
	{ Długość	$\frac{2}{7} + \frac{1}{7} = 5,333$	
Wałka czopowego.	{ Promień	$\frac{41\frac{1}{2}}{32} = 1,295$	
	{ Długość	$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = 2,666$	
Stożka wylotowego.	{ Większy promień	$\frac{39\frac{1}{2}}{32} = 1,234$	
	{ Mniejszy promień	$\frac{28\frac{1}{2}}{32} = 0,89$	
	{ Długość	$- - - = 8,111$	
Czopów	{ Promień	$- - - = 0,500$	
	{ Długość	$- - - = 1,000$	

Ka-

* Bierzcmy tu przestwór tylko na 1. l. iakoby do kul kutych; lubo go armaty nasze mają cokolwiek większy, dla używanych kul lanych.

Kanału	Promień	—	=	0,515
	Długość	—	=	15,156.

To mając, i robiąc działanie przez Logarytmy, będzie

1^{od}.

Log. (1,359) ²	—	0,2664390	} Walek denny.
Log. $\frac{22}{7}$	—	0,4973247	
Log. 5,333	—	0,7269716	

Summa 1,4907353

Która szukana między Logarytmami z cechą mocniyszą o dwie iedności odpowiada liczbie 30,95.

2^{re}

Log. (1,296) ²	—	0,2252100	} Walek czopowy
Log. $\frac{22}{7}$	—	0,4973247	
Log. 2,666	—	0,4258601	

Summa. 1,1483948

Która szukana z cechą mocniyszą o dwie iedności odpowiada liczbie 14,07.

3^{cie}.

Dla znalezienia wysokości stożka odciętego

Log. (1,234 - 0,89) = 0,344	0,4634416
Log. 8,111	—

Log. 8,111 — — 0,9090744

Summa — 1,3725160

Log. 0,89 — — 0,0506100

Reszta — 1,3219060

Która szukana z cechą mocniyszą o dwie iedności, odpowiada liczbie 20,98 to jest wysokości stożka odciętego. Więc wysokość całego stożka będzie 29,09.

A zatem — — 4^{te}

Log. (1,234) ²	—	0,0913151	} Cały Stożek.
Log. $\frac{22}{7}$	—	0,4973247	
Log. 29,09	—	0,9866225	

Summa 1,5752623

Która szukana z cechą mocniyszą, odpowiada liczbie 37,6.

Log.

Log. $\frac{22}{7}$	-	0,4973247	} Mniejszy
Log. $\frac{20,98}{3}$	-	0,8436480	
			} Stożek
Summa	1,3409727		
Log. $(0,89)^2$	-	0,1012200	
Reszta	1,2397527		

Która w Tablicach odpowiada liczbie 17,36.

A zatem bryłowatość łożka wylotowego będzie 20,24.

5te.			
Log. $\frac{22}{7}$	-	0,4973247	} Czop.
Log - 1	-	0 . . .	
			}
Summa	0,4973247		
Log. $(0,5)^2$	-	0,6020600	
Różnica	0,1047353		

Która odpowiada liczbie 0,785.

6te.			
Log. $\frac{22}{7}$	-	0,4973247	} Kanał
Log. 15,156	-	1,1805846	
			}
Summa	1,6779093		
Log. $(0,515)^2$	-	0,5763856	
Reszta	1,1015237		

Która szukana z cechą mocniejszą o dwie jedności,
odpowiada liczbie 12,63.

A zatem teraz będzie

Bryłowatość wálka dennego - 30,95 *wagom. sześć.*

Wálka czopowego 14,07

Stożka wylotowego 20,24

Dwóch czopów - 1,57

Przydawszy do tego, na przydenek
z gronem, delfiny, i inne powierz-
chne ozdoby 12 czopów, to jest - 9,42 będzie

Summa	-	-	76.25
-------	---	---	-------

Od której odjąwszy bryłow. kan. 12,63

Zostanie	-	-	63,62 <i>wagom. sześć.</i>
----------	---	---	----------------------------

To

Te rozmnożywszy przez wagę
wagomiaru 3 *fwęgo*
wyżey wynalezioną, 7,239 *ftów*;
wypadnie waga armaty.

Mnożąc przez Logarytmy będzie

Log. 63,62	-	-	1,8035937
------------	---	---	-----------

Log. 7,239	-	-	0,8596786
------------	---	---	-----------

<i>Summa</i>	-	-	2,6632723
--------------	---	---	-----------

Która odpowiada 477 *ftóm*. A przemieniwszy je
na Warszawskie mnieyszey wagi, (podług Tabl: II.
w Artyl: tom. I. kart. 130) uczynią 569 *ftów*.

K O N I E C

PIÉRSZEGO TOMU.



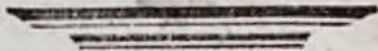
ARITHMETIKA.

1	8	zmieyszyć	zmińieyszyć
28	13	poba	podoba
32	27	dziefiątka	dzieńátkami
80	26	17	107
70	31	mieszczą	mieszczą się
152	18	tylką	tylko

GEOMETRY.

Tablica wag i miar.

IV I 65335157 6535160.



T A B L I C A

RÓŻNYCH MIAR.

Miary Powierzchniów

Znaki

Szeń Kwadratowy	Ss.
Stopa sążnia Kwadratowego, albo sążniostopa . . .	Ss.
Cal sążnia Kwadratowego, albo sążniocal . . .	Sc.
Linia sążnia Kwadratowego, albo sążniolinia . . .	Sl.
Punkt sążnia Kwadratowego, albo sążniopunkt . . .	Sp.
Kryka sążnia Kwadratowego, albo sążniokryka . . .	Sk.

Podziady.

				1. Sp.	Sk.
				12	
		1. Sl.	12	144	
	1. Sc.	12	144	1728	
1. Ss.	12	144	1728	20736	
1. Ss.	6	72	864	10368	124416

Stopa kwadratowa	ss.
Cal stopy kwadratowey, albo stopy cal.	sc.
Linia stopy kwadratowey, albo stopy linia.	sl.
Punkt stopy kwadratowey, albo stopy punkt.	sp.
Kryka stopy kwadratowey, albo stopy kryka.	sk.

				1. sp.	12
				12	144
	1. sl.	12	144	1728	
1. sc.	12	144	1728	20736	
1. ss.	6	72	864	10368	124416

Sążeń sześcienny. SSS.
 Stopa sążnia sześciennego, albo sążnio - sążniostopa. SSs.
 Cal sążnia sześciennego, albo sążnio - sążniocal. . SSc.
 Linia sążnia sześciennego, albo sążnia - sążniolinia. SSl.
 Punkt sążnia sześciennego, albo sążnio - sążniopunkt. SSp.
 Kryśka sążnia sześciennego, albo sążnio - sążniokryśka. SSk.

					SSk.
			1. SSp.	12	
		1. SSl.	12	144	
	1. SSs.	12	144	1728	
	1. SSs.	12	144	1728	20736
1. SSS.	6	72	864	10368	124416

Stopa sześcienna sss.
 Cal stopy sześciennéy, albo stopy - stopy cal. . ssc.
 Linia stopy sześciennéy, albo stopy - stopy linia. . ssl.
 Punkt stopy sześciennéy, albo stopy - stopy punkt. ssp.
 Kryśka stopy sześciennéy, albo stopy - stopy kryśka. ssk.

				ssk.
			1. ssp.	12
		1. ssl.	12	144
	1. ssc.	12	144	1728
1. sss.	12	144	1728	20736

Kloc

Kloc	.	.	.	K.	111
Stopa kloca	.	.	.	Ks.	
Cal kloca	.	.	.	Kc.	
Linia kloca	.	.	.	Kl.	
Punkt kloca	.	.	.	Kp.	

					Kp.
				1. Kl.	12
			1. Kc.	12	144
		1. Ks.	12	144	1728
	1. SSS.	2	24	288	3456
1. Kloc	3	6	72	864	10368

О К Р Г К О Т А.

Okrąg.	.	.	.	.	.	.	.	.	Okr:
Stopień.	.	.	.	.	.	.	.	.	
Minura pierwsza.	.	.	.	.	.	.	.	.	I.
. . wtóra.	.	.	.	.	.	.	.	.	II.
. . trzecia.	.	.	.	.	.	.	.	.	III.

min:trzeci.

				min:trzec.
		I. m: wtór.		60
	I. min:			
	piérw.	60		3600
I. Stop.	60	3600		216000
Okrąg.	360	21600	2296000	77760000

Stółanek średni do obwodu { podł. Archim: :: 7 : 22.
 { pod: Mecuŷa. :: 115 : 355.

Tenże stosunek zbliżony na 100000000 wą. 1 : 3,14159265.

Wartość łuku $\left[\begin{array}{l} 1^{\circ} 0,01745329 \\ 1^{\circ} 0,00029089 \\ 1^{\circ} 0,00000485 \end{array} \right]$ wziąwszy
za promień 1.

Logarytm stosunku okręgu do średnicy. - - - 0,4971499.
) 2 (*Ma-*

Stopień Ziarny	-	-	-	57030.
Szrednica Ziemi	-	-	-	65335157.
Francuzka mila, których 25 na stopień	-	-	-	2181.
Mila morska, których 20 na stopień	-	-	-	2851 $\frac{1}{2}$.
Wielka mila Niemiecka, których 15 na stopień	-	-	-	3802.
Pospolita mila Niemiecka	-	-	-	3313.
Mała mila Niemiecka, równa $\frac{4}{5}$ wielkiej	-	-	-	3042.
Mila Flandryi	-	-	-	3221.
Mała mila Francuzka, Angielska, i Włoska	-	-	-	950 $\frac{1}{2}$.
Wersta Moskiewska	-	-	-	625.
Mila Duńska i Szwedzka	-	-	-	4166.
Mila Hiszpańska	-	-	-	2856 $\frac{2}{3}$.
Mila Węgierska	-	-	-	5000.
Mila Polska mała	-	-	-	2500.
Mila Polska szrednia	-	-	-	3313 $\frac{1}{3}$.
Mila Polska wielka	-	-	-	3750.
Stare	-	-	-	85.

Przydadek miar krajowych pospolicię używanych.

- I. Łan Frankijski liczy wzdłuż miar 270. łokci 3915;
wzérz miar 123 łokci 174; miara liczy 14¹ łok.
- II. Łan Frankijski albo włoska, liczy wzdłuż łay 18.
miar 270, łokci 3915; wzérz zaś liczy miar 15;
łokci 217.
- Łan Niemiecki liczy wzdłuż sznurów 90, prętów 270,
łokci 4050; wzérz sznurów 4, prętów 12,
łokci 180.
- I. Łan Polski dzieli się na trzy pola; każde pole ma
wzdłuż łay 123 każde stae o łokciach 84; zaczęm
cały łan liczy wzdłuż łokci 3024, wzérz łokci 120.
- II. Łan Polski; z którego kmiecie powinni odrabiać
dzien 1, dzieli się na 3. pola, w każdym polu,
wzdłuż jest łay 4, każde stae ma wzdłuż 150. stóp
(rachując na stopę calów Polsk: 16;) w szérz zaś ka-
żde pole ma mieć zagonów 24, a każdy zagon stóp
6. Zaczęu jedno pole wzdłuż liczy 600. stóp,
łokci 400, wzérz stóp 144, łok: 96.

Łan Chelminski używany w Krolewskichyznach wzdłuż
liczy morgów 30, to jest łokci 6750, w szerz morg
1, czyli łokci 225. Taki morg poddziela się na
sznurów 3, sznur na prętów 10, pręt na $7\frac{1}{2}$ łok.
Morg teraz nayswyczajniejszy jest prostokąt mający 3.
sznury długości, a szerokości sznur 1. Trzydzie-
ści takich morgów czynią włókę jedną, a trzy włó-
ki czynią łan 1.

Miara szejanta do mierzenia rzeczy sypnych i ciekłych,
jest garniec, dzieli się na 2. półgarce, 4. kwarty,
i 16. kwaterek.

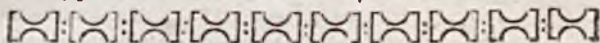
Beczka trzyma w sobie garcy Warszawskich 72.

Półbeczek garcy 36. *Cwierć beczek* albo aniał garcy 18.

Korzec miara do zboża, ma w sobie garcy 32; dzieli
się na ćwierci, z których każda zawiera garcy 8.

Garniec, postaci wałkowcy, ma w średnicy 5 cal.
11. linii; wysokości $8\frac{1}{2}$ caliów Warsz; a zatem
zawiera w sobie 234. caliów sześciennych, z nie-
znaczniem uchybieniem.

Łaszt zawiera w sobie 27. korcy Warszawskich.



T R E S C FUNDAMENTOW.

L inia, jest rozległość, tyl-	ko do drugiego. . . <i>tamże.</i>
ko w długości. licz: 1.	
Powierzchnia jest rozle-	Linia krzywa, jest ślad pun-
głość, tylko w długości,	ktu, który w swoim ruchu,
i szerokości. . . <i>tamże.</i>	za każdym postępieniem, nie-
Brzła , ma rozległość w	skończenie mało, wybocza.
długości, szerokości, i głę-	<i>tamże.</i>
bokość i. . . <i>tamże.</i>	
Punkt , niema żadney roz-	Linia prosta, jest miarą li-
ległości; ale jest tylko wy-	nii. l. 4.
razem rozległości. . . l. 2.	Powierzchnia płaska, jest
Linia prosta , jest naykrót-	ta, do której można przyło-
sza droga, od jednego pun-	żyć doskonale linią prostą w
	wielkiem rozumieniu. l. 5.
	Koło , jest powierzchnia
	pła-

plaska, obwiedziona linią krzywą, która nazywa się okręgiem, i której wszystkie punkta, są równo odległe, od jednego punktu téj równi, środkiem nazwanego. liczy: 6

Wszelka część okręgu nazywa się łuk koła. *tamże.*

Promień, jest odległość od środka do okręgu. *tamże.*

Cięciwa, jest linia prosta, z obu stron kończąca się na okręgu; kiedy przechodzi przez środek, nazywa się średnicą. *tamże.*

Cięciwy równe tegoż samego koła, albo kół równych, podcinają łuki równe; i odwrotnie. . . l. 7.

Kąt, jest rozwartość dwóch linii, schodzących się w jednym punkcie, który nazywa się wierzchołkiem. l. 9.

Kąt, ma za miarę łuk koła, zawarty między łokami swemi, i nakryślony z wierzchołka swego jako ze środka. l. 12.

Kąt prosty, ma za miarę, ćwierć okręgu. . . l. 16.

Kąt rozwarty, jest większy od prostego, a kąt ostry jest mniejszy od prostego *tamże.*

Dwa kąty przyległe, są równe razem, dwa kąty proste. l. 17.

Wszystkie kąty proste, mające wierzchołki swoje, w jednymże pun-

kie, i nakryślone będąc na téjże równi, są równe razem, cztery kąty proste. l. 18.

Spełnienie kąta, jest różnica między tym kątem, i dwoma kątami prostymi; dopełnienie zaś kąta, jest różnica między tem kątem, i kątem prostym. l. 19. i 21.

Spełnienia albo dopełnienia, tegoż kąta, lub kątów równych, są równe. *tamże.*

Linia, jest prostopadła drugiej linii, kiedy na nią pada, nienachylając się bardziej z jednego strony iak z drugiej; a kiedy nachyla się, na jedną stronę lub na drugą, jest linia pochyła. l. 23. i 28.

Z jednego punktu, wziętego na linii lub zewnątrz linii, niemożna na téjże równi wyciągnąć, tylko jedną prostopadłą, do téjże linii. liczy: 25. i 26.

Spomiędzy wszystkich linii prostych, wyciągniętych, z jednego punktu do iakiej linii, prostopadła jest najkrótsza; pochyłe, im więcej od prostopadłej oddalają się, tém są dłuższe; pochyłe od prostopadłej równo oddalone, są sobie równe, i odwrotnie. . . . l. 27.

Każdy punkt prostopadłej, wyciągnięty ze środka linii, jest równo oddalony od końców tejże linii; a każdy punkt wzięty zewnątrz téj

linii prostopadłej, nie jest równo oddalony od tychże końców. . . l. 29. 30.

Dwie linie proste, są równoległe, kiedy wszędzie są równo oddalone od siebie. 36.

Dwie proste równoległe, będąc przecięte przez sieczną, kąty wewnętrznozewnętrzne jednostronne są sobie równe; kąty wewnętrzne, lub zewnętrzne na przemian, są także sobie równe kąty wewnętrzne jednostronne, wzięte razem, są równe dwa kąty proste, jako też zewnętrzne jednostronne; odwrotnie. 37 i dal.

Dwa kąty, obrócone w jedną stronę, i które mają boki równoległe, są sobie równe. . . l. 41.

Linia prosta, nie może zniść się z okręgiem, w więcey punktach, jak tylko w dwóch. . . l. 47.

Wiednymże półkołu, największe cięciwy podcinają największe łuki, i odwrotnie. . . tamże.

Sieczna, jest linia, po części zewnętrznej, a po części wewnętrznej koła położona. Styczna jest linia przytykająca do okręgu. . . tamże.

Styczna, nie może zniść się z okręgiem, tylko w jednym punkcie. . l. 48.

Promień, wywiedziony ze środka do punktu dotknięcia, jest prostopadły do sty-

cznej, i odwrotnie. tamże.

Punkt dotknięcia dwóch okręgów, jest położony w linii prostej, która łączy ich środki. . . l. 50.

Srodek koła, środek cięciwy, i środek łuku, są w iednóży linii prostej, prostopadłej na tę cięciwę; tak iż linia prosta, prostopadła do cięciwy, jeżeli przechodzi przez jeden z tych punktów, przechodzi także i przez drugie dwa; i odwrotnie. . . l. 52. i dalej.

Dwie cięciwy równoległe, zajmują między sobą łuki równe. . . l. 60.

Kąt, który ma swój wierzchołek na okręgu, a jest zrobiony przez dwie cięciwy, albo przez jedną styczną i jedną cięciwę, ma za miarę połowę łuku, zawartego między bokami swými. l. 63.

Kąty, położone na okręgu, zawierające między bokami swými łuki równe, albo tenże sam łuk, są sobie równe. . . l. 64.

Kąt na okręgu jest prosty, kiedy boki jego przechodzą przez końce średnicy. l. 65.

Kąt na okręgu, zrobiony przez jedną cięciwę, i przedłużenie drugiej, ma za miarę połowę dwóch łuków podciętych przez tę cięciwę. . . l. 69.

Kąt, mający swój wierzcho-

chołek między środkiem i okręgiem, ma za miarę połowę dwóch łuków, zawartych między bokami swemi, i ich przedłużeniami. l. 70.

Kąt, który ma swój wierzchołek zewnątrz koła, ma za miarę połowę różnicy dwóch łuków, zawartych między bokami swemi. l. 71.

Trójkąt prostokryślny, jest miłyśce zamknięte przez trzy linie proste. . . . l. 73.

W każdym trójkącie, suma dwóch boków, jest większa od trzeciego. . *tamże*.

Trójkąt jest równoboczny, kiedy ma wszystkie trzy boki równe; równoramienny, kiedy w nim tylko dwa boki są równe; różnoboczny, kiedy ma wszystkie trzy boki nierówne. . . *tamże*.

Trójkąt który ma kąt prosty nazywa się prostokątny; który ma kąt rozwarty, jest rozwartokątny; który zaś ma wszystkie trzy kąty ostre, jest ostrokątny. . . l. 75.

Summa trzech kątów, każdego trójkąta prostokryślnego, warta dwa kąty proste. l. 75.

Kąt zewnętrzny, tyle wart, co summa dwóch kątów wewnętrznych na przeciw położonych. . . . l. 75.

W każdym trójkącie, kąty położone na przeciw boków

równych, są równe; i odwrotnie. l. 77.

W jednymże trójkącie, największy bok, jest przeciwny największemu kątowi, najmniejszy zaś bok, najmniejszy kątowi; i odwrotnie. l. 78.

Dwa trójkąty, są doskonałe równe i od kiedy mają jeden kąt równy zawarty między dwoma bokami równymi, każdy każdemu. l. 80.

2^{te} Kiedy mają jeden bok równy, przyległy dwóm kątom równym, każdy każdemu. l. 81.

3^{cie} Kiedy mają trzy boki równe każdy każdemu. 83.

Jeżeli dwie równoległe, są zaięte między innemi dwiema równoległemi, są sobie równe; i odwrotnie. l. 82.

Wielokąt, jest figura z wielu boków złożona. l. 84.

Nazywa się przekątna, każda linia, przeciągnięta w wielokącie od jednego kąta do drugiego. . . . l. 82.

Summa wszystkich kątów, wielokąta iakiegokolwiek, jest równa podwójności kąta prostego, tyle razy, ile kątów; i więcej, niż dwa razy wiele jest boków; zaś kąty zewnętrzne są warte czterech kątów prostych. l. 86. i 87.

Wielokąt jest regularny, kiedy ma wszystkie swoje boki, i kąty równe. l. 88.

Mo-

Można przeprowadzić okrąg koła, przez wszystkie kąty, wielokąta regularnego. l. 89.

Bok sześciokąta regularnego, jest równy promieniowi koła opisanego. l. 92.

Prostopadła na bok wielokąta regularnego, jest prostopadła i puszczone z środka na tenże bok; i wszystkie takowe prostopadłe są sobie równe. l. 91.

W każdej proporcji geometrycznej, summa poprzedników, ma się do summy następników, jak się ma różnica poprzedników do różnicy następników. l. 96.

Summa dwóch pierwszych wyrazów proporcji, ma się do summy dwóch ostatnich wyrazów, jak się ma różnica dwóch pierwszych, do różnicy dwóch ostatnich, l. 98.

Linia prosta wyciągnięta w trójkącie, równoległa do jednego z boków, przecina dwa drugie boki, na części proporcjonalne; i odwrotnie. l. 101.

Jeżeli z jednego punktu, będzie wyciągnięto wiele linii prostych, któreby przechodziły przez dwie równoległe, te linie proste, będą przecięte proporcjonalnie, przez równoległe. l. 103.

Linia prosta która dzieli kąt trójkąta, na dwie części

równe, przecina bok przeciwny na dwie części, proporcjonalne bokom przyległym. l. 104.

Dwa trójkąty są sobie podobne ¹⁰⁴ Kiedy mają kąty swoje równe, każdy każdemu. l. 109.

A zatem: kiedy dwa kąty jednego, są równe dwóm kątom drugiego, każdy każdemu. l. 110.

Kiedy boki jednego są równoległe, albo prostopadłe bokom drugiego. l. 111.

^{2^{re}} Kiedy mają jeden kąt równy, zawarty między dwoma bokami proporcjonalnymi. l. 113.

^{3^{cie}} Kiedy trzy boki jednego są proporcjonalne, trzem bokom drugiego. l. 114.

Prostopadła, spuszczone z kąta prostego, trójkąta prostokątnego, na przeciwprostokątną, dzieli ten trójkąt, na dwa trójkąty, które są iemu, a zatem i między sobą podobne. l. 112.

Prostopadła, spuszczone z kąta prostego na przeciwprostokątną, jest średnią proporcjonalną, między dwiema częściami, przeciwprostokątny. *tamże*.

Każdy bok kąta prostego, jest średnią proporcjonalną, między przeciwprostokątną, i odcinkiem odpowiadającym. *tamże*.

Je-

Jeżeli wiele linii prostych, będzie wyciągniętych przez tenże punkt, któreby przechodziły przez dwie równoległe; części iedney, z tych równoległych, będą proporcjonalne częściom odpowiadającym, drugię równoległą. . . l. 115.

Dwie cięgiwy przecinające się w kole, mają części swoje, odwrotnie proporcjonalne . . . l. 120.

Prostopadła, spuszczone z iednego punktu okręgu na średnicę, jest średnią proporcjonalną, między częściami teyże średnicy. l. 121.

Dwie sieczne wyciągnięte z tegoż punktu, wziętego zewnątrz koła, są odwrotnie proporcjonalne, częściom swoim zewnętrznym. 123.

Jeżeli z tegoż punktu wziętego zewnątrz koła, będą wyciągnięte, iedna styczna, i iedna sieczna, styczna będzie średnią proporcjonalną, między całą sieczną, i ię częścią zewnętrzną. 124.

Linia prosta, jest przecięta w średnim i skrajnym stosunku, kiedy jest przecięta na dwie części, z których iedna jest średnią proporcjonalną, między całą linią i drugą częścią. . l. 125.

Jeżeli z dwóch kątów, odpowiadających dwóm wielokątóm podobnym, będą wy-

ciągnięte przekątne do drugich kątów, dwa wielokąty zostaną podzielone, na równą liczbę trójkątów podobnych, każdy każdemu; i odwrotnie. l. 127. i 128.

Obwody figur podobnych, są między sobą, iak ich boki odpowiadające. . l. 129.

Koła, będąc figurami sobie podobnemi, ich okręgi są między sobą, iak ich promienie, albo iak ich średnice. . . l. 131.

Równoległobok, jest czworobok, w którym boki przeciwne są równoległe. l. 133.

Nazywa się Równoległobok ukośny, kiedy w nim boki przyległe nie są równe, i kiedy niema w nim żadnego prostego kąta. . tamże.

Kwadrat ukośny, jest który ma cztery boki równe, ale niema żadnego prostego kąta. . . tamże.

Prostokąt, ma kąty proste, a przyległe boki nierówne. tamże

Kwadrat, ma wszystkie boki równe, i kąty proste. tamże.

Nierównoległobok, jest czworokąt, który niema tylko dwa boki przeciwne równoległe. . . tamże.

Trójkąt prostokrotny, jest połową równoległoboku, tęże podstawy i tęże wysokości. . . l. 134.

Równoległoboki, tęże pod-

podstawy, i téż wyłoko-
ści, są sobie w powierz-
chniach równe. . . l. 135.

Toż samo rozumieć się i o
trójkątach. . . l. 136.

Powierzchnia równole-
głoboku, jest równa, mno-
gości z podstawy przez wy-
łokość. . . l. 139.

Powierzchnia trójkąta,
jest równa połowie mnogo-
ści, z podstawy jego, przez
wysokość. . . l. 141.

Powierzchnia nierówno-
ległoboku, jest równa mno-
gości, z jego wysokości, przez
linią przeciągniętą równole-
gle dwóm podstawóm, i w
równym oddaleniu od tych-
że podstaw. . . l. 142.

Powierzchnia wielokąta
regularnego, jest równa, po-
łowie mnogości z jego obwo-
du, przez prostopadłą na jeden
z boków. . . l. 144.

Powierzchnia koła, jest
równa jego okręgowi, ro-
zmnożonemu przez połowę
promienia. . . l. 145.

Wycinek kołowy, jest
część koła zamknięta łuki-
kiem, i dwoma promienia-
mi; nazywa się znowu od-
cinek kołowy, powierz-
chnia, zamknięta łukiem i
cięciwą jego. . . l. 147.

Nazywa się sążniowanie
powierzszchniów, sposób
wynaleźienia wartości po-
wierzszchni, której wymia-

ry są zadane, w sążniach i
częściach sążnia. l. 151.

Różne podziały sążnia kwa-
dratowego, znaleźć można
w Tablicy na końcu tomu.

Powierzszchnie równole-
głoboków, i trójkątów, ma-
ją się do siebie jak mnogo-
ści z ich podstaw, przez ichże
wysokości. l. 156. i 158.

Równoległoboki téż pod-
stawy, są między sobą, jak
wysokości; te zaś które ma-
ją jednąż wysokość, są mię-
dzy sobą, jak ich podstawy.
tamże.

Toż samo rozumieć się
ma, o trójkątach. *tamże.*

Kwadrat promienia, ma
się do powierzszchni koła,
jak się ma średnica do
okręgu. . . l. 157.

Powierzszchnie równole-
głoboków, albo trójkątów
podobnych, są między sobą
jak kwadraty ich boków od-
powiadających. l. 159. i 160.

Ta własność, rościąga się
do wszystkich figur podo-
bnych. . . l. 161.

Koła, będąc figurami po-
dobnemi, powierzszchnie ich,
są między sobą, jak kwa-
draty ich promieniów albo
ich średnic. . . l. 162.

W każdym trójkącie pro-
stokątnym, kwadrat przeciw
prostokątnéy, jest równy sum-
mie kwadratów, postawio-
nych na dwóch innych bo-
kach

kach. l. 164.

Kwadrat przeciwprostokątny, ma się do każdego z kwadratów, innych boków, jak się ma przeciwprostokątna, do każdego z odcinków odpowiadających tym bokom. l. 171.

Jeżeli z różnych punktów okręgu koła, poprowadzą się cięciwy do końca średnicy, i prostopadłe téżże średnicy, kwadraty cięciw będą proporcjonalne częściami téżże średnicy, zawartym między prostopadłemi od powiadającemi, i końcem średnicy, do którego się cięciwy przytykają. l. 173.

Linia prosta, nie może być częścią na równi, a częścią podniesiona albo niższa względem téżże równi. l. 175.

Dwie linie proste przecinające się, są położone na téżże równi. . . . l. 177.

Zniście się, albo przecięcie dwóch równiów jest linia prosta. l. 178.

Przez jednąż linią prostą, można przeprowadzić, nieskończoną liczbę różnych równiów. tamże.

Linia, jest prostopadła do równi, kiedy nie nakłania się ku żadnej stronie téy równi. l. 179.

Linia, jest prostopadła do równi, kiedy jest prostopa-

dła dwóm linióm, poprowadzonym przez téy spód, na téżże równi. . . l. 180.

Jeżeli z punktu wziętego ze wnętrza równi, będzie spuśczone prostopadła, a pochyła względem téżże równi, złączysz y spody tych dwóch linii przez linią prostą, i przez spód pochyłej, wyciągnąwszy na téżże równi, prostopadłą do téy linii prostej; takowa będzie także prostopadłą do linii pochyłej. l. 183.

Równia, jest prostopadła drugićy równi, kiedy przechodzi, przez linią prostopadłą téy drugićy równi. l. 186.

Jeżeli dwie równie, są prostopadłe jedna drugićy, poprowadziwszy z punktu wziętego na jednąż z tych równiów, prostopadłą ich spólnemu przecięciu, takowa będzie także prostopadłą drugićy równi, i odwrotnie. . . l. 187. i 188.

Dwie prostopadłe téżże równi, są sobie równoległe. l. 188.

Dwie proste, równoległe trzeciý, są i między sobą równoległe. . . . l. 189.

Spólne przecięcie dwóch równiów prostopadłych na trzecią, jest prostopadłe téy trzeciý równi. . . l. 190.

Kat płaski, jest rozwarłość dwóch równiów z sobą tcho-

dzących się. . . l. 191.

Miara kąta płaskiego, jest też sama, co kąta prostokryślnego, zrobionego przez dwie proste, wyciągnięte na tych równiach prostopadle do iednegóż punktu, spólnego przecięcia. . . l. 192.

Dwie równie, są równo ległe, kiedy wszędzie są od siebie równo oddalone. 196.

Jeżeli dwie równierówno ległe, są przecięte przez trzecią, ich przecięcia są także równoległe. . . l. 197.

Kąty płaskie złożone z równiów, które się schodzą albo się przecinają, mają też same własności co kąty prostokryślnie. l. 193. i 198.

Jeżeli z punktu wziętego zewnątrz równi, będzie wyciągnięto, wiele linii do téż równi, te linie będą przecięte proporcjonalnie, przez równią równoległą do pierwszey, i uczynią na tych równiach figury podobne, połączwszy punkta przecięciów, liniami prostymi. 197.

Te figury podobne, są między sobą, jak kwadrat ich odległościów, od punktu w którym zbiegają się linie, do równiów wyciągnięte 202.

Jeżeli z tegoż punktu zbiegających się linii, będą wyciągnięte insze linie, do tychże równiów, na których uczynią znowu figury podo-

bne: te figury będą proporcjonalne pierwszym. l. 201.

Wielością, jest bryła uczyniona przez równią, któraby posuwała się równolegle sama sobie, wzdłuż linii prostej. . . l. 204.

Wielością, jest prosty albo ukośny, kiedy krawędzie jego są prostopadle albo ukośne względem równi, z której ruchu rozumie się być złożony. . . tamże.

Równoległością, jest wielością, mający za podstawę równoległobok; nazywa się równoległością prostokątną, kiedy jest prosty, i ma za podstawę prostokąt. tamże.

Sześcią, jest równoległością prostokątną, w którym, podstawa jest kwadratem; i wysokość równa bokowi tegoż kwadratu. tamże.

Wałek, jest wielością mający za podstawę koło; nazywa się zaś osią wałka, linią prosta łącząca środki dwóch podstaw, na przeciw siebie położonych. l. 205.

Piramida, jest bryła zamknięta wielokątem, który użyty za podstawę, i taką liczbą ścian trójkątnych, ile znajduje się boków w téżej podstawie; które to ściany schodzą się w iednym punkcie, a ten punkt, nazywa się wierzchołkiem piramidy. . . l. 206.

Piramida jest regularna; kiedy wielokąt służący jej za podstawę jest regularny, i kiedy oraz prostopadła, spuszczone z wierzchołka, przechodzi przez środek tego wielokąta. *tamże.*

Stożek, jest piramida mająca za podstawę koło; jest prosty, albo ukośny, jeżeli linia prosta, spuszczone z wierzchołka, do środka podstawy, jest prostopadła, albo pochyła względem téżże podstawy. l. 207.

Kula, jest bryła powstała z kołowrotu półkoła, około swojej średnicy. l. 208.

Nazywa się największym kołem kuli, to koło, które ma, téż średnicę co kula. *tamże.*

Wycinek kuli, jest bryła powstała, z kołowrotu wycinka kołowego, około promienia; nazywa się zaś cząstka kuli, powierzchnia zrobiona w tym kołowrocie, przez łuk wycinka kołowego. *tamże.*

Odcinek kuli, jest bryła powstała, z kołowrotu półodcinka kołowego, około strzałki. *tamże.*

Nazywają się bryły podobne, które są zamknięte, równoliczba ścian podobnych każda do każdej, i podobnie położonych. l. 209.

Krawędzie, i wierzchołki kątów brylastych odpowiadających, są linie, i punkta podobnie położone w dwóch bryłach sobie podobnych. l. 210.

Trójkąty, których boki schodzą się z wierzchołkami, dwóch kątów brylastych odpowiadających, w dwóch bryłach sobie podobnych, są sobie podobne i podobnie położone l. 211.

Przekątne, które przechodzą przez wierzchołki kątów brylastych, odpowiadających, w dwóch bryłach podobnych, są między sobą, iak krawędzie odpowiadające. l. 212.

Prostopadłe, spuszczone z wierzchołków dwóch kątów brylastych odpowiadających, w dwóch bryłach sobie podobnych, są proporcjonalne krawędziom odpowiadającym. 214.

Powierzchnia wielościanu, nierachując dwóch podstaw jego, jest równa mnogości z osi rozmnożonej przez obwód przecięcia, któremu ta oś jest prostopadła. l. 216.

Jeżeli wielościan jest prosty, powierzchnia jego, nierachując dwóch podstaw, jest równa obwodowi podstawy, rozmnożonemu przez wysokość. l. 217.

Powierzchnia wálka prostego, nierachując dwóch podstaw, jest równa mnogości z okręgu podstawy, przez wysokość. 218.

Powierzchnia piramidy regularnej, jest równa, obwodowi jej podstawy, rozmnożonemu przez połowę prostopadłej spuszczonej z wierzchołka na podstawę jednej trójkątnej ściany. l. 219.

Powierzchnia stożka prostego, jest równa, mnogości, z okręgu podstawy przez połowę zewnętrznej wysokości tego stożka. l. 220.

Powierzchnia stożka prostego uciętego z podstawami równoległymi, jest równa mnogości, z boku tego stożka, przez okrąg przecięcia, uziynionego w równych odległościach, od podstaw przeciwnych. l. 222.

Powierzchnia kuli, jest równa, mnogości z okręgu największego koła, rozmnożonego przez średnicę. l. 223.

Jest także równa powierzchni wypukłej, wálka opisanego. . . . l. 224.

Jest ieficze równa powierzchni największego koła, cztery razy większy. . . . l. 225.

Bry-

Powierzchnia cząstki kuli, jest równa mnogości, z swojej strzałki, przez okrąg największego koła kuli. . l. 226.

Powierzchnie wielościanów, prostych nierachując podstaw, są między sobą, iak mnogości z wysokościów przez obwody ich podstaw . l. 228.

Powierzchnie wielościanów prostych, iedneyże wysokości, są między sobą iak obwody ich podstaw; jeżeli zaś są obwody równe, to mają się do siebie iak wysokości. . l. 220.

Powierzchnie stożków prostych, są między sobą iak mnogości, z ich boków przez okręgi podstaw, albo przez promienie albo przez średnice tychże podstaw. . l. 230.

Powierzchnie brył podobnych, są między sobą, iak kwadraty, ich linii odpowiadających. 231.

Powierzchnie dwóch kul, są między sobą, iak kwadraty, ich promieni, albo ich średnic. 232.

Dwa wielościany téżże podstawy, i téżże wysokości są sobie równe w bryłowości. 234.

Bryłowość wielościanu iakiegokolwiek, jest równa mnogości, z podstawy jego przez wysokość. . l. 236.

Bryłowość piramidy albo stożka, jest równa, trzecię części podstawy, rozmnożonę przez wysokość. . l. 242.

Bryłowość kuli, jest równa 2óm trójkóm wałka opisanego. 245.

Bryłowość wycinka kuli, jest równa, mnogości wynikającej z rozmnożenia powierzchni cząstki, przez trzecią część promienia. . l. 247.

Bryłowość odcinka kuli, jest równa bryłowości wałka, który ma za promień strzałkę, a za wysokość promień, mnię trzecią część strzałki. . l. 248.

Nazywa się wielościan ścięty, bryła pozostała, po oddzieleniu, iednéy części tego wielościanu, przez równią nachyloną względem podstawy. . l. 250.

Jeżeli z trzech kątów iednéy podstawy, tróścianu ściętego, będą spuszczone prostopadłe na drugą podstawę, bryłowość tego tróścianu będzie równa, mnogości, z téy drugiey podstawy, rozmnożonę przez trzecią część summy, trzech prostopadłych. . l. 252.

Nazywa się sążniówanie brył, sposób wynalezienia wartości bryły, który wymiary są zadane w sążniach, i częściach sążnia. 259.

Różne podziały sążnia sześciennego, zobaczyć można w Tablicy na końcu tomu.

Drzewo u Francuzów¹ mierzy się na Kłocce, którego podziały są w téżże Tablicy.

Wielościany są między sobą, iak mnogości z ich podstaw przez wysokość. . l. 268.

Wielościany téżże wysokości są między sobą, iak ich podstawy; wielościany zaś téżże podstawy, mają się do siebie iak wysokości. . tamże.

Bryłowości dwóch brył podobnych, są między sobą, iak liczby sześcienne ich linii odpowiadających. . l. 270.

Trygonometria płaska uczy, iak wynaleśdź trzy rzeczy, z sześciu, w trójkacie, przy pomocy trzech innych wiadomych, między któremi powinien znajdować się przynajmniej ieden bok. 271.

Mając wiadome w trójkacie dwa boki, i kąt przeciwny iednemu z tych boków, niemożna wynaleśdź kąta przeciwnego drugiemu bokowi inaczej, tylko wiedząc, jeżeli trzeci kąt ma być ostry, albo rozwarty. liczb: 271.

Wstawę prostą albo krocę mówiąc, wstawę łuku, czyli kąta, iest połową cięciw, łuku podwójnego, tego kąta, którego uważa się wstawę. . . l. 274.

Dostawę łuku albo kąta, iest, wstawę dopełnienia tego łuku, albo kąta. . . tamże.

Wstawę odwrotną iest różnica między promieniem i dostawę tegoż łuku. tamże.

Wstawę i dostawę kąta, iest też sama co wstawę i dostawę jego spełnienia. 279.

Wstawę od 90^o iest równa promieniowi; i nazywa się także wstawę całą. . . l. 278.

Wstawę od 30^o iest równa połowie wstawy całej; a styczna od 45^o iest równa promieniowi. . . l. 275. i 276.

Styczna i sieczna kąta, są też same, co styczna i sieczna jego spełnienia. . . l. 280.

Dostawę łuku, iest równa pierwiastkowi kwadratowemu różnicy, między kwadratem wstawy jego, a kwadratem promie. 283.

Wstawę połowy łuku, iest równa połowie pierwiastka kwadratowego, kwadratu wstawy, łuku całego, przyłączonego do kwadratu jego wstawy odwrotnej. 284.

Wstawę łuku podwójnego, iest równa podwójności wstawy łuku pojedynczego, rozinnożonej przez dostawę, i rozdzielonej przez promień. . . l. 285.

Wstawę summy, albo różnicy dwóch łuków, iest równa summie, albo różnicy mnogociłów, z wstawy jednego, rozinnożonej przez dostawę drugiego, i rozdzielonej przez promień. . . , 286.

Dostawę summy, albo różnicy dwóch łuków, iest równa różnicy albo summie mnogoci-

łów, z dwóch wstaw i dwóch dostaw tychże łuków, rozdzielonej przez promień. l. 287.

Summa wstaw dwóch łuków, ma się do różnicy tychże wstaw, iak się ma styczna połowy summy tych dwóch łuków, do stycznej połowy ich różnicy. 289.

W każdym trójkącie prostokątnym, róż. Promień albo wstawę całą ma się do wstawy jednego z kątów ostrych, iak się ma przeciwprostokątna, do boku przeciwnego, temu kątowi ostremu. . . l. 290.

2re Promień, ma się do stycznej jednego z kątów ostrych, iak się ma bok kąta prostego przyległy temu słupowi ostremu do boku, przeciwnego temuż kątowi. . . l. 300.

W każdym trójkącie prostokryślnym, wstawy kątów, są proporcjonalne bokom, które są przeciwne tymże wstawom. liczb: 302.

Większa z dwóch ilościów, iest równa, połowie ich summy, więcej połowa ich różnicy; a mniejsza, iest równa połowie ich summy, mniej połowa ich różnicy. . . l. 305.

W każdym trójkącie prostokryślnym, jeżeli z jednego kąta, będzie spuszczone prostopadła na bok przeciwny, ten bok będzie się miał do summy dwóch drugich, iak się ma ich różnica, do różnicy albo do summy odcinków, zrobionych przez prostopadłą. . . 306.

W każdym trójkącie prostokryślnym, summa dwóch boków, ma się do ich różnicy, iak się ma styczna połowy summy, dwóch kątów tym bokom przeciwnych, do stycznej połowy różnicy tychże kątów. l. 399.

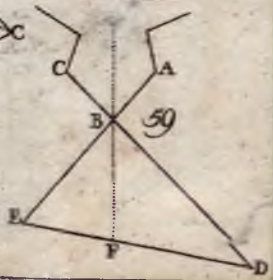
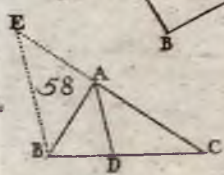
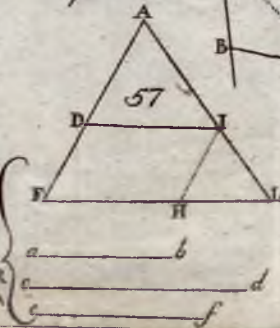
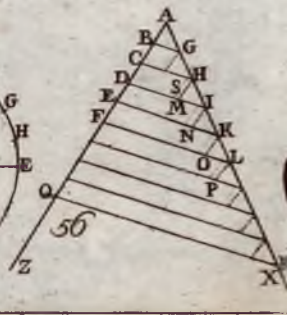
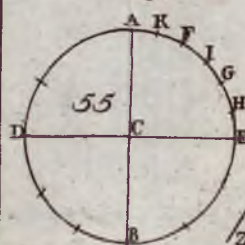
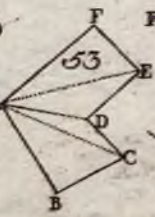
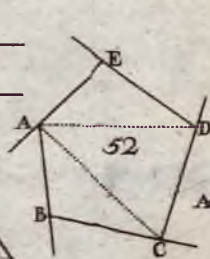
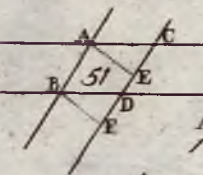
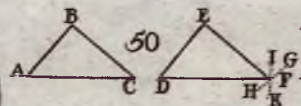
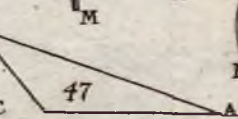
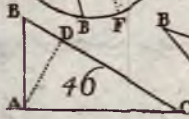
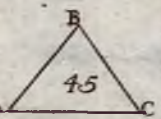
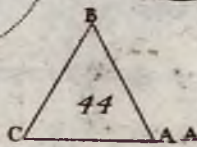
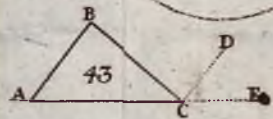
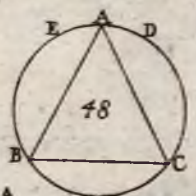
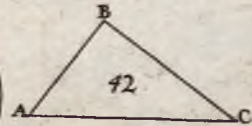
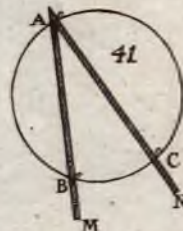
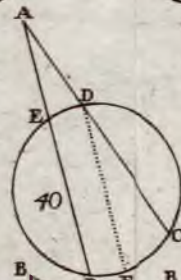
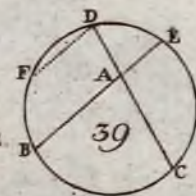
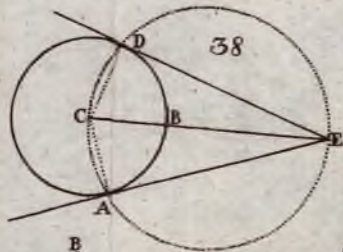
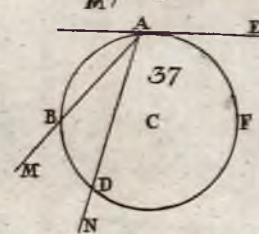
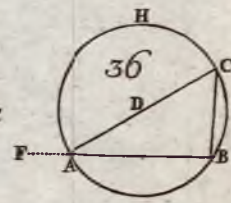
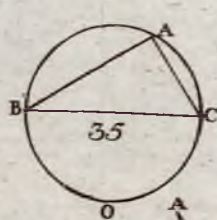
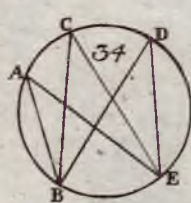
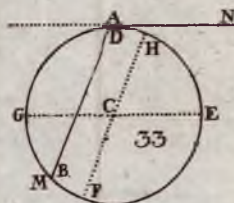
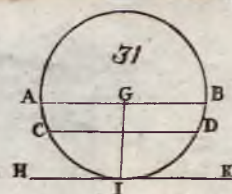
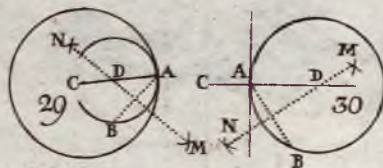
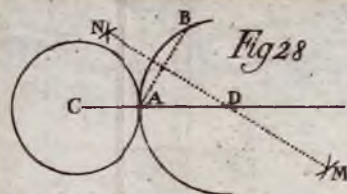


Fig 1

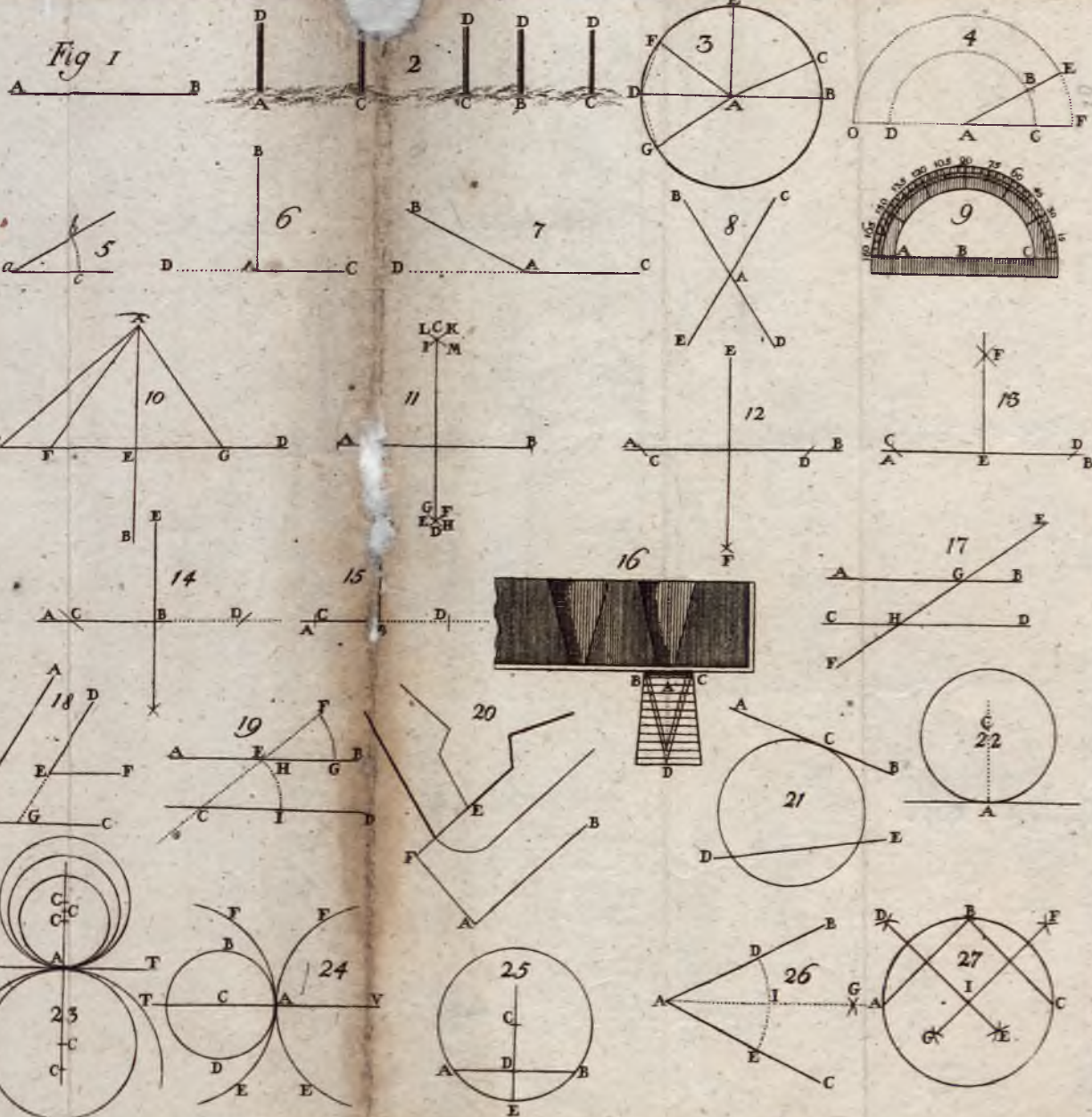
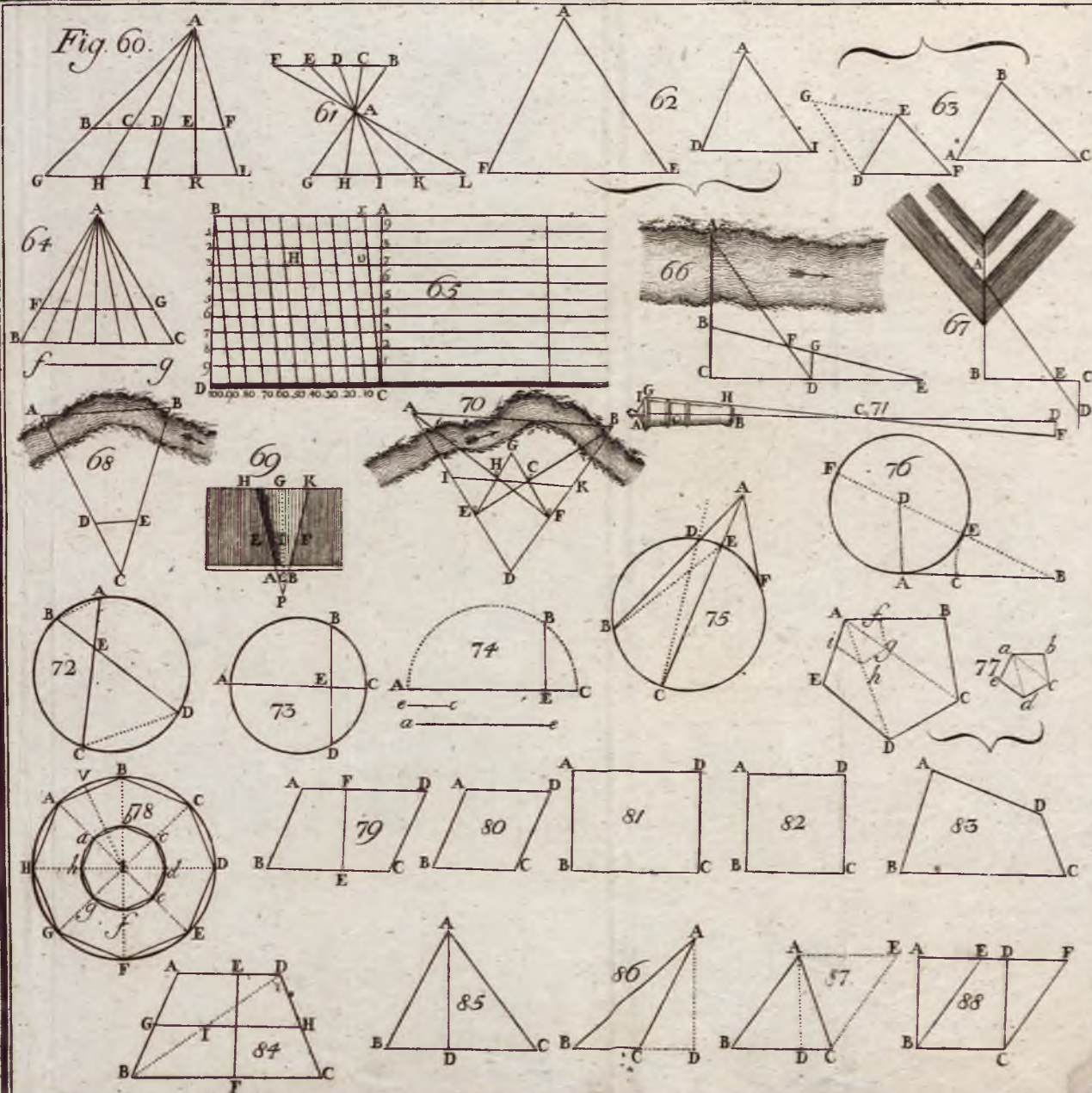
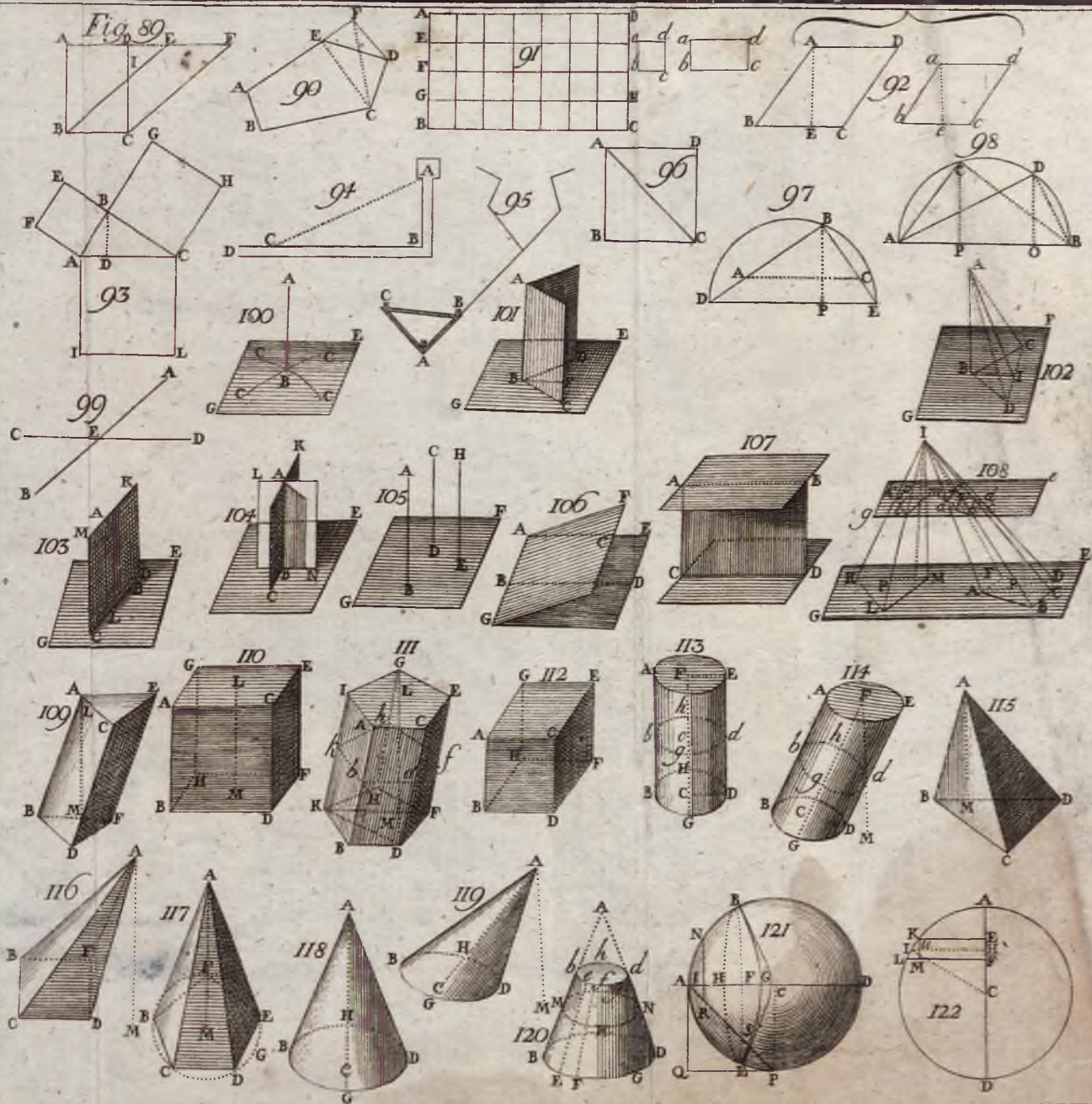


Fig. 60.





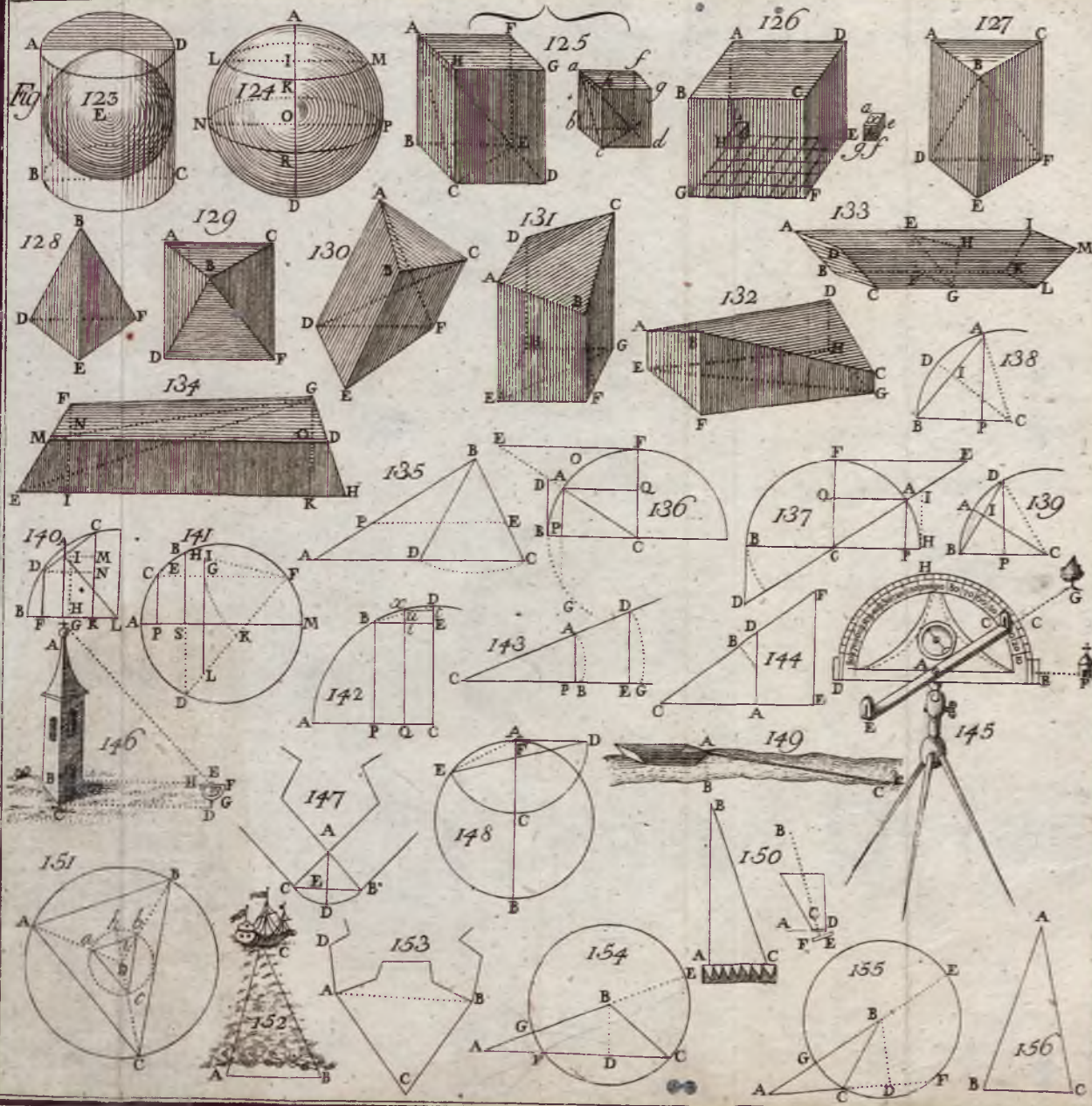
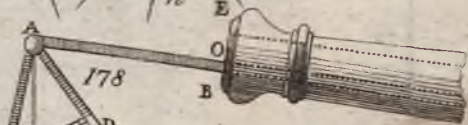
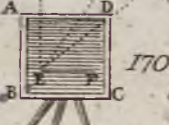
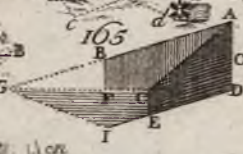
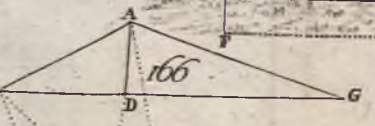
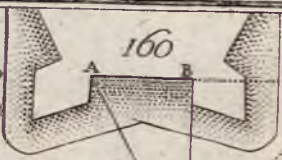
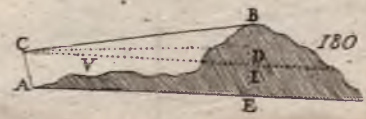
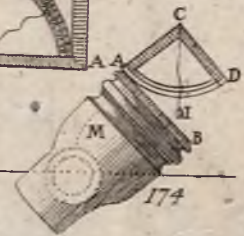
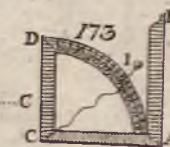
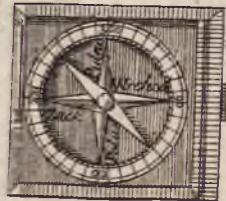
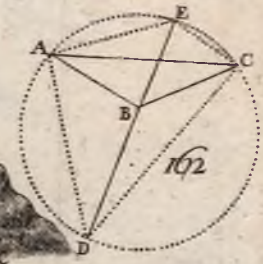


Fig 157

158

159

160



179

176



163



168



182



183

